Opérateur POST_FATIGUE

1 But

Calculer, en un point, le dommage de fatigue d'une structure soumise à une histoire de chargement.

A la différence de `CALC_FATIGUE`, `POST_FATIGUE` n'opère pas sur un champ mais sur un « signal » préalablement extrait d'un calcul ou définit par ailleurs.

Les diverses méthodes disponibles [R7.04.01] sont :

méthodes basées sur des essais uni-axiaux : méthodes de Wöhler, Manson-Coffin et Taheri
Ces méthodes ont pour point commun de déterminer une valeur de dommage à partir de l'évolution au cours du temps d'une composante scalaire caractérisant, pour le calcul du dommage, l'état de contraintes ou de déformations de la structure. Pour ce faire, il faut extraire, par une méthode de comptage de cycles, les cycles élémentaires de chargement subis par la structure, déterminer le dommage élémentaire associé à chaque cycle et déterminer le dommage total par une règle de cumul linéaire,
méthode de Lemaître généralisée
Cette méthode permet de calculer le dommage (de Lemaître ou de Lemaître-Sermage) à partir de la donnée du tenseur des contraintes et de la déformation plastique cumulée,
critères de fatigue multi-axial
Ces critères s'appliquent à des chargements uni-axiaux ou multi-axiaux périodiques ou non-périodiques. Ils fournissent une valeur de critère indiquant s'il y a dommage ou non, et également des valeurs du dommage et nombre de cycle à la rupture.

La commande produit un concept de type `table`.

2 Syntaxe

```
tabl_post_fatig = POST_FATIGUE   (

#   si chargement purement uni-axial (ou considéré comme uni-axial)

    ♦  /  CHARGEMENT = 'UNIAXIAL' ,

       ♦  HISTOIRE  = _F  (
                          ♦  /  SIGM  =  histsigm   /  [fonction]
                                                    /  [formule]
                             /  EPSI  =  histepsi   /  [fonction]
                                                    /  [formule]
                          ),

       ♦  COMPTAGE     =  /  'RAINFLOW' ,
                          /  'RAINFLOW_ MAX ' ,
                          /  'RCCM' ,
                          /  'NATUREL' ,

       ◊  DELTA_OSCI   =  /  delta ,                     [R]
                          /  0. ,                        [DEFAUT]

       ◊  COEF_MULT = _F  (  ♦  KT  =  kt ),             [R]

       ◊  CORR_KE      =  'RCCM',

       ◊  DOMMAGE      =  /  'WOHLER' ,
                          /  'MANSON_COFFIN' ,
                          /  'TAHERI_MANSON' ,
                          /  'TAHERI_MIXTE' ,

       ◊  MATER        =  mater ,

       ◊  CORR_SIGM_MOYE  =  /  'GOODMAN' ,
                             /  'GERBER'  ,

       ◊  TAHERI_NAPPE    =  fnappe ,                    /[nappe]
                                                         /[formule]
       ◊  TAHERI_FONC     =  ffonc  ,                    /[fonction]
                                                         /[formule]

       ◊  CUMUL           =  'LINEAIRE' ,
```

si chargement périodique (pour fatigue à grands nombres de cycles et pour des cycles périodiques)

```
♦ / CHARGEMENT = 'MULTIAXIAL' ,

    ♦  TYPE_CHARGE =  /  'PERIODIQUE',
                      /  'NON_PERIODIQUE',

    ♦  HISTOIRE = _F(
                     ◊  SIGM_XX  =  fxx ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  SIGM_YY  =  fyy ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  SIGM_ZZ  =  fzz ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  SIGM_XY  =  fxy ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  SIGM_XZ  =  fxz ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  SIGM_YZ  =  fyz ,           / [fonction]
                                                    / [formule]

                     ◊  EPS_XX  =  fxx  ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPS_YY  =  fyy  ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPS_ZZ  =  fzz  ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPS_XY  =  fxy  ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPS_XZ  =  fxz  ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPS_YZ  =  fyz  ,           / [fonction]
                                                    / [formule]

                     ◊  EPSP_XX  =  fxx ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPSP_YY  =  fyy ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPSP_ZZ  =  fzz ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPSP_XY  =  fxy ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPSP_XZ  =  fxz ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                     ◊  EPSP_YZ  =  fyz ,           / [fonction]
                                                    / [formule]
                 )

    ◊  MATER    =  mater  ,                            [mater]

    ◊  DOMMAGE  =   /  'WOHLER',
                    /  'MANSON_C',
                    /  'FORM_VIE',

       # Si DOMMAGE = 'FORM_VIE'
       ♦  FORMULE_VIE = for_vie,               /  [formule]
                                               /  [fonction]
```

```
            # Finsi

         ◊  COEF_CORR =   /   corr    ,                           [R]
         ◊  COEF_PREECROU = / co_pre  ,                           [R]
                            / 1.,                                 [DEFAUT]

      # Si TYPE_CHARGE = 'PERIODIQUE'

         ♦  CRITERE       =  /   'MATAKE_MODI_AC',
                             /   'DANG_VAN_MODI_AC',
                             /  'FORMULE_CRITERE',
                             /   'CROSSLAND' ,
                             /   'PAPADOPOULOS' ,

         ◊  METHODE       =  /   'CERCLE_EXACT',

         # Si CRITERE = 'FORMULE_CRITERE'

            ♦  FORMULE_GRDEQ    =   for_grd,                       /   [formule]
            ◊  FORMULE_CRITIQUE =   for_grd,                       /   [formule]

         # Finsi
      # Finsi

      # Si TYPE_CHARGE = 'NON_PERIODIQUE'

         ♦  CRITERE       =  /   'MATAKE_MODI_AV',
                             /   'DANG_VAN_MODI_AV',
                             /   'FATESOCI_MODI_AV',
                             /  'FORMULE_CRITERE',

         ♦  PROJECTION    =  /   'UN_AXE',
                             /   'DEUX_AXES',

         ◊  DELTA_OSCI    =  /   delta,                   [R]
                             /   0.,                      [DEFAUT]
         # Si CRITERE = 'FORMULE_CRITERE'

            ♦  FORMULE_GRDEQ    =   for_grd,                       /   [formule]
         # Finsi

      # Finsi

   #   Finsi
```

```
#   si chargement quelconque (endommagement de Lemaitre ou de Lemaitre-Sermage)
♦   /   CHARGEMENT = 'QUELCONQUE' ,
        ♦   HISTOIRE = _F(
                      ♦   SIGM_XX  =  fxx  ,           / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ♦   SIGM_YY  =  fyy  ,           / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ♦   SIGM_ZZ  =  fzz  ,           / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ♦   SIGM_XY  =  fxy  ,           / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ◊   SIGM_XZ  =  fxz  ,           / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ◊   SIGM_YZ  =  fyz,             / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ♦   EPSP     =  p,               / [fonction]
                                                       / [formule]
                      ♦   TEMP     =  temp ,           / [fonction]
                                                       / [formule]
                  )
        ◊   DOMMAGE      =  'LEMAITRE' ,
        ♦   MATER        =  mater ,
        ◊   CUMUL        =  'LINEAIRE' ,
#   Finsi
        ◊   INFO         =  /  1,                  [DEFAUT]
                            /  2,
        ◊   TITRE        =  titre                  [l_Kn]
                                  )
```

3 Opérandes

3.1 Opérande CHARGEMENT

Ce mot clé permet à l'utilisateur de préciser le type de chargement traité. Le chargement peut être 'UNIAXIAL', 'MULTIAXIAL' ou 'QUELCONQUE'. À chaque chargement correspond sa (ou ses) méthode(s) d'évaluation du dommage par fatigue.

Remarque : Lorsque le chargement est muti-axial, il suffit de donner l'histoire du chargement sur une période ou un bloc des cous-cycles. Dans le cas où le chargement est quelconque, il faut fournir l'ensemble de l'histoire du chargement.

3.2 Opérandes spécifiques au calcul de type UNIAXIAL

3.2.1 Opérande HISTOIRE

L'histoire de chargement peut être l'évolution d'une valeur de contrainte ou de déformation uni-axiale au cours du temps,

Remarque :

Cela ne signifie pas que le chargement ne peut pas être multi-axial, mais seulement que pour le calcul du dommage, le chargement est caractérisé par l'évolution d'une composante scalaire, au cours du temps (Von-Mises signé, invariant d'ordre 2 signé, …). C'est l'évolution de cette composante scalaire que l'utilisateur doit fournir à la commande POST_FATIGUE .

