

## Comportements mécaniques pour les simulations numériques

---

### Résumé :

Le comportement du matériau est une donnée d'entrée incontournable dans la plupart des études mécaniques. Dans une simulation numérique ce comportement est pris en compte par l'intermédiaire d'un modèle plus ou moins complexe, supposé reproduire de façon suffisamment précise le comportement du matériau réel. Les paramètres contrôlant le modèle auront été ajustés au préalable à partir de données expérimentales.

Tout modèle étant une représentation simplifiée et inexacte de la réalité, il est essentiel de s'assurer que les choix de formulation ainsi que le jeu de paramètres choisi est pertinent pour l'ensemble du domaine de sollicitations caractérisant l'étude.

Dès que l'on sort des cas simples où l'on peut se contenter d'un comportement élastique linéaire ou d'un comportement plastique à écrouissage isotrope, le choix d'un modèle de comportement et son recalage pour un matériau donné est un processus long et délicat, qui nécessite de disposer de données expérimentales pertinentes qu'il n'est pas toujours facile de collecter.

Ce document est complémentaire à [U2.04.03] qui donne des conseils à un utilisateur souhaitant réaliser des calculs avec des comportements non-linéaires de type élasto-plastique ou élasto-visco-plastique pour choisir une loi adaptée aux modélisations envisagées.

## Table des Matières

---

1 Quelques rappels sur le comportement mécanique.....	3
1.1 Élasticité et plasticité.....	3
1.2 Influence de la température.....	3
1.3 Viscosité.....	4
1.4 Comportement cyclique.....	4
1.5 Restauration statique.....	6
1.6 Effet mémoire.....	6
1.7 Sur-écrouissage.....	7
1.8 Écrouissage isotrope et cinématique.....	7
2 Prise en compte du comportement mécanique dans les simulations numériques.....	8
3 Bibliographie.....	12
4 Historique des versions du document.....	12

## 1 Quelques rappels sur le comportement mécanique

En mécanique, on peut regrouper sous le terme « loi de comportement » les modèles qui régissent la relation entre les états locaux de contrainte et de déformation en prenant éventuellement en compte les états antérieurs.

Avant de parler de lois de comportement, il nous semble utile de rappeler rapidement les principaux phénomènes que l'on peut rencontrer en termes de comportement des matériaux, en mettant plus particulièrement l'accent sur le comportement des matériaux métalliques.

Afin d'approfondir le sujet, le lecteur pourra se reporter à divers ouvrages faisant référence dans le domaine, notamment [bib2] et [bib3].

### 1.1 Élasticité et plasticité

La loi de comportement la plus simple est l'élasticité linéaire qui correspond à la capacité du matériau à reprendre sa forme d'origine lorsque l'on supprime la sollicitation. La loi de comportement qui représente l'élasticité linéaire correspond à une relation de proportionnalité entre les contraintes et les déformations. Pour un grand nombre de matériaux, on pourra considérer l'élasticité comme isotrope (le coefficient de proportionnalité est le même quelle que soit la direction de sollicitation). Cependant certains matériaux (monocristaux, matériaux texturés) présentent des caractéristiques élastiques différentes selon la direction de la sollicitation.

Certains matériaux tels que les élastomères possèdent un comportement élastique non linéaire. Dans ce cas, les contraintes et les déformations ne sont plus reliées par une relation de proportionnalité, cependant le matériau reprend sa forme initiale lorsqu'il n'est pas sollicité.

Pour la plupart des matériaux (dont les matériaux métalliques) on observe un comportement élastique linéaire pour les sollicitations modérées. Lorsque l'on continue d'augmenter le chargement on crée progressivement une déformation plastique irréversible et l'on perd la relation de linéarité entre contrainte et déformation.

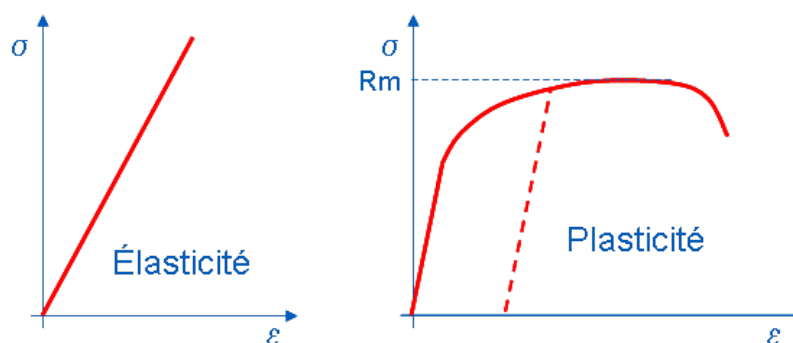


Figure 1.1-1 : Comportements élastique et plastique

### 1.2 Influence de la température

Lorsque l'on sollicite mécaniquement un même matériau à différents niveaux de température, on observe une évolution de sa réponse aussi bien dans le domaine élastique que dans le domaine plastique. Généralement, lorsque la température augmente, la déformation totale observée est plus importante pour un même niveau de contrainte.

