Conditions de liaison de corps solide

Résumé

On présente dans cette documentation une manière de modéliser des parties indéformables de structure, grâce au mot clé LIAISON_SOLIDE de AFFE_CHAR_MECA.

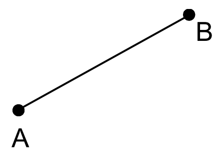
Table des matières

Table des Matières

1 Introduction

Le mot clé LIAISON_SOLIDE des commandes AFFE_CHAR_MECA permet de modéliser une partie indéformable d'une structure. Le principe retenu est d'écrire des relations entre les degrés de liberté de la partie « solide » ; ces relations exprimant le fait que les distances entre les nœuds sont invariables. Les relations exprimant l'indéformabilité d'un solide **ne sont pas linéaires**.

Pour s'en convaincre, prenons l'exemple d'un segment AB en 2D :



L' indéformabilité de AB s'écrit :

$$\begin{aligned}&\left[\left(x_A+dx_A\right)-\left(x_B+dx_B\right)\right]^2+\left[\left(y_A+dy_A\right)-\left(y_B+dy_B\right)\right]^2=\left(x_A-x_B\right)^2+\left(y_A-y_B\right)^2\\&\Leftrightarrow\left(dx_B-dx_A\right)^2+2\left(x_B-x_A\right)\left(dx_B-dx_A\right)+\left(dy_B-dy_A\right)^2+2\left(y_B-y_A\right)\left(dy_B-dy_A\right)=0\end{aligned} \quad (1)$$

En notant $\{x_A, y_A, x_B, y_B\}$ les coordonnées et $\{dx_A, dy_A, dx_B, dy_B\}$ les déplacements de A et B. On voit que l'expression est quadratique en dx_A, dx_B, dy_A et dy_B .

Quand les déplacements sont petits, les termes quadratiques sont négligeables et on peut justifier la linéarisation de ces relations. Elles ne dépendent plus du déplacement et elles peuvent être calculées (sur la géométrie initiale) dès l'exécution de la commande AFFE_CHAR_MECA.

En revanche, quand les rotations sont finies, la linéarisation de ces relations dépend du déplacement et doit donc être recalculée à chaque itération de l'algorithme de Newton. Si l'utilisateur pense que les rotations ne resteront pas infinitésimales, il doit le signaler dans la commande STAT_NON_LINE (mot clé EXCIT / TYPE_CHARGE='SUIV'). Le code recalculera alors la linéarisation des relations au cours du calcul.

La prise en compte du type « suiveur » de ces relations est soumise à certaines restrictions qui sont détaillées dans la documentation utilisateur (U4.44.01). Pour « rigidifier » une partie solide, si le programme ne le permet pas l'utilisation de LIAISON_SOLIDE, on est obligé d'utiliser un matériau « dur » (par rapport au reste de la structure).

2 Principe de l'utilisation du mot clé

Le mot clé LIAISON_SOLIDE est un mot clé facteur répétable. A chaque occurrence du mot clé, l'utilisateur définit un « morceau de modèle » qu'il souhaite rigidifier.

De ce « morceau de modèle » défini par les mots clés GROUP_MA, GROUP_NO, MAILLE et NOEUD, on déduit la **liste des nœuds** à rigidifier.

Une fois cette liste établie, on écrit les relations nécessaires pour exprimer que le « morceau rigide »n'a plus que les degrés de liberté d'un solide (en général : trois en 2D et six en 3D).

Remarque :

> Si tous les nœuds d'un élément fini sont soumis à une condition de type LIAISON_SOLIDE, cet élément ne se déforme pas. Son état de contrainte sera alors toujours nul. Si on souhaite accéder à l'état de contrainte d'une zone « rigide », il faut utiliser la technique du matériau « dur ».

3 Quels sont les cas de figure traités ?

Selon les degrés de liberté portés par les nœuds de la liste des nœuds à rigidifier, on se place dans un des quatre cas de figure suivants. Si on ne se retrouve pas dans l'un de ces cas de figure, le code s'arrête en erreur fatale :

- Les cas $2DA$ et $2DB$ correspondent à des problèmes « plans » ou axisymétriques ;

- Les cas $3\mathrm{DA}$ et $3\mathrm{DB}$ correspondent à des problèmes 3D.

Cas $2\mathrm{DA}$ **:**

Tous les nœuds de la liste des nœuds à rigidifier portent les degrés de liberté DX et DY et au moins l'un des nœuds porte DRZ .

Cas $2\mathrm{DB}$ **:**

Tous les nœuds de la liste des nœuds à rigidifier portent DX , DY mais ils ne portent pas DRX , DRY et DZ .