3.2.1.1 Opérande SIGM

◊ SIGM = histsigm,

Nom de la fonction ou de la formule décrivant l'histoire du chargement en contraintes en un point. C'est une fonction ou une formule du paramètre INST, qui donne l'évolution au cours du temps d'une composante scalaire caractérisant l'état de contraintes de la structure.

Cet opérande est obligatoire pour le calcul du dommage par une méthode de WOHLER.

3.2.1.2 Opérande EPSI

◊ EPSI = histepsi,

Nom de la fonction ou de la formule décrivant l'histoire du chargement en déformations en un point. C'est une fonction ou une formule du paramètre INST, qui donne l'évolution au cours du temps d'une composante scalaire caractérisant l'état de déformations de la structure.

Cet opérande est obligatoire pour le calcul du dommage par les méthodes de MANSON_COFFIN ou TAHERI_MANSON ou TAHERI_MIXTE .

3.2.2 Opérande COMPTAGE

♦ COMPTAGE =

Pour pouvoir calculer le dommage subi par une structure, il faut préalablement extraire les cycles élémentaires de l'histoire de chargement. Pour cela de nombreuses méthodes sont disponibles. Dans *Code_Aster*, trois méthodes ont été programmées.

/ 'RAINFLOW' ,

Méthode de comptage des étendues en cascade ou méthode de RAINFLOW (recommandation AFNOR A03-406 de novembre 1993) pour l'extraction des cycles élémentaires de l'histoire de chargement [R7.04.01].

/ 'RAINFLOW_MAX' ,

Cette méthode est similaire à celle de Rainflow excepte le fait que le cycle élémentaire dont amplitude est maximum est placé au début de l'histoire de chargement pour prendre en compte des effets des surcharges.

/ `'RCCM' ,`

Méthode du RCC-M [R7.04.01].

/ `'NATUREL' ,`

Méthode dite naturelle qui consiste à générer les cycles dans l'ordre de leur application [R7.04.01].

Dans le cas spécial où l'histoire de chargement est constante (par exemple, chargement moyen appliqué), Code_Aster va compter l'histoire de chargement entière comme un cycle d'amplitude nulle.

3.2.3 Opérande **DELTA_OSCI**

◊ `DELTA_OSCI = delta,`

Filtrage de l'histoire du chargement. Dans tous les cas, si la fonction reste constante ou décroissante sur plus de deux points consécutifs on supprime les points intermédiaires pour ne garder que les deux points extrêmes. Puis, on supprime de l'histoire de chargement les points pour lesquels la variation de la valeur de la contrainte est inférieure à la valeur `delta`. Par défaut `delta` est égal à zéro, ce qui revient à garder toutes les oscillations du chargement, même celles de faible amplitude.

Il est noté que si le mot-clé **COEF_MULT** et **DELTA_OSCI** sont tous présents, Code_Aster va appliquer d'abord **COEF_MULT** et ensuite **DELTA_OSCI**.

Exemple : Considérons l'histoire de chargement suivante :

N° point	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Instant	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
Chargement	4.	7.	2.	10.	9.6	9.8	5.	9.	3.	4.	2.	2.4	2.2	12.	5.
N° point	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
Instant	15.	16.	17.	18.	19.	20.	21.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.	
Chargement	11.	1.	4.	3.	10.	6.	8.	12.	4.	8.	1.	9.	4.	6.	

L'extraction des pics de cette histoire de chargement, avec une valeur de $delta$ de $0{,}9$ conduit à détruire toutes les oscillations d'amplitude inférieure à 0,9. Ce qui conduit à l'histoire de chargement suivante :

N° point	1	2	3	4	7	8	9	10	11	14	15	16	17	18	19
Instant	0.	1.	2.	3.	6.	7.	8.	9.	10.	13.	14.	15.	16.	17.	18.
Chargement	4.	7.	2.	10.	5.	9.	3.	4.	2.	12.	5.	11.	1.	4.	3.
N° point	20	21	23	24	25	26	27	28	29						
Instant	19.	20.	22.	23.	24.	25.	26.	27.	28.						
Chargement	10.	6.	12.	4.	8.	1.	9.	4.	6.						

On a supprimé :

- le point 5 car $\Delta\sigma=|\sigma(5)-\sigma(4)|<0{,}9$,
- le point 6 car $\Delta\sigma=|\sigma(6)-\sigma(4)|<0{,}9$,
- le point 12 car $\Delta\sigma=|\sigma(12)-\sigma(11)|<0{,}9$,

- le point 13 car $\Delta\sigma=|\sigma(13)-\sigma(11)|<0{,}9$.

De même on supprime le point 22 car l'histoire de chargement est croissante entre les points 21, 22 et 23 et donc on ne garde que les points extrêmes.

3.2.4 Mot clé `COEF_MULT`

◊ `COEF_MULT = _F`

Ce mot clé facteur regroupe les coefficients d'amplification de l'histoire de chargement. Pour l'instant, un seul coefficient multiplicateur de l'histoire de chargement est disponible : le coefficient de concentration de contraintes `KT`.

Des valeurs du coefficient de concentration de contraintes sont disponibles dans le RCC_M.

3.2.4.1 Opérande `KT`

◊ `KT = kt`

`kt` est le coefficient de concentration de contraintes qui dépend de la géométrie de la pièce, de la géométrie d'un éventuel défaut et du type de chargement. Ce coefficient est utilisé pour appliquer à l'histoire de chargement "filtrée" une homothétie de rapport `kt`.

Il est noté que si le mot-clé **`COEF_MULT`** et **`DELTA_OSCI`** sont tous présents, Code_Aster va appliquer d'abord **`COEF_MULT`** et ensuite **`DELTA_OSCI`.**

3.2.5 Opérande `CORR_KE`

◊ `CORR_KE = 'RCCM' ,`

Cet opérande permet de tenir compte d'un coefficient de concentration élasto-plastique, K_e qui est défini par le RCC-M comme étant le rapport entre l'amplitude de déformation réelle et l'amplitude de déformation déterminée par une analyse élastique.

$$\begin{cases} K_e=1 & \text{si} & & & Ds & <3\mathrm{S}_m \\ K_e=1+(1-n)\left(\dfrac{\Delta\sigma}{3.S_m}-1\right)/(n(m-1)) & \text{si} & 3\mathrm{S}_m & < & Ds & <3\mathrm{mS}_m \\ K_e=1/n & \text{si} & 3\mathrm{mS}_m & < & Ds & \end{cases}$$

où S_m est la contrainte maximale admissible et n et m deux constantes dépendant du matériau.

Les valeurs S_m, n et m sont fournies dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01] sous le mot clé facteur `FATIGUE` et les opérandes `SM_KE_RCCM`, `N_KE_RCCM` et `M_KE_RCCM`.

3.2.6 Opérande `DOMMAGE`

Pour calculer le dommage subi par une structure en un point, diverses méthodes sont disponibles [R7.04.01]. Méthodes basées sur des essais uni-axiaux : méthode de Wöhler, méthode de Manson-Coffin, méthodes de Taheri. Ces méthodes ont pour point commun de déterminer une valeur de dommage à partir de l'évolution au cours du temps d'une **composante scalaire** caractérisant l'état de contrainte ou de déformation de la structure.

Cela ne signifie pas que l'état de contraintes ne peut pas être multi-axial, mais seulement que pour le calcul du dommage on a choisi une composante uni-axiale caractérisant l'état de contrainte ou de déformation (contrainte de Von-Mises signée, invariant d'ordre 2 signé du tenseur des déformations, …).

Les méthodes de Manson-Coffin et de Taheri utilisent les déformations engendrées par le chargement.

La méthode de Wöhler utilise les contraintes engendrées par le chargement.

◊ `DOMMAGE = 'WOHLER' ,`

Pour une histoire de contraintes associée à un chargement uniaxial, le nombre de cycles à la rupture est déterminé à l'aide de la courbe de Wöhler du matériau $\left(N_{rupt}=\mathrm{WOHLER}\left(\frac{\Delta\sigma}{2}\right)\right)$.

La courbe de Wöhler du matériau doit être introduite dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01] sous une des trois formes mathématiques possibles [R7.04.01] :

- fonction discrétisée point par point (mot clé facteur `FATIGUE`, opérande `WOHLER`),
- forme analytique de Basquin (mot clé facteur `FATIGUE`, opérandes `A_BASQUIN` et `BETA_BASQUIN`),
- forme « zone courante » (mot clé facteur `FATIGUE`, opérandes `E_REFE`, `A0`, `A1`, `A2`, `A3` et `SL` et mot clé facteur `ELAS` opérande `E`).