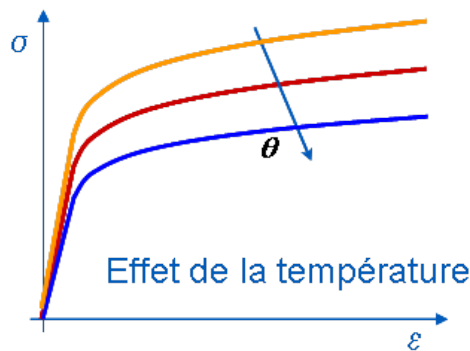


Figure 1.2-1 : Influence de la température

### 1.3 Viscosité

Si l'on sollicite un même matériau avec des vitesses de chargement différentes on obtient généralement des réponses mécaniques différentes dans le domaine plastique. La sensibilité à la vitesse de chargement traduit le caractère visqueux du matériau.

La viscosité se manifeste de façons différentes selon le type de sollicitation appliqué. Avec un chargement monotone croissant on s'intéressera au module d'écrouissage en fonction de la vitesse de chargement. On peut également appliquer un échelon de déformation sur le matériau, puis observer la décroissance progressive de la contrainte à déformation constante. On parle alors de relaxation. On peut également imposer un échelon de contrainte et observer une augmentation progressive de la déformation à contrainte constante. On parle alors de fluage.

On notera que la viscosité est généralement un mécanisme thermiquement activé. Il sera d'autant plus important que le matériau est à une température élevée. On peut parfois relever des dépendances à la température plus complexes. C'est par exemple le cas des aciers inoxydables austénitiques qui présentent une viscosité significative à température ambiante. Cette viscosité diminue lorsque la température croît et devient pratiquement nulle aux alentours de  $350^{\circ}\text{C}$  puis elle réapparaît et croît rapidement au-delà de  $450^{\circ}\text{C}$ .

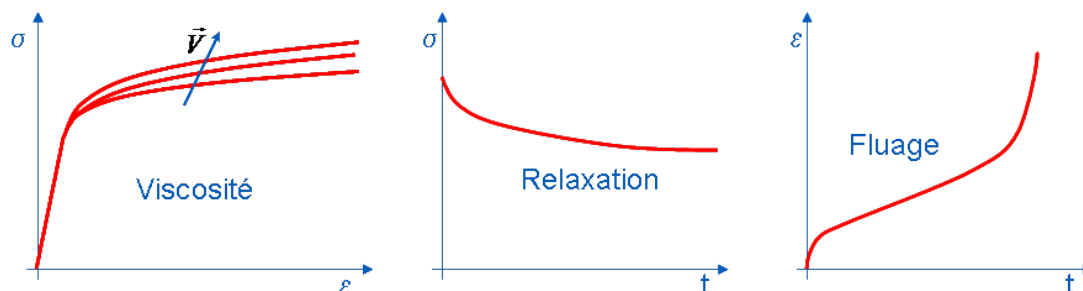


Figure 1.3-1 : Manifestation de la viscosité selon la nature de la sollicitation

### 1.4 Comportement cyclique

Les phénomènes décrits jusqu'à présent sont observables avec des chargements monotones. Lorsque la sollicitation appliquée est cyclique et que le niveau de sollicitation appliquée est suffisant pour engendrer une déformation plastique du matériau, on constate une évolution de la réponse mécanique au fil des cycles. Selon le matériau considéré cette évolution peut être de différentes natures.

Sous une sollicitation cyclique avec une amplitude de contrainte constante on observe une accumulation de déformation lors des premiers cycles. Si l'amplitude de contrainte est suffisamment élevée, on continue d'accumuler de la déformation à chaque cycle. On parle alors de déformation progressive qui peut conduire à la rupture rapide du matériau.

Si l'amplitude de contrainte appliquée est plus modérée on observe une stabilisation de la réponse cyclique. Selon le matériau (et l'amplitude de chargement) la stabilisation peut être de deux types. Si le cycle stabilisé présente de la plasticité, on parle d'accommodation du matériau. Si le cycle stabilisé est totalement élastique, on parle alors d'adaptation.

