Structures de données sd_nume_ddl, sd_nume_equa, sd_stockage et sd_prof_chno

Résumé :

Ce document décrit les structures de données NUME_DDL , NUME_EQUA , STOCKAGE et PROF_CHNO utilisées pour définir la numérotation des inconnues des systèmes linéaires et le stockage des matrices assemblées et des vecteurs solution et second membre.

Table des Matières

1 Généralités

Un NUME_DDL sert à définir la numérotation des inconnues (et des équations) d'un système linéaire. On rappelle que les inconnues d'un tel système sont des composantes portées par des nœuds du MAILLAGE (ou des nœuds tardifs de LIGREL).

Les matrices que l'on veut décrire sont carrées, creuses, symétriques ou non.

Quand une matrice est non-symétrique, sa structure creuse est symétrique.

La numérotation des inconnues d'un système est semblable à celle des composantes d'un CHAM_NO . D'ailleurs la SD PROF_CHNO décrite dans ce document est celle référencée par la SD CHAM_NO [D4.06.05 - Structure de Donnée champ].
La SD NUME_DDL contient également la description des tableaux de stockage des valeurs des matrices assemblées [D4.06.10 - Structure de Données sd_matr_asse]. On appelle STOCKAGE cette partie de la structure de données.

Les relations de dépendance entre ces objets peuvent se représenter par :