Remarque sur les courbes de fatigue :

> *Pour les petites amplitudes de contraintes, le problème du prolongement de la courbe de fatigue peut se poser : par exemple, pour les courbes de fatigue du RCC-M au-delà de 10^6 cycles, la contrainte correspondante, $180\,MPa$ est considérée comme limite d'endurance, c'est-à-dire que toute contrainte inférieure à $180\,MPa$ doit produire un facteur d'usage nul ou un nombre de cycles admissible infini.*
> *La méthode adoptée ici correspond à cette notion de limite d'endurance : si l'amplitude de contrainte est inférieure à la première abscisse de la courbe de fatigue, alors on prend un facteur d'usage nul c'est-à-dire un nombre de cycles admissible infini.*

◊ `DOMMAGE = 'MANSON_COFFIN' ,`

Pour une histoire de chargement uniaxiale de type déformations, le nombre de cycles à la rupture est déterminé à l'aide de la courbe de Manson-Coffin du matériau $\left(N_{rupt}=\mathrm{MANSON\_COFFIN}\left(\frac{\Delta\varepsilon}{2}\right)\right)$.

La courbe de Manson-Coffin du matériau doit être introduite dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01] (mot clé facteur `FATIGUE`, opérande `MANSON_COFFIN`).

◊ `DOMMAGE = 'TAHERI_MANSON' ,`

Cette méthode de calcul du dommage ne s'applique qu'à des chargements en déformations.

Soient n cycles élémentaires (extraits par une méthode de comptage) de demi-amplitude $\frac{\Delta\varepsilon_1}{2},\cdots,\frac{\Delta\varepsilon_n}{2}$.

La valeur du dommage élémentaire du premier cycle est déterminée par interpolation sur la courbe de Manson-Coffin du matériau.

Le calcul du dommage élémentaire des cycles suivants est effectué par l'algorithme décrit ci-dessous :

- Si $\frac{\Delta\varepsilon_{i+1}}{2}\geqslant\frac{\Delta\varepsilon_i}{2}$

  le calcul du dommage élémentaire du cycle $(i+1)$ est déterminé par interpolation sur la courbe de Manson-Coffin du matériau,

- Si $\frac{\Delta\varepsilon_{i+1}}{2}<\frac{\Delta\varepsilon_i}{2}$

on détermine :

$$\frac{\Delta \sigma_{i+1}}{2} = \text{Fnappe}\left(\frac{\Delta \varepsilon_{i+1}}{2}, \underset{j<i}{\text{Max}}\left(\frac{\Delta \varepsilon_j}{2}\right)\right)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon^*_{i+1}}{2} = \text{Ffonc}\left(\frac{\Delta \sigma_{i+1}}{2}\right)$$

où :

`Fnappe` est une nappe introduite sous l'opérande `TAHERI_NAPPE`,

`Ffonc` est une fonction introduite sous l'opérande `TAHERI_FONC`.

La valeur du dommage du cycle $(i+1)$ est obtenue par interpolation de $\frac{\Delta \varepsilon^*_{i+1}}{2}$ sur la courbe de Manson-Coffin du matériau.

$N_{rupt_{i+1}}$ est le nombre de cycles à la rupture du cycle $(i+1)$

$$N_{rupt_{i+1}} = \text{MANSON\_COFFIN}\left(\frac{\Delta \varepsilon^*_{i+1}}{2}\right)$$

et Dom_{i+1} est le dommage du cycle $(i+1) = \frac{1}{N_{rupt_{i+1}}}$.

La courbe de Manson-Coffin du matériau doit être introduite dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01] (mot clé facteur `FATIGUE`, opérande `MANSON_COFFIN`).

◊ `DOMMAGE = 'TAHERI_MIXTE' ,`

Cette méthode de calcul du dommage ne s'applique qu'à des chargements en déformations.

Soient n cycles élémentaires (extraits par une méthode de comptage) de demi-amplitude $\frac{\Delta \varepsilon_1}{2}, \ldots, \frac{\Delta \varepsilon_n}{2}$.

La valeur du dommage élémentaire du premier cycle est déterminée par interpolation sur la courbe de Manson-Coffin du matériau.

Le calcul du dommage élémentaire des cycles suivants est effectué par l'algorithme décrit ci-dessous :

- Si $\frac{\Delta \varepsilon_{i+1}}{2} \geqslant \frac{\Delta \varepsilon_i}{2}$

  le calcul du dommage élémentaire du cycle $(i+1)$ est déterminé par interpolation sur la courbe de Manson-Coffin.

- Si $\frac{\Delta \varepsilon_{i+1}}{2} < \frac{\Delta \varepsilon_i}{2}$

  on détermine :

$$\frac{\Delta \sigma_{i+1}}{2} = \text{Fnappe}\left(\frac{\Delta \varepsilon_{i+1}}{2}, \underset{j<i}{\text{Max}}\left(\frac{\Delta \varepsilon_j}{2}\right)\right)$$

  où `Fnappe` est une nappe introduite sous l'opérande de `TAHERI_NAPPE`.

La valeur du dommage du cycle $(i+1)$ est obtenue par interpolation de $\frac{\Delta \sigma_{i+1}}{2}$ sur la courbe de Wöhler du matériau.

$N_{rupt_{i+1}}$ est le nombre de cycles à la rupture du cycle $(i+1)$

$$N_{rupt_{i+1}} = \mathrm{WOHLER}\left(\frac{\Delta \sigma_{i+1}}{2}\right)$$

et Dom_{i+1} est le dommage du cycle $(i+1) = \frac{1}{N_{rupt_{i+1}}}$.

Cette méthode nécessite les données de la courbe de Wöhler et de la courbe de Manson-Coffin du matériau qui doivent être introduites dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01] (mot clé facteur `FATIGUE`).

3.2.7 Opérande MATER

♦ `MATER = mater,`

Permet de spécifier le nom du matériau `mater` créé par `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01].

Le matériau `mater` doit contenir les valeurs de toutes les données matériaux nécessaires au calcul du dommage.

3.2.8 Opérande CORR_SIGM_MOYE

```
◊ CORR_SIGM_MOYE =    /  'GOODMAN' ,
                      /  'GERBER'  ,
```

Cet opérande n'est utilisé que dans le cas du calcul du dommage par la méthode de `WOHLER`.

Si la pièce n'est pas soumise à des contraintes alternées pures ou symétriques, c'est-à-dire si la contrainte moyenne du cycle n'est pas nulle, on peut pondérer la courbe de Wöhler pour calculer le nombre de cycles effectifs à la rupture à l'aide du diagramme de Haigh [R7.04.01].

A partir d'un cycle $\left(S_{alt}, \sigma_m\right)$ identifié dans le signal, on calcule la valeur de la contrainte alternée corrigée S'_{alt} .

Si l'on utilise la droite de Goodman

$$S'_{alt} = \frac{S_{alt}}{1 - \frac{\sigma_m}{S_u}}$$

Si l'on utilise la parabole de Gerber

$$S'_{alt} = \frac{S_{alt}}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2}$$

La valeur de la limite à la rupture du matériau S_u doit être introduite dans l'opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01] (mot clé facteur `RCCM`, opérande `SU`).

3.2.9 Opérande TAHERI_NAPPE

◊ `TAHERI_NAPPE = fnappe,`

Cet opérande permet de spécifier le nom d'une nappe.

$\mathrm{Fnappe}=\left(\frac{\Delta\,\varepsilon}{2},\varepsilon_{max}\right)$ nécessaire au calcul du dommage par les méthodes TAHERI_MANSON et TAHERI_MIXTE.

La nappe doit avoir pour paramètres X et $EPSI$. Le paramètre X correspond à la déformation maximale atteinte lors d'un éventuel pré-écrouissage.

La nappe introduite sous l'opérande TAHERI_NAPPE est la courbe d'écrouissage cyclique avec pré-écrouissage du matériau.

La courbe d'écrouissage cyclique sans pré-écrouissage, donnée sous le mot-clé TAHERI_FONC, doit être obligatoirement une des courbes définissant la nappe. Cette courbe doit être donnée pour $X=0$.

3.2.10 Opérande TAHERI_FONC

◊ TAHERI_FONC = ffonc,

Cet opérande permet de spécifier le nom d'une fonction $\mathrm{Ffonc}=\left(\frac{\Delta\,\sigma}{2}\right)$ nécessaire au calcul du dommage par la méthode TAHERI_MANSON .

Le paramètre de cette fonction doit être SIGM.

Cette fonction est la courbe d'écrouissage cyclique du matériau.