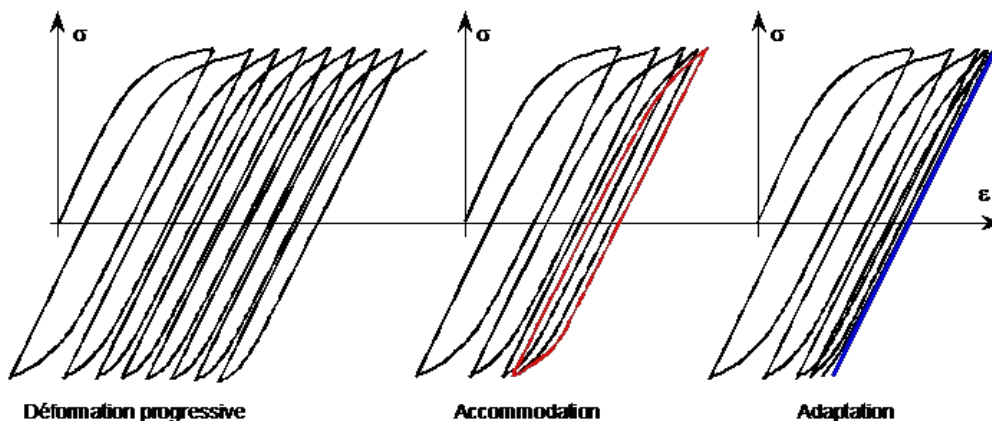
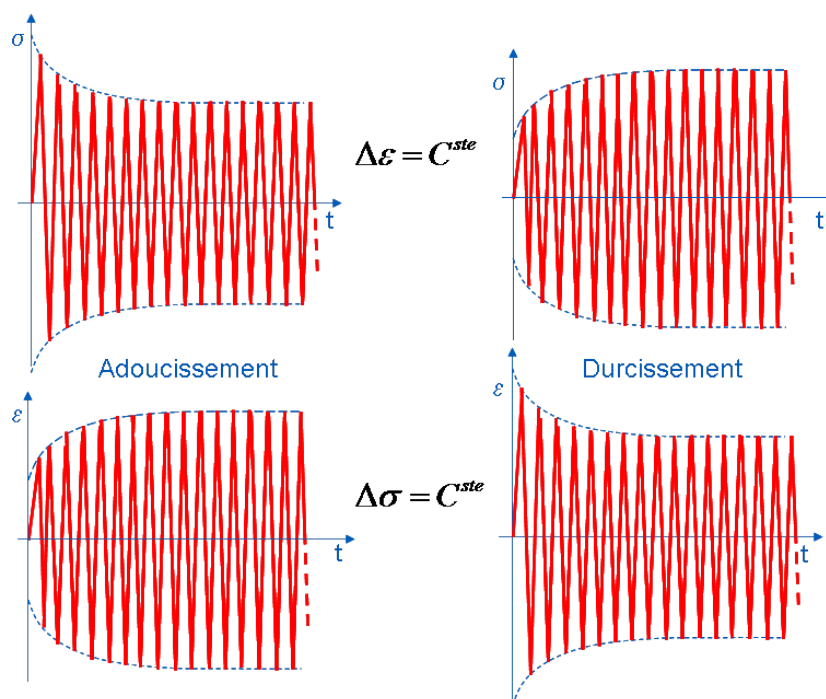


Figure 1.4-1 : Stabilisation de la réponse cyclique du matériau

Sous chargement cyclique, on observe généralement une évolution de l'enveloppe du trajet de chargement au fil des cycles du fait d'un cumul d'écroûissage. On peut classer les matériaux en deux catégories :

1. Les matériaux adoucissants lorsque l'amplitude de contrainte décroît pour un chargement à amplitude de déformation constante, ou lorsque l'amplitude de déformation augmente pour un chargement à amplitude de contrainte constante.
2. Les matériaux durcissants lorsque l'amplitude de contrainte augmente au fil des cycles pour un chargement à amplitude de déformation constante ou dont l'amplitude de déformation décroît pour un chargement à amplitude de contrainte constante.



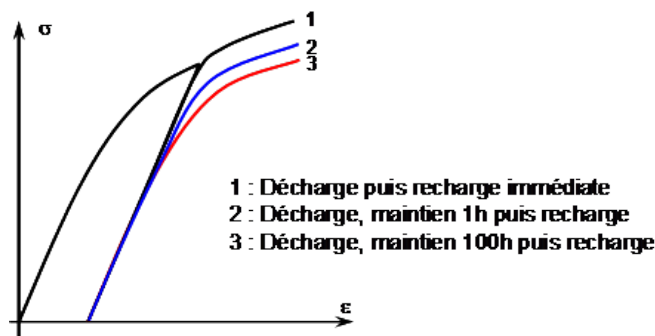
**Figure 1.4-2 : Durcissement et adoucissement cyclique**

Lorsque l'amplitude de chargement est constante, les phénomènes de durcissement ou d'adoucissement tendent à s'amortir avec le cumul des cycles pour atteindre une stabilisation de la réponse du matériau.

Si le matériau présente de la viscosité, la réponse du matériau à un chargement cyclique sera dépendante de la vitesse de sollicitation.