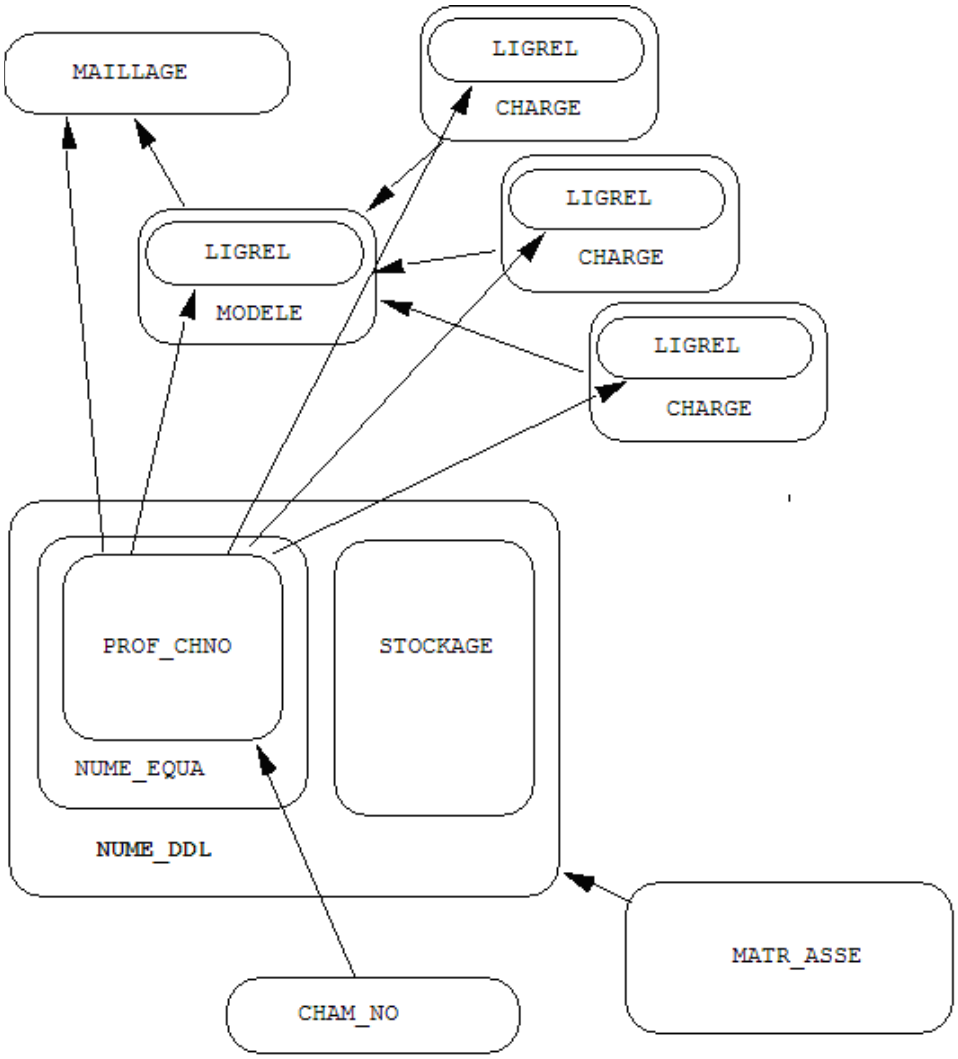


Figure 1-a: Liens des NUME_DDL, NUME_EQUA, STOCKAGE et PROF_CHNO avec les autres structures de données

2 Arborescences

Voici l'arborescence des différents objets présentés dans ce document.

```
NUME_DDL (K14) ::=record
          ♦ .NUME       NUME_EQUA
          ♦ .NUML       NUML_EQUA
          ♦ .NSLV       OJB S  V K24  dim=1

NUME_EQUA (K19) ::=record
          ♦ .NEQU       OJB S  V I    dim=2
          ♦ .REFN       OJB S  V K24  dim=4
          ♦ .DELG       OJB S  V I

PROF_CHNO (K19) ::=record
          ♦ .PRNO       OJB XC V I NUM
          ♦ .LILI       OJB S  N K24
          ♦ .NUEQ       OJB S  V I
          ♦ .DEEQ       OJB S  V I

NUML_EQUA (K19) ::=record
          ♦ .JOIN       OJB S  V  I
          ♦ .PRNO       OJB XC V  I
          ♦ .NEQU       OJB S  V  I   dim=2
          ♦ .DELG       OJB S  V  I
          ♦ .NLGP       OJB S  V  I
          ♦ .NUEQ       OJB S  V  I
          ♦ .NULG       OJB S  V  I
          ♦ .NUGL       OJB S  V  I
          ♦ .PDDL       OJB S  V  I

STOCKAGE (K14) ::=record
          ♦ .SMOS       STOC_MORSE  # pour décrire la matrice creuse initiale
          ◊ % stockage adapté au solveur 'LDLT'
            .SLCS       STOC_LCIEL  # sert à décrire la matrice factorisée
          ◊ % après factorisation par 'MULT_FRONT'
            .MLTF       MULT_FRONT  # pour décrire la matrice factorisée

STOC_LCIEL (K19) ::=record
          ♦ .SCBL       OJB   S  V  I
          ♦ .SCDI       OJB   S  V  I
          ♦ .SCDE       OJB   S  V  I
          ♦ .SCHC       OJB   S  V  I
          ♦ .SCIB       OJB   S  V  I
           ◊ % Si le stockage est celui adopté pour factoriser avec LDLT :
             % Le stockage ligne de ciel utilise la numérotation 'RCMK'
             % Le stockage « Morse » utilise la numérotation initiale
             ♦ .M2LC      OJB   S  V  I
             ♦ .LC2M      OJB   S  V  I

STOC_MORSE (K19) ::=record
          ♦ .SMDI       OJB   S  V  I
          ♦ .SMDE       OJB   S  V  I
          ♦ .SMHC       OJB   S  V  I

MULT_FRONT (K19) ::=record
          ♦ .ADNT       OJB   S  V  I4
```

♦ .GLOB OJB S V I4
♦ .LOCL OJB S V I4
♦ .PNTI OJB S V I4

3 L'objet NUME_DDL

L'objet NUME_DDL sert à définir la numérotation des inconnues (et des équations) d'un système linéaire.

```
NUME_DDL (K14) ::=record
          ♦ .NUME       NUME_EQUA
          ♦ .NUML       NUML_EQUA
          ♦ .NSLV       OJB S  V K24 dim=1
```

Il contient donc trois objets. Les premier fait référence à l'objet NUME_EQUA (voir §4) :

```
NUME_DDL(1:14)//'.NUME'=NUME_EQUA
```

Le deuxième fait référence à l'objet NUML_EQUA (voir §6) :

```
NUME_DDL(1:14)//'.NUML'=NUML_EQUA
```

Le dernier objet .NSLV stocke le nom de la sd_solveur qui sera utilisée par défaut.