3.2.11 Opérande CUMUL

◊ CUMUL = 'LINEAIRE' ,

Les méthodes de WOHLER, MANSON_COFFIN et TAHERI calculent une valeur de dommage pour chaque cycle élémentaire extrait du chargement uni-axial introduit par l'utilisateur.

L'opérande CUMUL permet de demander le calcul du dommage total subi par la structure en un point.

La seule règle disponible est la règle de Miner, qui consiste à sommer tous les dommages élémentaires $D=\sum_i D_i$.

3.3 Opérandes spécifiques au calcul de type MULTIAXIAL

3.3.1 Opérande TYPE_CHARGE

Cet opérande permet de spécifier le type de chargement appliqué à la structure :

- PERIODIQUE, le chargement est périodique ;
- NON_PERIODIQUE, le chargement est non périodique.

3.3.2 Opérande HISTOIRE

Ce mot clé regroupe toute la phase de définition de l'histoire de chargement. L'histoire de chargement peut être l'évolution du tenseur de contraintes, déformation totale et déformation plastique au cours du temps.

On note qu'au moins une type du chargement (contrainte, déformation totale, déformation plastique) doit être fournie. Pour une type du tenseur, il faut fournir tou te s les six composantes.

Dans cet opérateur, la déformation élastique = la déformation totale - la déformation plastique. Pour le critère qui demande la déformation élastique, la demande de la déformation totale est obligatoire. Si l'on ne renseigne pas la déformation plastique, on prendra la valeur zéro.

3.3.2.1 Opérandes SIGM_XX / SIGM_YY / SIGM_ZZ / SIGM_XY / SIGM_XZ / SIGM_YZ

Noms des fonctions ou des formules décrivant l'histoire de chaque composante du tenseur des contraintes au cours du temps. Chaque fonction ou formule dépend du paramètre `INST`. Toutes les fonctions ou formules doivent être définies pour les mêmes instants.

3.3.2.2 Opérandes EPS_XX / EPS_YY / EPS_ZZ / EPS_XY / EPS_XZ / EPS_YZ

Noms des fonctions ou des formules décrivant l'histoire de chaque composante du tenseur des déformations totales au cours du temps. Chaque fonction ou formule dépend du paramètre INST. Toutes les fonctions ou formules doivent être définies pour les mêmes instants.

3.3.2.3 Opérandes EPSP_XX / EPSP_YY / EPSP_ZZ / EPSP_XY / EPSP_XZ / EPSP_YZ

Noms des fonctions ou des formules décrivant l'histoire de chaque composante du tenseur des déformations totales au cours du temps. Chaque fonction ou formule dépend du paramètre INST. Toutes les fonctions ou formules doivent être définies pour les mêmes instants.

3.3.3 Opérande CHAM_MATER

◊ `CHAM_MATER = cham_mater`

Permet de spécifier le nom du champ du matériau `cham_mater` créé par `AFFE_MATERIAU` [U4.43.03].

Le matériau `mater` défini avec la commande `DEFI_MATERIAU` et qui sert à l'affectation du matériau au maillage avec la commande `AFFE_MATERIAU` doit contenir la définition de la courbe de Wöhler ainsi que les informations nécessaires à la mise en œuvre du critère, voir les mots clés facteurs `FATIGUE` et `CISA_PLAN_CRIT` de la commande `DEFI_MATERIAU` [U4.43.01].

Le mot-clé `CHAM_MATER` n'est pas obligatoire lorqu'on utilise une formule pour le dommage.

3.3.4 Opérande COEF_PREECROU

```
◊ COEF_PREECROU = /  coef_pre ,
                  /  1.0,
```

Ce coefficient sert à prendre en compte l'effet d'un éventuel pré-écrouissage.

3.3.5 Opérande COEF_CORR

◊ `COEF_CORR = corr ,`

Les critères de Crossland et Dang Van-Papadopoulos permettent pour des chargements périodiques de calculer une valeur R_{crit} qui indique s'il y a dommage ou non pour le nombre de cycles associé aux limites d'endurances τ_0 et d_0.

Ces critères ne donnent pas de valeur du dommage, ce qui peut cependant être intéressant.

Pour ce faire, on propose d'utiliser la valeur du critère et la courbe de Wöhler du matériau, en définissant une contrainte équivalente:

$$\sigma^{*}=\left(R_{crit}+b\right) \times \mathrm{corr}$$

La plupart des courbes de Wöhler sont obtenues avec des essais de traction-compression pure alternée. Or le critère de Dang-Van–Papadopoulos est un critère en cisaillement. Par conséquent, il est nécessaire de « corriger » la contrainte équivalente σ^* avant de l'appliquer sur une courbe de Wöhler obtenue avec des essais de traction-compression ; c'est le rôle de l'opérande `COEF_CORR` *.*

La valeur du dommage est obtenue en appliquant σ^* sur la courbe de Wöhler du matériau.

Pour qu'il y ait cohérence entre le critère et la courbe de Wöhler, il faut que :

$$\begin{Bmatrix} \sigma^* \leq \tau_0 & \text{pas de dommage} \\ \sigma^* > \tau_0 & \text{dommage} \end{Bmatrix}$$

pour une courbe de Wöhler définie en cisaillement et que :

$$\begin{Bmatrix} \sigma^* \leq d_0 & \text{pas de dommage} \\ \sigma^* > d_0 & \text{dommage} \end{Bmatrix}$$

pour une courbe de Wöhler définie en traction-compression.

L'utilisateur peut donc spécifier une valeur `corr`, en tenant compte du type de courbe de Wöhler dont il dispose. La valeur prise par défaut pour `COEF_CORR` est $\frac{d_0}{\tau_0}$, en cohérence avec des courbes de Wöhler en traction-compression.

Remarque :

> *Dans le cas où $R_{crit}<0$, si le prolongement à gauche de la courbe de Wöhler est linéaire (dans `DEFI_FONCTION (… PROL_GAUCHE = 'LINEAIRE' …))`, l'utilisateur obtiendra un dommage différent de zéro. Pour obtenir un dommage nul quand $R_{crit}<0$, il faut que le prolongement à gauche soit égal à `'EXCLU'` ou `'CONSTANT'` .*

3.3.6 Opérande `CRITERE`

```
♦  CRITERE =  / 'MATAKE_MODI_AC',
              / 'DANG_VAN_MODI_AC',
              / 'MATAKE_MODI_AV',
              / 'DANG_VAN_MODI_AV',
              / 'FATESOCI_MODI_AV',
              / 'FORMULE_CRITERE',
              / 'CROSSLAND' ,
              / 'PAPADOPOULOS' ,
```

L'utilisateur introduit les valeurs de chaque composante du tenseur des contraintes en divers instants $(t_0, \ldots, t_N)$, et on suppose que $[t_{0,} t_N]$ est une période du chargement.

Les chargements peuvent être des contraintes, des déformations totales, des déformations plastiques ou des combinaisons de ces paramètres.

Le tableau suivant liste des critères d'amorçage disponibles pour deux types de chargements.

`TYPE_CHARGE = 'PERIODIQUE'`	**`TYPE_CHARGE = 'NON_PERIODIQUE'`**

`'MATAKE_MODI_AC'`
`'DANG_VAN_MODI_AC'`
`'FORMULE_CRITERE'`
`'CROSSLAND'`
`'PAPADOPOULOS'`
	`'MATAKE_MODI_AV'`,
	`'DANG_VAN_MODI_AV'`
	`'FATESOCI_MODI_AV'`
	`'FORMULE_CRITERE'`

Pour le chargement à amplitude constante, l'opérande `CRITERE` permet de spécifier le critère que devra satisfaire la demi-amplitude de cisaillement maximal. Pour le chargement à amplitude variable, l'opérande `CRITERE` permet de spécifier le critère que devra satisfaire l'endommagement maximal.

Les critères d'amorçage dans Code_Aster peuvent être appelé par un nom pour les critères bien établis. Il est aussi possible pour l'utilisateur de construire un critère d'amorçage par lui-même comme une formule de grandeurs pré-définies.

Notation:

$\mathbf{n}^*$	:	normale au plan dans lequel l'amplitude de cisaillement est maximale;
$\Delta\tau(\mathbf{n})$	:	amplitude de cisaillement en contrainte dans un plan de normale $\mathbf{n}$;
$\Delta\gamma(\mathbf{n})$	:	amplitude de cisaillement en déformation dans un plan de normale $\mathbf{n}$;
$N_{max}(\mathbf{n})$	:	contrainte maximale normale sur le plan de normale $\mathbf{n}$;
τ_0	:	limite d'endurance en cisaillement pur alterné ;
d_0	:	limite d'endurance en traction-compression pure alternée ;
P	:	pression hydrostatique ;
c_p	:	coefficient servant à prendre en compte un éventuel pré-écrouissage ;
σ_y	:	limite d'élasticité.