## 1.5 Restauration statique

Certains matériaux présentent également une sensibilité au temps dans le cas d'un chargement avec plastification suivi d'un déchargement puis d'une remise en charge. Si on laisse le matériau au repos un certain temps avant de faire la seconde mise en charge, on observe parfois un phénomène de restauration.



**Figure 1.5-1 : Le phénomène de restauration**

Si le rechargement est effectué immédiatement après la décharge, on observe un comportement élastique jusqu'à atteindre le niveau de contrainte maximum avant décharge, puis la courbe de réponse du matériau est dans le prolongement de la courbe initiale avant décharge.

Si le matériau est sensible à la restauration, et si on laisse le matériau au repos avant de le recharger, on observe une réponse du matériau qui sera intermédiaire entre la réponse initiale du matériau et la réponse obtenue lors d'une recharge immédiate. On constate donc que le matériau au repos perd progressivement la mémoire de l'écrouissage accumulé lors du premier chargement.

## 1.6 Effet mémoire

Sur certains matériaux métalliques, et plus particulièrement les alliages de structure cristalline *C.F.C.* (Cubique Face Centrée), on observe que le comportement cyclique conserve la mémoire du niveau de déformation maximum atteint au cours de la vie du matériau.

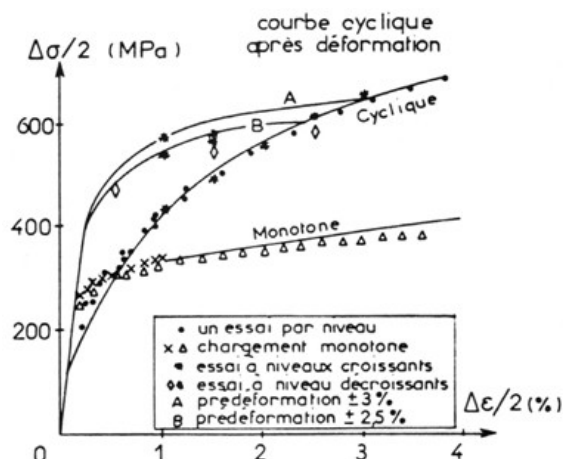


Figure 1.6-1 : L'effet mémoire d'érouissage

La Figure 1.6-1 décrit l'évolution de l'amplitude de contrainte en fonction de l'amplitude de déformation pour un nombre important d'essais cycliques sur un même matériau. Lorsque l'on sollicite un matériau initialement vierge, on obtient la courbe de consolidation cyclique repérée sur le diagramme. Si l'on effectue d'abord un érouissage du matériau jusqu'à un niveau de déformation relativement important puis que l'on cycle avec un chargement plus faible, la réponse correspond à un matériau plus « dur » comme le montrent les deux courbes A et B correspondant à des niveaux de pré-érouissage différents.

## 1.7 Sur-érouissage

La réponse mécanique du matériau peut parfois être très différente selon que le chargement est uniaxial ou qu'il est multi-axial non proportionnel. On parle alors de sur-érouissage multi axial. Ce phénomène est illustré par les deux figures suivantes. On soumet une éprouvette en acier 316L à un chargement combiné de traction et de torsion alternée (contrôlé en amplitude de déformation) avec un déphasage de  $90^\circ$  entre les deux sollicitations.

Les niveaux de contrainte atteints (représentés par les points rouges sur la partie droite de la figure) sont environ deux fois plus élevés que ceux qui seraient atteints sur une éprouvette sollicitée avec un chargement radial ou uni axial d'amplitude de déformation équivalente.