NSLV(1) : nom de la sd_solveur qui sera utilisée par défaut.

4 L'objet NUME_EQUA

L'objet NUME_EQUA fait référence à la numérotation des équations. Il contient trois objets :

```
NUME_EQUA (K19) ::=record
          ♦ .NEQU       OJB S  V I    dim=2
          ♦ .REFN       OJB S  V K24  dim=4
          ♦ .DELG       OJB S  V I
```

L'objet .REFN stocke quelques informations :
- REFN(1) : nom du maillage sous-jacent au NUME_DDL ;
- REFN(2) : nom de la grandeur simple associée (TEMP_R, DEPL_R, PRES_C,...) ;
- REFN(3) : solveur linéaire par défaut (MUMPS, MULT_FRONT) ;
- REFN(4) : i nutilisé.

L'objet .NEQU stocke les dimensions :
- NEQU(1) : nombre total d'équations (longueur du .VALE des champs nodaux) ;
- NEQU(2) : nombre total de degrés de liberté (longueur de .NUEQ dans le PROF_CHNO).

L'objet .DELG décrit (un peu) les équations du type « Lagrange » :
- DELG(ieq)=-1 : si l'équation ieq correspond à la composante LAGR portée par le deuxième nœud d'une maille SEG3 portant un élément de Lagrange (Lagrange 1) ;
- DELG(ieq)=-2 : si l'équation ieq correspond à la composante LAGR portée par le troisième nœud d'une maille SEG3 portant un élément de Lagrange (Lagrange 2) ;
- DELG(ieq)=0 : l'équation n'est pas de type « Lagrange ».

5 L'objet PROF_CHNO

La structure de données PROF_CHNO définit le profil de numérotation, c'est-à-dire la description des inconnues. Dans *Code_Aster*, les inconnues sont nécessairement portées par des nœuds. Les nœuds d'un PROF_CHNO sont de deux types :
- Les nœuds « physiques » du maillage ma (concerné par le modèle) ;

- Les nœuds tardifs[1] d'un (ou plusieurs) LIGREL qui s'appuient sur le maillage ma.

Les objets de PROF_CHNO sont les suivants :

```
PROF_CHNO (K19) ::=record
          ♦ .PRNO       OJB XC V I NUM
          ♦ .LILI       OJB S  N K24
          ♦ .NUEQ       OJB S  V I
          ♦ .DEEQ       OJB S  V I
```

5.1 Objet PRNO

L'objet .PRNO est une collection contiguë numérotée de vecteur d'entiers.

```
♦ .PRNO       OJB XC V I NUM
```

Cette collection décrit quelles sont les composantes portées par les nœuds impliqués dans le PROF_CHNO en indiquant le nom du LIGREL de modèle et ceux des LIGREL à mailles et/ou à nœuds tardifs. S'il s'agit d'un LIGREL à mailles et à nœuds tardifs (DDL_IMPO , LIAISON_DDL ...), cela permet d'identifier les nœuds tardifs impliqués dans le PROF_CHNO . Par contre, si il s'agit d'un LIGREL uniquement à mailles tardives (FORCE_NODALE ...), il ne pointe vers aucun objet de collection du .PRNO .
Ce qui veut dire que l'objet PRNO(1) renseigne sur les degrés de liberté portés par les nœuds du maillage (sur lequel s'appuie nécessairement le modèle) sous-jacent au PROF_CHNO et que les autres objets de la collection .PRNO (quand ils existent) renseignent sur les degrés de liberté portés par les nœuds qui n'appartiennent pas au maillage (nœuds tardifs).

Les nœuds tardifs sont définis dans des LIGREL . A chaque LIGREL nomlig correspond un objet .PRNO(ili) d'indice ili. Le numéro du LIGREL est celui correspondant à nomlig dans le pointeur de nom .LILI .
Par exemple, la collection .PRNO contiendra :

- .PRNO(1) : nœuds du maillage ma ;
- .PRNO(2) : nœuds tardifs du LIGREL dont le nom est dans .LILI(2) ;
- .PRNO(3) : nœuds tardifs du LIGREL dont le nom est dans .LILI(3) ;
- ...