Critère `MATAKE_MODI_AC`

Le critère initial de MATAKE est défini par l'inéquation [éq.3.12-1] :

$$\frac{\Delta\tau}{2}(\mathbf{n}^*)+a\,N_{max}(\mathbf{n}^*)\leq b \qquad \textbf{éq 3.12-1}$$

où a et b sont deux constantes données par l'utilisateur sous les mots clés `MATAKE_A` et `MATAKE_B` du mot clé facteur `CISA_PLAN_CRIT` de `DEFI_MATERIAU`, elles dépendent des caractéristiques matériaux et valent :

$$a=\left(\tau_0-\frac{d_0}{2}\right)/\frac{d_0}{2} \qquad\qquad b=\tau_0$$

Si l'utilisateur possède les résultats de deux essais de traction compression, un alterné et l'autre non, les constants a et b sont données par :

$$a=\frac{\Delta\sigma_2-\Delta\sigma_1}{(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_2)-2\sigma_m}\ ,$$

$$b=\frac{\sigma_m}{(\Delta\sigma_2-\Delta\sigma_1)+2\sigma_m}\times\frac{\Delta\sigma_1}{2}\ ,$$

avec $\Delta\sigma_1$ l'amplitude de chargement pour le cas alterné $(\sigma_m=0)$ et $\Delta\sigma_2$ l'amplitude de chargement pour le cas où la contrainte moyenne est non nulle $(\sigma_m\neq 0)$.

Nous modifions le critère initial de MATAKE en introduisant la définition d'une contrainte équivalente, notée $\sigma_{eq}(\mathbf{n}^*)$:

$$\sigma_{eq}(\mathbf{n}^*)=\left(c_p\frac{\Delta\tau}{2}(\mathbf{n}^*)+a\,N_{max}(\mathbf{n}^*)\right)\frac{f}{t}\ ,$$

où f/t représente le rapport des limites d'endurance en flexion et torsion alternées, et doit être renseigné sous le mot clé `COEF_FLEX_TORS` du mot clé facteur `CISA_PLAN_CRIT` de `DEFI_MATERIAU`.

Critère `DANG_VAN_MODI_AC`

Le critère initial de DANG VAN est défini par l'inéquation [éq 3.12-2] :

$$\frac{\Delta\tau}{2}(\mathbf{n}^*)+a\,P\leq b \qquad \textbf{éq 3.12-2}$$

où a et b sont deux constantes données par l'utilisateur sous les mots clés `D_VAN_A` et `D_VAN_B` du mot clé facteur `CISA_PLAN_CRIT` de `DEFI_MATERIAU`, elles dépendent des caractéristiques matériaux. Dans le cas où l'utilisateur dispose de deux essais de traction compression, un alterné l'autre non les constantes a et b valent :

$$a=\frac{3}{2}\times\frac{\Delta\sigma_2-\Delta\sigma_1}{(\Delta\sigma_1-\Delta\sigma_2)-2\sigma_m} \qquad b=\frac{\sigma_m}{(\Delta\sigma_2-\Delta\sigma_1)+2\sigma_m}\times\frac{\Delta\sigma_1}{2}$$

avec $\Delta\sigma_1$ l'amplitude de chargement pour le cas alterné $(\sigma_m=0)$ $\Delta\sigma_2$ et pour le cas où la contrainte moyenne est non nulle $(\sigma_m\neq 0)$.

De plus, nous définissons une contrainte équivalente au sens de DANG VAN, notée $\sigma_{eq}(\mathbf{n}^*)$:

$$\sigma_{eq}(\mathbf{n}^*)=\left(c_p\frac{\Delta\tau}{2}(\mathbf{n}^*)+a\,P\right)\frac{c}{t}$$

où c/t représente le rapport des limites d'endurance en cisaillement et traction alternés, et doit être renseigné sous le mot clé `COEF_CISA_TRAC` du mot clé facteur `CISA_PLAN_CRIT` de `DEFI_MATERIAU`.

Pour plus d'informations, consulter le document [R7.04.04].

Critère `MATAKE_MODI_AV`

Le critère `MATAKE_MODI_AV` est une évolution du critère de MATAKE. Contrairement aux deux critères précédents, ce critère sélectionne le plan critique en fonction du dommage calculé dans chaque plan. C'est le plan dans lequel le dommage est maximal qui est retenu. Ce critère est adapté aux chargements non périodiques, ce qui induit l'utilisation d'une méthode de comptage de cycles afin de calculer les dommages élémentaires. Pour compter les cycles, nous utilisons la méthode RAINFLOW.

Les dommages élémentaires une fois connus sont cumulés linéairement pour déterminer le dommage.

Pour calculer les dommages élémentaires nous projetons l'historique des contraintes de cisaillement sur un ou deux axes afin de réduire celui-ci à une fonction unidimensionnelle du $\tau_p=f(t)$ temps . Après avoir extrait les sous-cycles élémentaires de τ_p avec la méthode RAINFLOW nous définissons une contrainte équivalente élémentaire pour tout sous-cycle élémentaire i :

$$\sigma^i_{eq}(\mathbf{n})=\alpha\left(c_p\frac{Max\left(\tau^i_{p1}(\mathbf{n}),\tau^i_{p2}(\mathbf{n})\right)-Min\left(\tau^i_{p1}(\mathbf{n}),\tau^i_{p2}(\mathbf{n})\right)}{2}+a\,Max\left(N^i_1(\mathbf{n}),N^i_2(\mathbf{n}),0\right)\right)$$

éq 3.12-3

avec $\mathbf{n}$ la normale du plan courant, $\tau^i_{p1}(\mathbf{n})$ et $\tau^i_{p2}(\mathbf{n})$ les valeurs des contraintes de cisaillement projetées du sous-cycle i et $N^i_1(\mathbf{n})$ et $N^i_2(\mathbf{n})$ les contraintes normales du sous-cycle i. A partir de $\sigma^i_{eq}(\mathbf{n})$ et d'une courbe de fatigue nous déterminons le nombre de cycles à la rupture élémentaire $N^i(\mathbf{n})$ et le dommage correspondant $D^i(\mathbf{n})=1/N^i(\mathbf{n})$. Dans [éq 3.12-3] α est un terme correctif qui permet d'utiliser une courbe de fatigue en traction-compression. Les constantes a et α doivent être renseignées sous les mots clés `MATAKE_A` et `COEF_FLEX_TORS` du mot clé facteur `CISA_PLAN_CRIT` de `DEFI_MATERIAU`.

Nous utilisons un cumul de dommage linéaire. Soit k le nombre de sous-cycles élémentaires, pour une normale $\mathbf{n}$ fixée, le dommage cumulé est égal à :

$$D(\mathbf{n})=\sum_{i=1}^{k} D^{i}(\mathbf{n})$$ **éq 3.12-4**

Pour déterminer le vecteur normal $\mathbf{n}^*$ correspondant au dommage cumulé maximal nous faisons varier $\mathbf{n}$, le vecteur normal $\mathbf{n}^*$ correspondant au dommage cumulé maximal est alors donné par :

$$D(\mathbf{n}^*)=\underset{\mathbf{n}}{Max}(D(\mathbf{n}))$$

Critère DANG_VAN_MODI_AV

La démarche et les techniques mises en œuvre pour calculer ce critère sont identiques à celles utilisées pour le critère MATAKE_MODI_AV. La seule différence réside dans la définition de la contrainte équivalente élémentaire où la pression hydrostatique P remplace la contrainte normale maximale N_{max} :

$$\sigma_{eq}^{i}(\mathbf{n})=\alpha\left(c_p \frac{Max\left(\tau_{p1}^{i}(\mathbf{n}),\tau_{p2}^{i}(\mathbf{n})\right)-Min\left(\tau_{p1}^{i}(\mathbf{n}),\tau_{p2}^{i}(\mathbf{n})\right)}{2}+a\ Max\left(P_1^{i}(\mathbf{n}),P_2^{i}(\mathbf{n}),0\right)\right)$$

Les constantes a et α sont à renseigner par l'utilisateur sous les mots clés D_VAN_A et COEF_CISA_TRAC du mot clé facteur CISA_PLAN_CRIT de DEFI_MATERIAU.

Pour plus d'information consulter le document [R7.04.04].