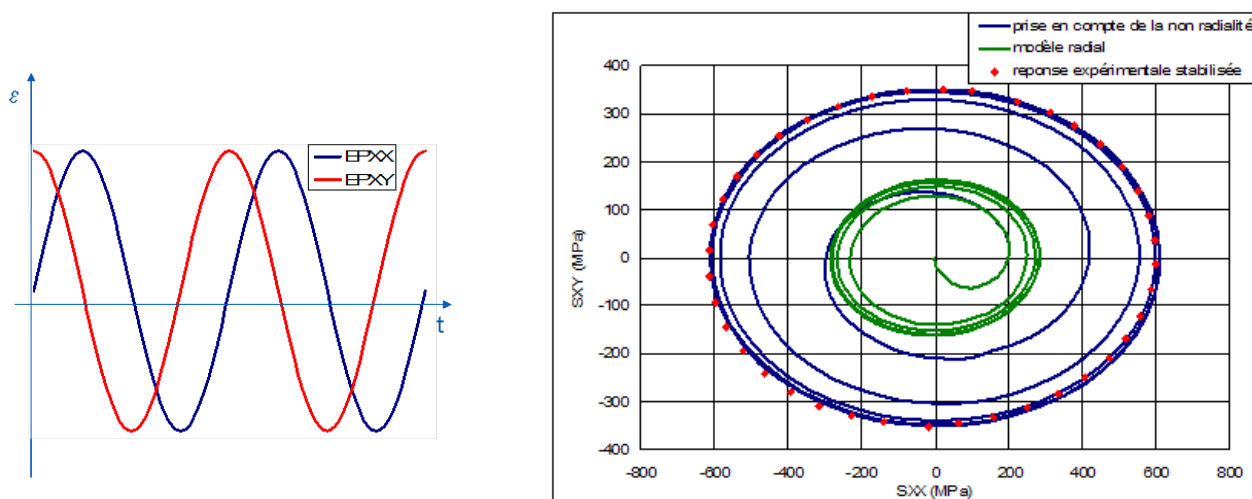


Figure 1.7-1 : Effet de sur-érouissage sous chargement multiaxial non radial

Cet essai a été simulé avec deux lois de comportement différentes. La courbe bleue correspond à un modèle de comportement capable de reproduire l'effet du sur-érouissage. La courbe verte est obtenue avec une loi de comportement similaire dans laquelle on a retiré la prise en compte du sur-érouissage. La seconde formulation prédit des amplitudes de contraintes nettement plus faibles, qui correspondent à la réponse du matériau pour un chargement radial.

## 1.8 Érouissage isotrope et cinématique

Lorsque le chargement dépasse la limite d'élasticité du matériau, nous avons vu précédemment que la plastification s'accompagne d'un érouissage qui modifie la réponse ultérieure du matériau en cas de décharge ou de chargement alterné.

Si l'on se place dans l'espace des contraintes on peut définir une surface seuil à l'intérieur de laquelle le matériau reste élastique. Lorsque le trajet de chargement atteint cette surface, on voit apparaître de la déformation plastique et la surface seuil s'adapte de telle sorte que le point de chargement reste sur la surface tant qu'il n'y a pas de décharge. L'adaptation de la surface de charge peut se faire selon deux modes distincts :

Si la surface se dilate tout en restant centrée sur l'origine (qui correspond à un état de contrainte nulle) on parle d'écroissage isotrope (voir Figure 1.8-1). L'écroissage isotrope correspond donc à une variation de taille du domaine élastique.

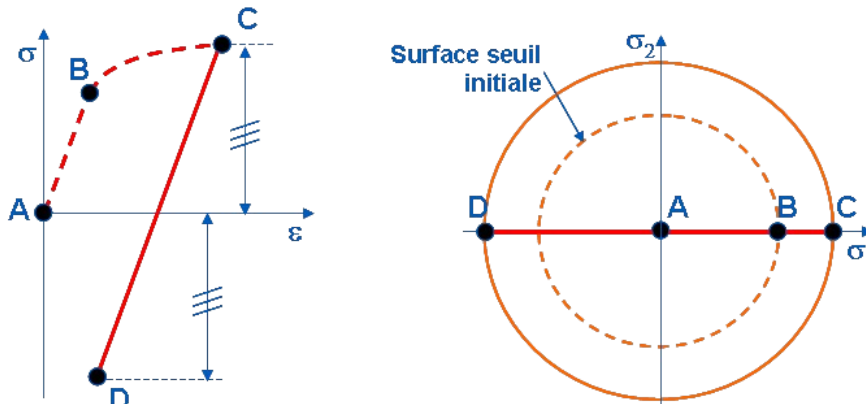


Figure 1.8-1 : Écroissage isotrope

Pour un chargement de traction suivi d'une décharge puis d'une compression, le matériau conservera un comportement élastique jusqu'à un niveau de compression équivalent au chargement maximum atteint en traction.

Si la surface de charge se déplace pour suivre le chargement on parle d'écroissage cinématique (voir Figure 1.8-2). Le domaine élastique conserve une taille constante et se translate pour suivre le chargement. Dans le cas d'un chargement de traction-compression alterné le domaine élastique correspondra au double de la limite d'élasticité initiale (en absence de contrainte résiduelle dans le matériau vierge).

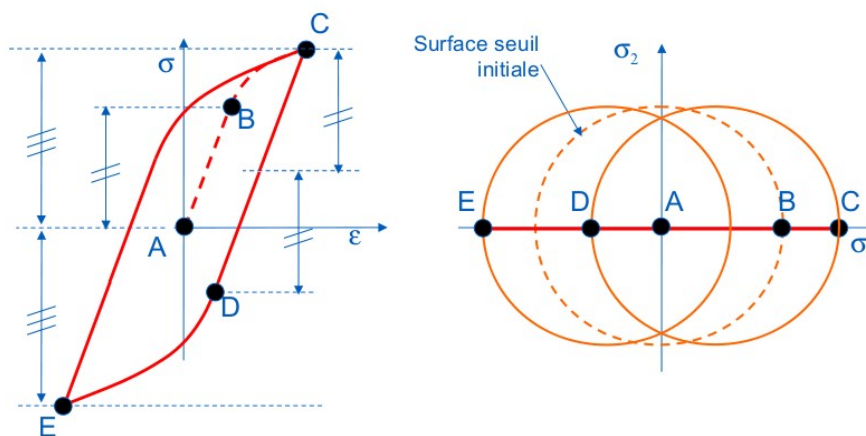


Figure 1.8-2 : Écroissage cinématique

Le comportement observé sur les matériaux réels correspond généralement à une combinaison d'écroissage cinématique et isotrope.