Si nec est le nombre d'entiers codés de la grandeur associée au PROF_CHNO :

- .PRNO(1) est de longueur (nb_noeuds(ma))*(2+nec) ;
- .PRNO(1ili) est de longueur (nb_noeuds_tardifs(LIGREL(ili))*(2+nec).

Chaque nœud est décrit par deux entiers et un vecteur d'entiers codés de longueur nec que l'on appelle le descripteur-grandeur [D4.06.05 - Structure de Donnée champ].
Prenons l'exemple des nœuds du maillage ma :

- nb_cmp est le nombre de composantes portées par le nœud ino du maillage ;
- ieq est l'adresse dans l'objet .NUEQ de la première composante portée par le nœud ino.

```
  v = PRNO (1)
  v  (ino-1)*(2+nec)+1) = ieq
  v  (ino-1)*(2+nec)+2) = nb_cmp
                              <-.
  v  (ino-1)*(2+nec)+2+1)      |
  ...                          |  Descripteur-grandeur du nœud ino
  v  (ino-1)*(2+nec)+2+nec     |
                              <-
```

1 Un nœud tardif dans Code_Aster correspond à un nœud ajouté par une condition limite dualisée (DDL_IMPO, LIAISON_DDL,...). Ce nœud a été ajouté lors de la création de la charge et stocké dans le LIGREL correspondant pour porter les Lagrange. Ils n'apparaissent pas dans la structure de donnée maillage et ils ont des numéros négatifs.

Remarque :

Toutes les composantes portées par un même nœud sont consécutives dans .NUEQ. C'est pourquoi on ne stocke que l'adresse de la première. Les composantes sont ordonnées dans l'ordre du catalogue des grandeurs. Malheureusement, la grandeur associée au .PRNO n'est pas stockée dans le PROF_CHNO.

5.2 Objet LILI

L'objet .LILI est un pointeur de noms qui permet d'accéder aux éléments de la collection PRNO .

♦ .LILI OJB S N K24

Par convention, on stocke dans LILI(1) la valeur &MAILLA, ce qui veut dire que l'objet PRNO(1) renseigne sur les degrés de liberté portés par les nœuds du maillage sous-jacent au PROF_CHNO. Néanmoins on ne stocke pas le nom du maillage.

Les autres objets de la collection .PRNO (quand ils existent) renseignent sur les degrés de liberté portés par les nœuds qui n'appartiennent pas au maillage (nœuds tardifs). Ces nœuds tardifs sont définis dans des LIGREL. A chaque LIGREL nomlig correspond un objet .PRNO(ili). Le numéro du LIGREL est celui correspondant à nomlig dans le pointeur de nom .LILI.

5.3 Objet NUEQ

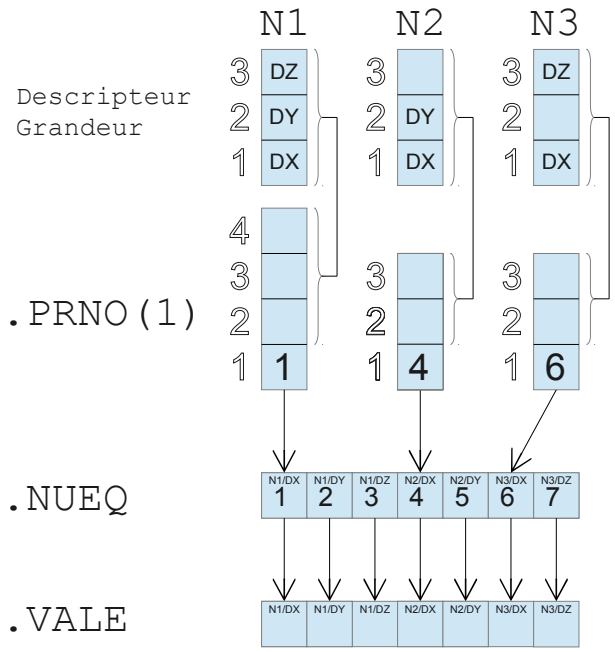
L'objet .NUEQ est un vecteur d'entiers.