Critère FATESOCI_MODI_AV

Le critère de FATEMI et SOCIE est défini par la relation :

$$\varepsilon_{eq}(n)=\frac{\Delta\gamma(n)}{2}\left(1+k\frac{N_{max}(n)}{\sigma_y}\right)$$

où k est une constante qui dépend des caractéristiques matériaux. Contrairement aux autres critères, il utilise le cisaillement en déformation au lieu du cisaillement en contrainte. De plus, les différentes quantités qui contribuent au critère sont multipliées et non additionnées. Le critère de FATEMI et SOCIE est utilisable après un calcul élastique ou élastoplastique. Ce critère sélectionne le plan critique en fonction du dommage calculé dans chaque plan. C'est le plan dans lequel le dommage est maximal qui est retenu.

Ce critère est adapté aux chargements non périodiques, ce qui nous conduit à utiliser la méthode de comptage de cycles RAINFLOW pour calculer les dommages élémentaires. Les dommages élémentaires sont ensuite cumulés linéairement pour déterminer le dommage.

Afin de calculer les dommages élémentaires nous projetons l'historique du cisaillement en déformation sur un ou deux axes afin de réduire celui-ci à une fonction unidimensionnelle du temps $\gamma_p=f(t)$. Après avoir extrait les sous-cycles élémentaires avec la méthode RAINFLOW nous définissons une déformation équivalente élémentaire pour tout sous-cycle élémentaire i :

$$\varepsilon_{eq}^{i}(\mathbf{n})=\alpha\, c_p\left(\frac{Max\left(\gamma_{p1}^{i}(\mathbf{n}),\gamma_{p2}^{i}(\mathbf{n})\right)-Min\left(\gamma_{p1}^{i}(\mathbf{n}),\gamma_{p2}^{i}(\mathbf{n})\right)}{2}\right)\left(1+a\ Max\left(N_1^{i}(\mathbf{n}),N_2^{i}(\mathbf{n}),0\right)\right)$$ **éq 3.12-5**

avec $a=\frac{k}{\sigma_y}$, $\mathbf{n}$ la normale au plan courant, $\gamma_{p1}^{i}(\mathbf{n})$ et $\gamma_{p2}^{i}(\mathbf{n})$ les valeurs des cisaillements en déformation projetés du sous-cycle i, $N_1^{i}(\mathbf{n})$ et $N_2^{i}(\mathbf{n})$ étant les deux valeurs de la contrainte normale du sous-cycle i. A partir de $\varepsilon_{eq}^{i}(\mathbf{n})$ et d'une courbe de Manson-Coffin nous déterminons le nombre de cycles à la rupture élémentaire et $N^i(\mathbf{n})$ le dommage correspondant $D^i(\mathbf{n})=1/N^i(\mathbf{n})$.

On notera que les déformations de cisaillement utilisées dans le critère de FATEMI et de SOCIE sont des distorsions γ_{ij} ($i\neq j$). Si on utilise les déformations de cisaillement du type tensoriel ϵ_{ij} ($i\neq j$), il faut les multiplier par un facteur 2 car $\gamma_{ij}=2\epsilon_{ij}$.

Dans l'équation [éq 3.12-5], α est un terme correctif qui d'utiliser une courbe de Manson-Coffin obtenue en traction-compression. c_p est un coefficient qui permet de prendre en compte un éventuel pré-écrouissage.

Les constantes a et α doivent être renseignées sous les mots clés `FATSOC_A` et `COEF_CISA_TRAC` du mot clé facteur `CISA_PLAN_CRIT` de la commande `DEFI_MATERIAU`.

Il est noté qu'une approche rigoureuse est d'utiliser la courbe de Manson-Coffin obtenue directement en torsion (qui n'est pas toujours disponible). L'utilisation de la courbe de Manson-Coffin obtenue en traction-compression avec le terme correctif α (qui est le rapport entre deux limites d'endurance), comme programmé dans Code_Aster, est donc une approximation.

Comme nous utilisons un cumul de dommage linéaire, si m est le nombre de sous-cycles élémentaires, alors pour une normale $\mathbf{n}$ fixée, le dommage cumulé est égal à :

$$D(\mathbf{n})=\sum_{i=1}^{m} D^i(\mathbf{n})$$

Pour trouver le vecteur normal $\mathbf{n}^*$ correspondant au dommage cumulé maximal nous faisons varier $\mathbf{n}$. Le vecteur normal $\mathbf{n}^*$ associé au dommage cumulé maximal est alors donné par :

$$D(\mathbf{n}^*)=\underset{\mathbf{n}}{Max}\left(D(\mathbf{n})\right)$$

Critère `FORMULE_CRITERE`

Ce type de critère permet à l'utilisateur de construire un critère comme une formule des grandeurs pré-définis. Ce critère se base sur une relation générale:

« Grandeur équivalente » = « Courbe de vie »

où la « Grandeur équivalente » est une formule fournie sous l'opérande `FORMULE_GRDEQ`(voir 3.4.6) et la « Courbe de vie » est fournie sous l'opérande `COURBE_GRD_VIE` (voir 3.4.7) soit par une fonction (tablée ou formule, sous l'opérande de `'FORMULE_VIE'`, voir 3.4.8), soit par un nom de courbe `'WOHLER'` ou `'MANSON_C'` définie préalablement dans `DEFI_MATERIAU`.

Critère de Crossland

Le critère s'écrit:

$$R_{crit}=\tau_a+a.P_{max}-b$$

où

$$\tau_a=\frac{1}{2}\underset{0\leq t_0\leq T}{Max}\ \underset{0\leq t_1\leq T}{Max}\left\|\tilde{S}(t_1)-\tilde{S}(t_0)\right\|$$ est l'amplitude de cission

avec $\tilde{S}$ déviateur du tenseur des contraintes σ

$$P_{max}=\underset{0\leq t\leq T}{Max}\left(\frac{1}{3}\ \text{trace}\ \sigma\right)$$ est la pression hydrostatique maximale

$$a=\frac{\left(\tau_0-\frac{d_0}{\sqrt{3}}\right)}{\frac{d_0}{3}} \text{ et } b=\tau_0$$

avec τ_0 la limite d'endurance en cisaillement pur alterné

et d_0 la limite d'endurance en traction-compression pure alternée

Critère de Dang Van-Papadopoulos

Le critère s'écrit:

$$R_{crit}=k^*+a.P_{max}-b$$

où

$$k^*=R$$

R rayon de la plus petite sphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déviateurs de contraintes $\tilde{S}$

$$R=\underset{0\le t\le T}{Max}\sqrt{\frac{1}{2}.\left(\tilde{S}(t)-C^*\right):\left(\tilde{S}(t)-C^*\right)}$$

$$C^*=Min\ Max\ \sqrt{\left(\tilde{S}(t)-C\right):\left(\tilde{S}(t)-C\right)}$$ est le centre de l'hypersphère

$$P_{max}=\underset{0\le t\le T}{Max}\left(\frac{1}{3}\ \text{trace}\ \sigma\right)$$ est la pression hydrostatique maximale

$$a=\frac{\left(\tau_0-\frac{d_0}{\sqrt{3}}\right)}{\frac{d_0}{3}} \text{ et } b=\tau_0$$

avec τ_0 la limite d'endurance en cisaillement pur alterné

et d_0 la limite d'endurance en traction-compression pure alternée

Remarques :

Le but initial de ces critères Crossland et Dang Van-Papadopoulos n'est pas de déterminer une valeur de dommage, mais une valeur de critère R_{crit} telle que :

$$\begin{cases} R_{crit}\le 0 & \text{pas de dommage} \\ R_{crit}>0 & \text{dommage possible} \end{cases}$$

On peut également cependant déterminer une valeur de dommage.