## 2 Prise en compte du comportement mécanique dans les simulations numériques

Dans bien des cas une loi de comportement élastique isotrope est suffisante, par exemple pour une étude de dimensionnement pour laquelle on se contente généralement de vérifier que la contrainte maximale ne dépasse pas une valeur seuil (limite d'élasticité, seuil d'endurance en fatigue, etc.). Les



seuls paramètres de comportement à définir sont le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ .

Pour les études anisothermes, il suffit de remplacer les paramètres scalaires  $E$  et  $\nu$  par des fonctions tabulées en température.

Lorsqu'il est nécessaire de prendre en compte le comportement plastique du matériau, la solution la plus simple est d'utiliser directement une courbe de traction uni-axiale expérimentale que l'on aura préalablement tabulée sous la forme d'une évolution de la contrainte en fonction de la déformation. Dans le code de calcul Code\_Aster des formulations telles que `VMIS_ISOT_TRAC` permettent lors de la résolution de généraliser la courbe uni-axiale à des trajets de chargements multi-axiaux.

Ce type de modèle présente l'avantage d'une mise en œuvre très simple dans la mesure où l'on s'affranchit de toute étape d'identification des paramètres d'une loi de comportement puisque l'on utilise directement une courbe de traction expérimentale. Il faut cependant garder à l'esprit que ces modèles intègrent implicitement l'hypothèse d'un comportement purement isotrope du matériau.

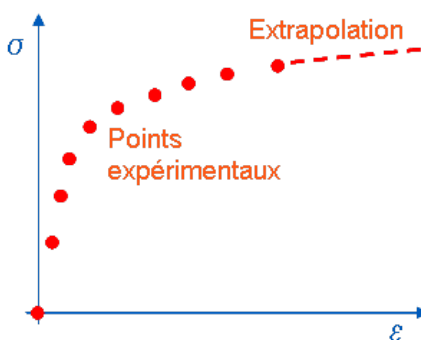
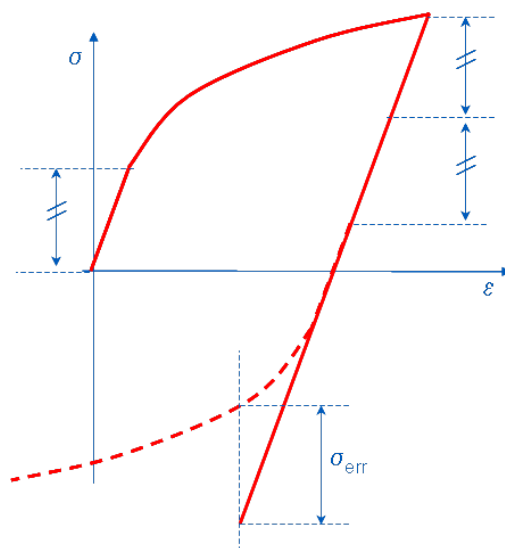


Figure 2-1 : Utilisation d'une courbe de traction comme modèle de comportement

Bien que les matériaux réels présentent généralement une part d'écroissage cinématique, l'approximation par un comportement purement isotrope n'est pas nécessairement pénalisante, sous réserve que le trajet de chargement en tout point de la structure étudiée respecte certaines conditions précisées ci-après.

Afin de mettre en évidence les limites de l'hypothèse de comportement isotrope, nous considérons le cas limite d'un matériau dont le comportement réel en écroissage est purement cinématique et nous considérons un point matériel soumis à un chargement uni-axial croissant puis décroissant. Tant que le trajet de chargement en tout point de la structure reste monotone, l'hypothèse d'isotropie n'a aucune incidence. Si l'on obtient une décharge locale modérée, le modèle reste pertinent. Cependant, si la décharge s'accroît, le modèle prédira une réponse élastique jusqu'à une contrainte de compression équivalente à la contrainte maximum de traction atteinte précédemment (la réponse du modèle est représentée par une courbe en trait continu sur la figure). La réponse réelle du matériau est représentée en trait pointillé. Si le matériau réel est purement cinématique, on constate que l'entrée en plasticité en compression se produit beaucoup plus tôt que ce que prévoit le modèle de comportement isotrope, et que l'écart entre la contrainte calculée et la contrainte réelle peut être significatif.