♦ .NUEQ OJB S V I

C'est un vecteur d'indirection entre l'objet .PRNO et l'objet .VALE des CHAM_NO qui référencent ce PROF_CHNO. Ce vecteur d'indirection permet de s'affranchir de la règle selon laquelle les composantes d'un nœud se suivent dans l'ordre du catalogue des grandeurs mais aussi que chaque composante correspond effectivement à une inconnue dans le NUME_DDL.
Dans la pratique, ce vecteur est quasiment toujours l'identité (NUEQ(I)=I). Ce cas le plus général signifie deux choses :

1. Il y a autant d'inconnues dans que de composantes sur les nœuds correspondant au LIGREL du modèle et sur les nœuds tardifs des LIGREL tardifs des chargements dualisés ;
2. La numérotation est une tautologie : les inconnues sont dans l'ordre des composantes du catalogue sur chaque nœud.

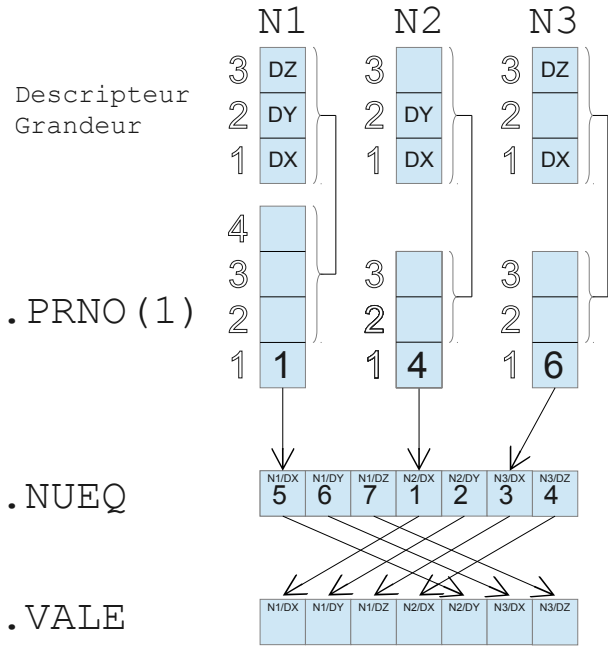
Sur l'exemple suivant, on a trois nœuds. Le premier nœud a pour composantes DX , DY et DZ , le deuxième nœud a pour composantes DX et DY et le troisième nœud a pour composantes DX et DZ . Dans ce cas, L'objet .NUEQ est tel que NUEQ(I)=I :



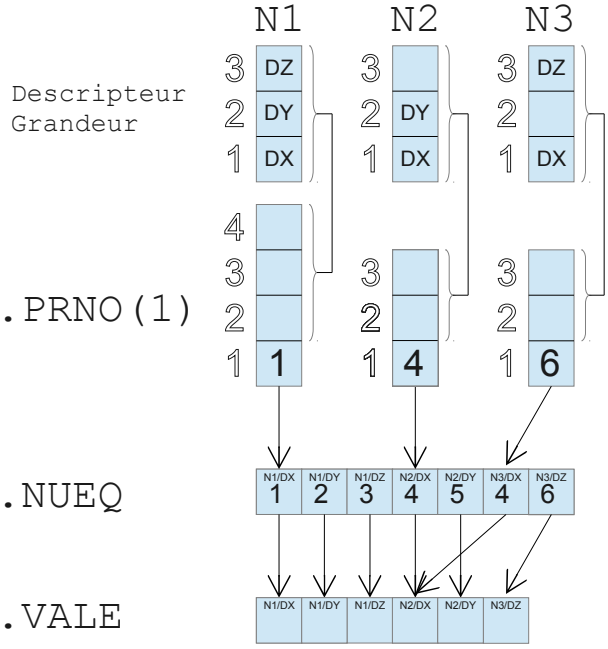
Néanmoins, ce vecteur n'est plus aussi trivial dans deux cas précis :

- Lorsque l'on crée des `macr_elem_stat` dans le but de séparer les degrés de liberté internes des degrés de liberté externes du macro-élément. On peut alors factoriser partiellement les matrices (la partie correspondant aux ddls internes) ;
- Lorsqu'on définit des relations d'identité entre certains degrés de liberté. On utilise ce cas dans certaines situations (XFEM et contact de type LAC).