Cas $3\mathrm{DA}$ **:**

Tous les nœuds de la liste des nœuds à rigidifier portent les degrés de liberté DX , DY et DZ et au moins l'un des nœuds porte DRX , DRY ou DRZ .

Cas $3\mathrm{DB}$ **:**

Tous les nœuds de la liste des nœuds à rigidifier portent DX , DY , DZ et il n’existe pas de noeud de la liste des nœuds à rigidifier portant des degrés de liberté de rotation DRX , DRY , DRZ .
Seuls les cas $2\mathrm{DB}$ et $3\mathrm{DB}$ peuvent être actuellement traités en non linéaire (`TYPE_CHARGE='SUIV'`).

4 Traitement des cas 2DA et 3DA

Dans ces deux cas de figure, on a pu trouver un noeud de la liste des noeuds à rigidifier qui portait **tous** les degrés de liberté du solide. Soit A ce nœud, alors :

- En 2D : DX , DY , DRZ ;
- En 3D : DX , DY , DZ , DRX , DRY , DRZ

Soit un nœud M de la liste des nœuds à rigidifier quelconque. En théorie des petits déplacements, le mouvement d’un corps solide s’exprime par :

$$\boldsymbol{U}_M=\boldsymbol{U}_A+\boldsymbol{\theta}\wedge\mathbf{AM} \text{ où } \left\{\begin{array}{l}\boldsymbol{U}_A \text{ est le déplacement de A}\\ \boldsymbol{\theta} \text{ est le vecteur rotation du solide}\end{array}\right\} \quad (2)$$

4.1 Cas 2DA

On écrit les relations linéaires :

$$\forall M\neq A:\left\{\begin{array}{l}DX(M)-DX(A)+y\,DRZ(A)=0\\ DY(M)-DY(A)-x\,DRZ(A)=0\end{array}\right\} \quad avec\ \boldsymbol{AM}=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} \quad (3)$$
$$+\text{si } M \text{ porte DRZ}: DRZ(M)-DRZ(A)=0$$

4.2 Cas 3DA

$$\forall M \neq A : \begin{Bmatrix} DX(M) - DX(A) - DRY(A).z + DRZ(A).y = 0 \\ DY(M) - DY(A) - DRZ(A).x + DRX(A).z = 0 \\ DZ(M) - DZ(A) - DRX(A).y + DRY(A).x = 0 \end{Bmatrix}$$

$$+\text{si } M \text{ porte } DRX, DRY, \text{DRZ} : \begin{Bmatrix} DRX(M) - DRX(A) = 0 \\ DRY(M) - DRY(A) = 0 \\ DRZ(M) - DRZ(A) = 0 \end{Bmatrix}$$

5 Traitement des cas 2DB et 3DB

On distingue quatre cas de figure pour le nuage des noeuds « solidifiés » :

- Volumique : il existe au moins 4 noeuds non coplanaires (à un epsilon près) ;
- Plan : il existe au moins 3 noeuds non alignés (à un epsilon près) ;
- Segment: il existe au moins 2 noeuds non confondus (à un epsilon près) ;
- Ponctuel : tous les noeuds sont géométriquement confondus (à un epsilon près)

La routine qui détermine le cas de figure retourne également les 1, 2, 3 ou 4 noeuds qui permettent de « définir » le solide. Les relations cinématiques que l'on écrit dépendent (assez légèrement) du cas de figure.

Prenons l'exemple du cas « Plan » en 3D.

On dispose de trois noeuds A, B, C non alignés. On écrit que le carré des trois distances AB, AC et BC reste constant lors du mouvement. Ces trois relations sont non-linéaires. Elles sont quadratiques et on peut facilement les dériver pour obtenir le problème linéarisé tangent.

Pour chaque noeud (M) différent de A, B, C, on calcule les coordonnées barycentriques α, β et γ telles que :

$$M = \alpha A + \beta B + \gamma C \quad (4)$$

Puis, on écrit les trois relations linéaires :

$$U(M) = \alpha U(A) + \beta U(B) + \gamma U(C) \quad (5)$$

Au total, si le nuage comporte $n \geq 3$ noeuds, on écrit :

- Trois relations quadratiques (facilement linéarisables) ;
- $3(n-3)$ relations linéaires.

Le nuage avait $3\mathrm{n}$ degrés de liberté. On a écrit $3n-6$ relations indépendantes. Il lui reste six degrés de liberté, ce qui correspond au nombre de mouvements possibles pour un solide 3D.

Remarques :

- Pour le cas « segment » en 3D, par exemple, on écrit $3\mathrm{n}-5$ relations, ce qui veut dire que le solide n'a que cinq mouvements possibles, ce qui est normal car la rotation du solide autour de la droite est indéterminée ;
- Chaque solide n'engendre que peu de relations non-linéaires (au maximum six).