**Figure 2-2 : Écart entre comportement isotrope et comportement réel**

L'illustration présentée ici correspond à une situation très défavorable, notamment du fait que nous supposons un matériau dont le comportement réel est purement cinématique, mais il est important dans toute étude utilisant ce type de comportement d'être vigilant vis-à-vis de ce type d'erreur. Il faut souligner également qu'une faible décroissance du chargement global peut se traduire par une décharge beaucoup plus importante en certains points de la structure. Il est donc souhaitable de faire une vérification sur l'ensemble du champ de contraintes tout au long de la simulation.

Les simulations anisothermes sont relativement simples avec ce type de mise en données. On fournit au code de calcul plusieurs courbes de traction correspondant à des températures différentes et le code prend en charge l'interpolation en température entre les différentes courbes.

Si l'étude à réaliser nécessite de prendre en compte un comportement plus complexe que ceux que nous venons d'aborder dans le début de ce chapitre, il est nécessaire d'utiliser une loi de comportement s'appuyant sur une formulation mathématique (généralement sous la forme d'équation différentielle).

Plusieurs étapes sont alors nécessaires avant de réaliser la simulation numérique proprement dite :

- 1) Le choix de la formulation devra être effectué en cohérence avec les phénomènes physiques que l'on souhaite prendre en compte.
- 2) On collecte les données expérimentales pertinentes pour le calage du modèle avec pour objectif de couvrir au mieux le domaine de sollicitation subi par la structure (en complétant par des essais complémentaires si nécessaire).
- 3) On effectue ensuite l'identification des paramètres du modèle afin que la réponse numérique soit la plus proche possible des résultats expérimentaux.

Il est fréquent d'éviter tout le processus d'identification lorsque l'on dispose d'une loi et d'un jeu de paramètres obtenus dans une étude comparable sur le même matériau ou issus d'une thèse ou d'un article.

Dans ce cas, il est important de garder à l'esprit que, quelle que soit sa complexité, un modèle de comportement ne propose qu'une reproduction simplifiée et donc imparfaite de la réaction du matériau. Il n'est utilisable que sur un domaine de sollicitation mécanique limité, qui correspond généralement à la plage de sollicitation couverte par les données expérimentales utilisées pour son identification. La réutilisation d'une formulation et de paramètres préexistants peut donc s'avérer risquée si l'on ne dispose pas également d'information précise quant au domaine de validité de la loi que l'on souhaite utiliser.

A titre d'illustration on compare sur la figure 2-3 les trajets de chargements expérimentaux et simulés pour des chargements cycliques à différents niveaux d'amplitude. La loi de comportement utilisée a

été identifiée sur une plage d'amplitude de déformation totale comprise entre  $\pm 0,2\%$  et  $\pm 0,7\%$  (avec des essais à des chargements intermédiaires à  $\pm 0,3$  et  $\pm 0,5\%$ ). On peut donc considérer que cette plage d'amplitude correspond a priori au domaine de validité de la loi en termes d'amplitude de déformation.

L'essai le moins chargé a été réalisé sous une amplitude de  $\pm 0,15\%$ . Ce niveau est proche de la limite du domaine de validité et la loi de comportement semble pertinente malgré une légère extrapolation.

L'essai à  $\pm 0,4\%$  est situé dans le domaine de validité. L'interpolation entre les résultats à  $\pm 0,3$  et  $\pm 0,5\%$  utilisée pour l'identification s'avère satisfaisante.

Pour les deux essais à  $\pm 1\%$  et  $\pm 1,2\%$  on constate que l'extrapolation du modèle vers des amplitudes de chargement nettement supérieures à la limite du domaine de validité conduit à une sous-estimation significative de l'amplitude de contrainte simulée.

On retiendra que la connaissance (et le respect) du domaine de validité de la loi mise en œuvre sont des ingrédients essentiels quant à la qualité du résultat d'une simulation numérique. En cas d'absence d'informations précises sur le domaine de validité d'une loi « recyclée », il est fortement recommandé de confronter le modèle à quelques résultats expérimentaux bien choisis avant de l'utiliser dans une simulation.