Pour le premier cas, on a toujours `.NUEQ` et `.VALE` de même longueur. Par contre, l'ordre n'est pas forcément le même. Par exemple, on reprend le cas précédent en disant que le nœud 1 doit être en dernier (il correspond à un macro-élément qui doit se trouver en dernière position pour pouvoir bénéficier des factorisations partielles dans le solveur `LDLT`). Le schéma devient le suivant :



C'est toujours une bijection entre `.NUEQ` et `.VALE` mais ce n'est plus une tautologie (`NUEQ(I) ≠ I`). Enfin le dernier cas est la prise en compte de relation d'identité entre deux degrés de liberté. Par exemple, on reprend le même cas, sauf que cette fois-ci, on écrit que le déplacement `DX` du deuxième nœud est égal au déplacement `DX` du troisième nœud.



Cette fois-ci, on n'a plus de bijection : il y a moins d'inconnues que de degrés de liberté.

Remarque :

Si le solveur est `MULT_FRONT`, on vérifie que le vecteur correspond à l'identité. Ce qui signifie qu'on ne peut pas utiliser ce solveur dans le cas des macro-éléments statiques ou lorsqu'il existe des relations d'identité entre degrés de liberté. Dans ces cas, il faut utiliser le solveur MUMPS.

5.4 Objet DEEQ

L'objet .DEEQ est un vecteur d'entiers de longueur 2*neq. Avec neq est le nombre d'équations du PROF_CHNO.

♦ .DEEQ OJB S V I DIM=2*neq

C'est un vecteur « inverse » de .PRNO qui décrit (partiellement) les équations.
Si nueq est un numéro d'équation (i.e. adresse dans l'objet .VALE), alors :
V((nueq-1)*2+1) : ino
V((nueq-1)*2+2) : icmp
Avec la convention suivante :

- Si ino>0 et icmp>0 : nueq est l'équation associée à la icmp^{ième} composante portée par le nœud ino du maillage.
- Si ino>0 et icmp<0 : nueq est l'une des deux équations qui dualisent le blocage de la icmp ^{ième} composantedu nœud ino du maillage.
- Si ino=0 et icmp=0 : nueq est une équation de dualisation d'une relation linéaire entre plusieurs composantes.

R*emarque :*
Dans le cas de la prise en compte des relations d'identité dans la numérotation, comme plusieurs nœuds/composantes correspondent à la même équation, par convention, on indique le premier couple nœud/composante.

6 L'objet NUML_EQUA

L'objet NUML_EQUA fait référence à la numérotation des équations si le solveur utilisé est MUMPS et que l'utilisateur a activé l'option MATR_DISTRIBUE='OUI'.

```
NUML_EQUA (K19) ::=record
          ♦ .JOIN      OJB S  V  I
          ♦ .PRNO      OJB XC V  I
          ♦ .NEQU      OJB S  V  I   dim=2
          ♦ .DELG      OJB S  V  I
          ♦ .NLGP      OJB S  V  I
          ♦ .NUEQ      OJB S  V  I
          ♦ .NULG      OJB S  V  I
          ♦ .NUGL      OJB S  V  I
          ♦ .PDDL      OJB S  V  I
```

♦ .JOIN
Ce vecteur est dimensionné au nombre de couplages du graphe de communication. Pour chaque couplage, on trouve le processeur en lien avec le processeur courant. Si la valeur est -1 alors le processeur courant ne participe pas à ce couplage.

♦ .PRNO
Cet objet est identique (dans son architecture) au .PRNO d'un PROF_CHNO La différence réside dans le fait que la numérotation des degrés de liberté est locale pour le processeur considéré.

♦ .NEQU
- NEQU(1) : nombre local d'équations (longueur du .VALE des champs nodaux) ;
- NEQU(2) : nombre local de degrés de liberté (longueur de .NUEQ dans le PROF_CHNO).