3.3.7 Opérande FORMULE_GRDEQ

♦ `FORMULE_GRDEQ = for_grd, [formule]`

Permet de fournir la formule du critère comme une fonction des grandeurs disponibles. Les listes de grandeurs disponibles pour chaque type de chargement se trouvent dans le tableau suivant :

TYPE_CHARGE = 'PERIODIQUE', CRITERE = 'FORMULE_CRITERE'

Les grandeurs disponibles sont :

'DTAUMA': demi-amplitude de contrainte de cisaillement maximale ($\Delta\tau(\mathbf{n*})/2$)
'PHYDRM': pression hydrostatique (P)
'NORMAX': contrainte normale maximale sur le plan critique ($N_{max}(\mathbf{n*})$)
'NORMOY':contrainte normale moyenne sur le plan critique ($N_{moy}(\mathbf{n*})$)
'EPNMAX':déformation normale maximale sur le plan critique ($\varepsilon_{Nmax}(\mathbf{n*})$)
'EPNMOY':déformation normale moyenne sur le plan critique ($\varepsilon_{Nmoy}(\mathbf{n*})$)
'DEPSPE':demi-amplitude de la déformation plastique équivalente ($\Delta\varepsilon_{eq}^{p}/2$)
'EPSPR1':demi-amplitude de la première déformation principale (avec la prise en compte du signe)
'SIGNM1':contrainte normale maximale sur le plan associé avec ε_1
'DENDIS':densité d'énergie dissipée (W_{cy})
'DENDIE':densité d'énergie des distorsions élastiques (W_e)
'APHYDR':demi-amplitude de la pression hydrostatique (P_a)
'MPHYDR':pression hydrostatique moyenne (P_m)
'DSIGEQ':demi-amplitude de la contrainte équivalente ($\Delta\sigma_{eq}/2$)
'SIGPR1':demi-amplitude de la première contrainte principale (avec la prise en compte du signe)
'EPSNM1':déformation normale maximale sur le plan associé avec σ_1
'INVA2S':demi-amplitude du deuxième invariant de la déformation $J_2(\epsilon)$
'DSITRE':demi-amplitude de la demi-contrainte Tresca ($(\sigma_{max}^{Tresca}-\sigma_{min}^{Tresca})/4$)
'DEPTRE':demi-amplitude de la demi-déformation Tresca ($(\epsilon_{max}^{Tresca}-\epsilon_{min}^{Tresca})/4$)
'EPSPAC':déformation plastique accumulé p
'RAYSPH': le rayon de la plus petite sphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déviateurs des contraintes R
'AMPCIS': amplitude de cission τ_a
'DEPSEE': demi-amplitude de la déformation élastique équivalente ($\Delta\varepsilon_{e}^{p}/2$)

Il existe des grandeurs dépendant de l'orientation du plan qui passent au travers d'un point de matériel. Pour ces grandeurs, on définit des critères du type plan critique. Le plan critique est le plan qui rend maximum une formule critique (voir Opérande FORMULE_CRITIQUE).

'DTAUCR' : demi-amplitude de contrainte cisaillement sur le plan de normal **n** ($\Delta\tau(\mathbf{n})/2$)
'DGAMCR' : demi-amplitude de déformation (d'ingénierie) cisaillement sur le plan de normal **n** ($\Delta\gamma(\mathbf{n})/2$)
'DSINCR' : demi-amplitude de contrainte normale sur le plan de normal **n** ($\Delta N(\mathbf{n})/2$)
'DEPNCR' : demi-amplitude de déformation normale sur le plan de normal **n** ($\Delta\epsilon_n(\mathbf{n})/2$)
'MTAUCR': contrainte cisaillement maximum sur le plan de normal **n** ($\tau_{max}(\mathbf{n})$)
'MGAMCR': déformation (d'ingénierie) cisaillement maximum sur le plan de normal **n** ($\gamma_{max}(\mathbf{n})$)
'MSINCR' :contrainte normale maximum sur le plan de normal **n** ($N_{max}(\mathbf{n})$)
'MEPNCR' :déformation normale maximum sur le plan de normal **n** $\varepsilon_{nmax}(\mathbf{n})$

'DGAMPC' : demi-amplitude de déformation plastique (d'ingénierie) cisaillement sur le plan de normal **n** ($\Delta\gamma^{p}/2$)
'DEPNPC' :demi-amplitude de déformation plastique normale sur le plan de normal **n** ($\Delta\varepsilon_{e}^{p}/2$)
'MGAMPC' :déformation plastique (d'ingénierie) cisaillement maximum sur le plan de normal **n** ($\gamma_{max}^{p}(\mathbf{n})$)
'MEPNPC' :déformation plastique normale maximum sur le plan de normal **n** $\varepsilon_{nmax}^{p}(\mathbf{n})$

On notera qu'il existe deux types de mesure déformation de cisaillement : les distorsions de cisaillement γ_{ij} ($i \neq j$) et les déformations de cisaillement ϵ_{ij} ($i \neq j$). Notons que $\gamma_{ij}=2\epsilon_{ij}$. Pour `'DGAMCR'`, `'MGAMCR'`, `'MGAMPC'`, on a utilisé les distorsions de cisaillement γ_{ij} .

`TYPE_CHARGE = 'NON-PERIODIQUE', CRITERE = 'FORMULE_CRITERE'`

Les grandeurs disponibles sont :

`'TAUPR_1'`: contraintes de cisaillement projetées du premier sommet du sous-cycle ($\tau_{p1}(\mathbf{n})$)
`'TAUPR_2'`: contraintes de cisaillement projetées du deuxième sommet du sous-cycle ($\tau_{p2}(\mathbf{n})$)
`'SIGN_1'` :contrainte normale du premier sommet du sous-cycle ($N_1(\mathbf{n})$)
`'SIGN_2'` : contrainte normale du deuxième sommet du sous-cycle ($N_2(\mathbf{n})$)
`'PHYDR_1'`: pression hydrostatique du premier sommet du sous-cycle
`'PHYDR_2'`: pression hydrostatique du deuxième sommet du sous-cycle
`'EPSPR_1'`: cisaillement en déformation (du type tensoriel ϵ_{ij} `(i#j)`) projetés du premier sommet du sous-cycle ($\gamma_{p1}(\mathbf{n})$)
`'EPSPR_2'`:cisaillement en déformation (du type tensoriel ϵ_{ij} `(i#j)`) projetés du deuxième sommet du sous-cycle($\gamma^{i}_{p2}(\mathbf{n})$)
`'SIPR1_1'`:première contrainte principale du premier sommet du sous-cycle ($\sigma_1(1)$)
`'SIPR1_2'`:première contrainte principale du deuxième sommet du sous-cycle ($\sigma_1(2)$)
`'EPSN1_1'`:déformation normale sur le plan associé avec $\sigma_1(1)$ du premier sommet du sous-cycle
`'EPSN1_2'`:déformation normale sur le plan associé avec $\sigma_1(2)$ du deuxième sommet du sous-cycle
`'ETPR1_1'`:première déformation totale principale du premier sommet du sous-cycle ($\epsilon_1^{tot}(1)$)
`'ETPR1_2'`:première déformation totale principale du deuxième sommet du sous-cycle ($\epsilon_1^{tot}(2)$)
`'SITN1_1'`:contrainte normale sur le plan associé avec $\epsilon_1^{tot}(1)$ du premier sommet du sous-cycle
`'SITN1_2'`:contrainte normale sur le plan associé avec $\epsilon_1^{tot}(2)$ du deuxième sommet du sous-cycle
`'EPPR1_1'`:première déformation plastique principale du premier sommet du sous-cycle ($\epsilon_1^{p}(1)$)
`'EPPR1_2'`:première déformation plastique principale du deuxième sommet du sous-cycle ($\epsilon_1^{p}(2)$)
`'SIPN1_1'`:contrainte normale sur le plan associé avec $\epsilon_1^{p}(1)$ du premier sommet du sous-cycle
`'SIPN1_2'`:contrainte normale sur le plan associé avec $\epsilon_1^{p}(2)$ du deuxième sommet du sous-cycle
`'SIGEQ_1'`:contrainte équivalente du premier sommet du sous-cycle ($\sigma_{eq}(1)$)
`'SIGEQ_2'`:contrainte équivalente du deuxième sommet du sous-cycle ($\sigma_{eq}(2)$)
`'ETEQ_1'` :déformation totale équivalente du premier sommet du sous-cycle ($\epsilon_{eq}^{tot}(1)$)
`'ETEQ_2'` :déformation totale équivalente du deuxième sommet du sous-cycle ($\epsilon_{eq}^{tot}(2)$)

Remarques :

1) Pour le chargement périodique, la formule de critère est utilisée pour déterminer le plan de cisaillement maximal si le paramètre `'DTAUMA'` est introduit dans la formule.
2) Pour le chargement non-périodique, après avoir extrait les sous-cycles élémentaires avec la méthode RAINFLOW, nous calculons une grandeur équivalente élémentaire par la formule de critère pour tout sous-cycle élémentaire. On note que le sous-cycle est représenté par deux états de contrainte ou déformation, notés par le premier et le deuxième sommets du sous-cycle.

3) Les paramètres d'entrées de la commande `FORMULE` doivent être parmi ceux listés dans le tableau au-dessus.
4) Des expressions de certaines grandeurs se trouvent dans le document [R7.04.04].
5) On souligne que la déformation thermique n'a pas été prise en compte, i.e., $\varepsilon^{tot}=\varepsilon^{e}+\varepsilon^{p}$ *.*
6) Les opérateurs utilisés dans la formule doivent être conformes à la syntaxe de Python comme indiqué dans la note [U4.31.05].