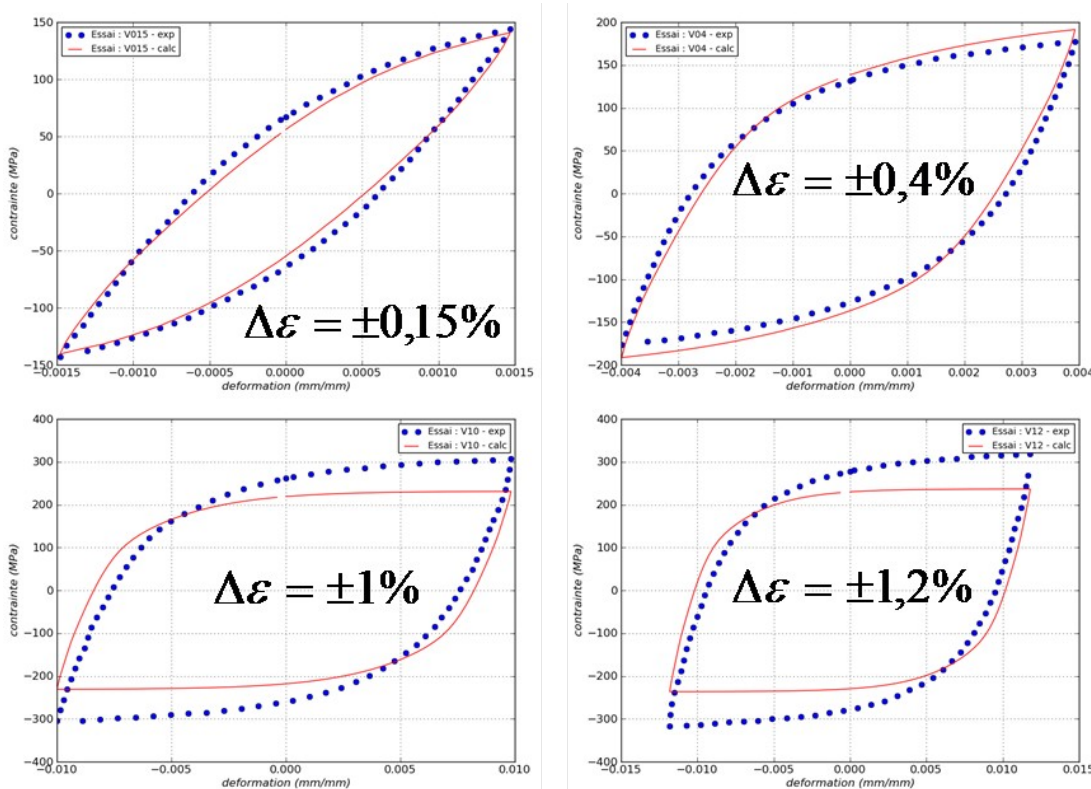


Figure 2-4 : Estimation de la robustesse d'une loi de comportement en cas d'extrapolation hors de son domaine de validité.

Pour des simulations anisothermes, plusieurs stratégies sont envisageables.

La plus simple consiste à disposer d'une loi de comportement isotherme pour laquelle on identifie des jeux de paramètres pour plusieurs niveaux de température. Au cours de la simulation, le code de calcul réalisera en chaque point d'intégration une interpolation linéaire en température pour chaque paramètre de la loi puis intégrera le comportement sur la base des paramètres interpolés. Cette solution est tout à fait satisfaisante, sous réserve de s'assurer que l'évolution de chaque paramètre en fonction de la température est raisonnablement régulière.

Une alternative plus élégante sur le plan thermodynamique consiste à intégrer les effets de la température directement dans la formulation de la loi de comportement. Cette approche peut s'avérer un peu plus complexe, mais elle permet notamment de proposer une interpolation plus fine (et pas nécessairement linéaire) du comportement entre les données expérimentales disponibles à température constante.

De façon générale, il est important lors d'une simulation anisotherme de s'assurer que la plage de température couverte ne comporte pas de changement de mécanisme de déformation pour le matériau considéré (ou de changement de phase). Si cela s'avère être le cas, le changement de mécanisme devra être pris en compte dans le modèle de comportement retenu.

D'autres paramètres peuvent influencer le comportement mécanique d'un matériau, tels que la teneur en eau (pour certains polymères ou pour les bétons) ou l'irradiation dont l'effet sur le comportement à très forte dose conduit à du gonflement, une activation du fluage et un durcissement de l'acier. L'influence de ces paramètres est généralement intégrée directement à la formulation de lois de comportement spécifiques.

## 3 Bibliographie

1. CURTIT F. : « Bilan des lois de comportement matériau utilisées dans les études de R&D et d'ingénierie portant sur les principaux composants du parc EDF » H-T24-2012-03041-FR
2. Jean LEMAITRE et Jean-Louis CHABOCHE ; « Mécanique des matériaux solides » ; Éditions DUNOD
3. Dominique FRANCOIS, André PINEAU et André ZAOUI ; « Comportement mécanique des matériaux » ; Édition HERMES
4. [U2.04.03] « Choix du comportement élasto-(visco)-plastique »

## 4 Historique des versions du document

Version Aster	Auteur(s) ou contributeur(s), organisme	Description des modifications
11.3	F. CURTIT EDF/R&D	Version initiale issue du document H-T24-2012-03041-FR