♦ .DELG dim=neq local
Cet objet est similaire à l'objet .DELG d'un NUME_EQUA.

♦ .NLGP
Ce vecteur fournit le numéro global des ddl pour PETSc. Ce solveur a besoin de blocs de lignes contigus. Pour ce faire, on adapte la numérotation pour lui.

♦ .NUEQ dim=neq local
C'est un vecteur d'indirection entre l'objet .PRNO et l'objet .VALE des CHAM_NO. Voir .NUEQ d'un NUME_EQUA.

♦ .NULG
C'est un vecteur d'indirection qui permet de passer de la numérotation locale des degrés de liberté (du .NUML) à la numérotation globale (du .NUME)

♦ .NUGL
C'est un vecteur d'indirection qui permet de passer de la numérotation globale des degrés de liberté (du .NUME) à la numérotation locale (du .NUML)

♦ .PDDL
C'est un vecteur qui permet de savoir par quel processeur sont possédés les ddl locaux.

7 L'objet STOCKAGE

Les matrices creuses de Code_Aster ont toutes une structure symétrique :si a(i,j) existe, alors a(j,i) existe également.

Pour une matrice symétrique creuse, on ne stocke que sa partie "supérieure" (a(i,j) pour j≥i). La structure de données STOCKAGE décrit comment sont stockés les termes non nuls de la partie supérieure de matrice.

Pour une matrice non symétrique, on stocke la partie supérieure et la partie inférieure. Comme ces 2 parties ont la même structure (à une transposition près), le stockage de la partie supérieure suffit.

Remarque :
Bien que théoriquement, les termes non nuls d'une matrice puissent être disposés de façon quelconque, Le remplissage des matrices de Code_Aster est tel que tous les DDLs portés par un nœud sont connectés à tous les DDLs portés par les autres nœuds jouxtant ce nœud via un élément fini. La matrice est donc formée de petits rectangles pleins correspondant à la connectivité des nœuds du modèle. En particulier, il existe des petits blocs sur toute la diagonale de la matrice.

7.1 L'objet STOC_LIGN_CIEL

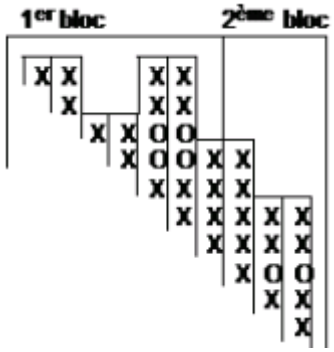
Pour le stockage en ligne de ciel, les objets sont les suivants :

```
STOC_LCIEL (K19) ::=record
          ♦ .SCBL       OJB   S  V  I
          ♦ .SCDI       OJB   S  V  I
          ♦ .SCDE       OJB   S  V  I
          ♦ .SCHC       OJB   S  V  I
          ♦ .SCIB       OJB   S  V  I
          ◊ .M2LC       OJB   S  V  I
          ◊ .LC2M       OJB   S  V  I
```

.SCDE	S V I dim=4	
	(1)	nombre d'équations neq
	(2)	taille des blocs de la matrice t_bloc
	(3)	nombre de blocs nécessaire au stockage des valeurs de la matrice n_bloc
	(4)	hauteur maximum des colonnes de la matrice
.SCHC	S V I dim=neq	

	(i)	hauteur de la i^{ème} colonne
.SCDI	S V I dim=neq	
	(i)	adresse du terme diagonal de la i^{ème} colonne dans son bloc
.SCBL	S V I dim=n_bloc+1	
	(1) (K+1)	0 numéro de la dernière colonne du bloc K remarque : une colonne ne peut appartenir qu'à un seul bloc
.SCIB	S V I dim=neq	
	(i)	numéro du bloc qui contient la i ^{ème} colonne de la matrice
.M2LC	S V I dim=neq	
	ieq_m	ieq_lc : donne la correspondance entre la numérotation du stockage « Morse » (ieq_m) et la numérotation du stockage « ligne de ciel » (ieq_lc)
.LC2M	S V I dim=neq	
	ieq_lc	ieq_m : donne la correspondance entre la numérotation du stockage « ligne de ciel » (ieq_lc) et la numérotation du stockage « Morse » (ieq_m)

Exemple :




```
SCDI(1)  =     1                    SCDI(6)       =   17
SCDI(2)  =     3                    SCDI(7)       =   22
SCDI(3)  =     4                    SCDI(8)       =   6
SCDI(4)  =     6                    SCDI(9)       =   11
SCDI(5)  =     11                   SCDI(10)      =   17

SCHC(1)  =     1                    SCHC(6)       =   6
SCHC(2)  =     2                    SCHC(7)       =   5
SCHC(3)  =     1                    SCHC(8)       =   6
SCHC(4)  =     2                    SCHC(9)       =   5
SCHC(5)  =     5                    SCHC(10)      =   6

SCBL(1)  =     0                    SCIB(1 à 7)   =   1
SCBL(2)  =     7                    SCIB(7 à 10)  =   2
SCBL(3)  =     10
```

7.2 L'objet STOC_MORSE

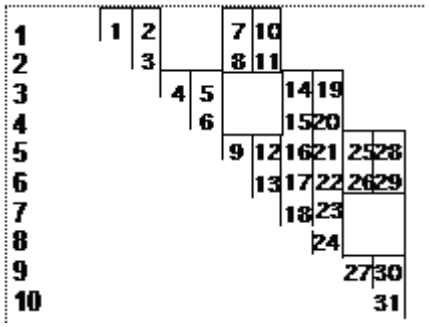
Pour le stockage morse, les objets sont les suivants :

```
STOC_MORSE (K19) ::=record
```

♦ .SMDI OJB S V I
♦ .SMDE OJB S V I
♦ .SMHC OJB S V I

.SMDE	S V I dim=3	
	(1) (2) (3)	nombre d'équations neq nombre de termes stockés dans la demi-matrice n_termes nombre de bloc 1
.SMHC	S V I dim=n_termes	
	(i)	numéro de ligne du i^{ème} terme stocké
.SMDI	S V I dim=neq	
	(i)	adresse du terme diagonal de la i^{ème} colonne dans le bloc Il faut donc que tous les termes diagonaux soient stockés dans la matrice

Exemple :




```
SMDI(1)  =   1       SMDI(6)  =   13
SMDI(2)  =   3       SMDI(7)  =   18
SMDI(3)  =   4       SMDI(8)  =   24
SMDI(4)  =   6       SMDI(9)  =   27
SMDI(5)  =   9       SMDI(10) =   31
```

```
SMHC(1)  =   1
SMHC(2)  =   1
SMHC(3)  =   2
SMHC(4)  =   3
SMHC(5)  =   3
SMHC(6)  =   4
SMHC(7)  =   1
SMHC(8)  =   2
SMHC(9)  =   5
...
SMHC(28) =   5
SMHC(29) =   6
SMHC(30) =   9
SMHC(31) =  10
```

7.3 L'objet MULT_FRONT

Pour le stockage MULT_FRONT., les objets sont les suivants :

```
MULT_FRONT (K19) ::=record
          ♦ .ADNT      OJB   S  V  I4
          ♦ .GLOB      OJB   S  V  I4
```

- .LOCL OJB S V I4
- .PNTI OJB S V I4

Soit lgind , la somme du nombre des voisins des super-nœuds.

- .GLOB OJB S V I4 dim=lgind
  Ce vecteur donne l'ensemble des voisins des super-nœuds
- .LOCL OJB S V I4 dim=lgind
  Ce vecteur établit pour les numéros de lignes des super-nœuds, la correspondance entre la numérotation locale du fils et la numérotation locale du père.
- .ADNT OJB S V I4 dim=matr_init
  La dimension matr_init est la taille de la matrice initiale (morse). C'est le vecteur des adresses des termes initiaux dans la matrice factorisée.
- .PNTI OJB S V I4 dim= 19*neq+10
  Cumul dans un même vecteur d'une suite de tables de travail.

8 Exemples

Un exemple de NUME_DDL associé aux trois solveurs linéaires ('LDLT', 'MULT_FRONT', 'GCPC') est donné dans le document [D4.06.10 - Structure de Données sd_matr_asse].