3.3.8 Opérande FORMULE_CRITIQUE

◊ `FORMULE_CRITIQUE = for_grd,` `[formule]`

Ce mot-clé permet de définir une grandeur critique que le plan critique rend maximum. Il faut que cette formule contienne au moins un paramètre dépendant de l'orientation du plan.

3.3.9 Opérande DOMMAGE

```
♦ DOMMAGE =      / 'WOHLER',
                 / 'MANSON_C',
                 / 'FORM_VIE'
```

Ce mot-clé permet de fournir une courbe de reliant la grandeur équivalente au nombre de cycles à la rupture.
Dans *Code_Aster,* la limite d'endurance est fixée à 10 millions de cycles. Si la grandeur équivalente calculée est inférieure à la limite d'endurance, le dommage calculé est 0.

Si `DOMMAGE = 'WOHLER',` on va prendre la courbe de Wohler ($N_f=f(SIGM)$) défini dans `AFFE_MATERIAU`.

Si `DOMMAGE = 'MANSON_C',` on va prendre la courbe de Manson-Coffin ($N_f=f(EPSN)$) défini dans `AFFE_MATERIAU`.

Si `DOMMAGE = 'FORM_VIE',` on va fournir une fonction définissant la courbe de vie.

3.3.9.1 Opérande FORMULE_VIE

```
♦ FORMULE_VIE = for_vie,     /  [formule]
                             /  [fonction]
```

Permet de spécifier la courbe reliant la grandeur équivalente et la durée de vie.
Si `for_vie` est fournie par une fonction tabulée, elle doit être sous la forme :

$N_f=f$ (grandeur_équivalente).

Si `for_vie` est fournie par une formule, elle doit être sous la forme :

$\text{grandeur équivalente}=f(N_f)$.

Dans ce cas, le paramètre d'entrée pour la commande `FORMULE` doit être ' `NBRUPT` ' (i.e., N_f).

3.3.10 Opérande METHODE

♦ `METHODE = 'CERCLE_EXACT'`

Permet de spécifier le nom de la méthode qui sera utilisée pour calculer la demi amplitude de cisaillement maximal.

La méthode du `'CERCLE_EXACT'` sert à déterminer le cercle circonscrit aux points qui se trouvent dans des plans de cisaillement. Cette méthode repose sur le procédé qui consiste à obtenir le cercle qui passe par trois points, cf. document [R7.04.04].

3.3.11 Opérande PROJECTION

```
♦ PROJECTION    =   /  'UN_AXE',
                    /  'DEUX_AXES',
```

Dans le cas où le chargement est non périodique, il est nécessaire de projeter l'histoire du cisaillement sur un ou deux axes, cf. document [R7.04.04].

- `UN_AXE`, l'histoire du cisaillement est projetée sur un axe ;
- `DEUX_AXES`, l'histoire du cisaillement est projetée sur deux axes.

3.3.12 Opérande DELTA_OSCI

```
◊   DELTA_OSCI = / delta,
                 / 0.0,
```

Filtrage de l'histoire du chargement. Dans tous les cas, si la fonction reste constante ou décroissante sur plus de deux points consécutifs on supprime les points intermédiaires pour ne garder que les deux points extrêmes. Puis, on supprime de l'histoire de chargement les points pour lesquels la variation de la valeur de la contrainte est inférieure à la valeur `delta`. Par défaut `delta` est égal à zéro, ce qui revient à garder toutes les oscillations du chargement, même celles de faible amplitude. Pour plus de renseignement voir la documentation de la commande `POST_FATIGUE`, [U4.83.01], même opérande.

3.4 Opérandes spécifiques au calcul de type QUELCONQUE

L'histoire de chargement peut être l'évolution du tenseur de contraintes, de la déformation plastique cumulée et de la température au cours du temps.

3.4.1 Opérande EPSP

```
◊   EPSP = p,
```

Nom de la fonction décrivant l'histoire de la déformation plastique cumulée au cours du temps, uniquement pour le calcul du dommage de `LEMAITRE`.

Cette fonction ou formule dépend du paramètre `INST` et doit être définie pour les mêmes instants que les fonctions ou formules décrivant l'histoire des composantes du tenseur des contraintes.

L'opérande `EPSP` doit être utilisé conjointement aux opérandes `SIGM_XX`, …

3.4.2 Opérande TEMP

```
◊   TEMP = temp,
```

Nom de la fonction ou de la formule décrivant l'histoire de la température au cours du temps, uniquement pour le calcul du dommage de `LEMAITRE`. Elle sert dans ce cas à déterminer la valeur des caractéristiques mécaniques (module d'Young E, coefficient de Poisson ν et paramètre matériau S) aux instants de calcul du dommage.

Cette fonction ou formule dépend du paramètre `INST` et doit être définie pour les mêmes instants que les fonctions ou formules décrivant l'histoire des composantes du tenseur des contraintes.

L'opérande `TEMP` doit être utilisé conjointement aux opérandes `EPSP`, `SIGM_XX`,…

3.4.3 Méthodes de Lemaître et Lemaître-Sermage

Ces deux méthodes permettent de calculer le dommage $D(t)$ à partir de la donnée du tenseur des contraintes $\sigma(t)$ et de la déformation plastique cumulé $p(t)$.

Elles s'appliquent donc à des chargements quelconques et ne s'utilisent qu'en post-traitement d'une loi plastique ou viscoplastique ayant p comme variable.

L'évolution de D est définie par :

$$\begin{cases} \dot{D}=\frac{1}{(1-D)^{2s}}\left(\frac{1}{3ES}.(1+\nu)\sigma_{eq}^2+\frac{3}{2ES}(1-2\nu).\sigma_H^2\right)^s \dot{p} & si\ p>p_d \\ D=0 & sinon \end{cases}$$

où E : module d'Young, ν : coefficient de Poisson, S et s : paramètres matériau, σ_{eq} : contrainte équivalente de von Mises, σ_H : pression hydrostatique, p : déformation plastique cumulée et p_d : seuil d'endommagement.

◊ `DOMMAGE = 'LEMAITRE' ,`

Permet de calculer le dommage de Lemaître ou de Lemaître-Sermage $D(t)$ à partir de la donnée du tenseur des contraintes $\sigma(t)$ et de la déformation plastique cumulée $p(t)$. Noter que le dommage de Lemaître est obtenu en assignant la valeur 1.0 à l'exposant s ($s=1$).

3.5 Opérande INFO

◊ `INFO = / 1,`

Impression :

- des cycles élémentaires déterminés par la méthode de comptage choisie par l'utilisateur,
- des dommages élémentaires associés à chaque cycle pour les méthodes `WOHLER`, `MANSON_COFFIN` et `TAHERI`,
- des dommages de `LEMAITRE` en chaque point de calcul,
- du dommage total (si l'utilisateur a demandé son calcul).

◊ `INFO = / 2,`

Impression :

- de l'histoire de chargement introduite par l'utilisateur sous les opérandes `SIGM` et `EPSI`,
- des pics extraits de l'histoire de chargement (introduit sous les opérandes `SIGM` et `EPSI`),
- des cycles élémentaires déterminés par la méthode de comptage choisie par l'utilisateur,
- des dommages élémentaires associés à chaque cycle pour les méthodes `WOHLER`, `MANSON_COFFIN` et `TAHERI`,
- des dommages de `LEMAITRE` en chaque point de calcul,
- du dommage total (si l'utilisateur a demandé son calcul).

Les impressions sont faites dans le fichier `message`.

3.6 Opérande TITRE

◊ `TITRE = titre`

Titre associé à la table.

3.7 Table produite

L'opérateur `POST_FATIGUE` crée une table qui est différente suivant les calculs de post-traitement effectués :

- **Chargement uni-axial** (méthodes Wöhler, Manson-Coffin et Taheri).

  La table comprend cinq paramètres :

NB_CYCL	:	nombre de cycles élémentaires extraits par la méthode de comptage,
VALE_MIN	:	valeurs des contraintes ou déformations minimales de chaque cycle élémentaire,
VALE_MAX	:	valeurs des contraintes ou déformations maximales de chaque cycle élémentaire,
DOMMAGE	:	valeurs du dommage pour chaque cycle élémentaire,
DOMM_CUMU	:	valeur du dommage total après cumul sur tous les cycles élémentaires.

- **Chargement multiaxial**

  La table comprend tous les paramètres constituant les critères utilisés.

  En plus, pour tous les critères, le table comprend :

CRITERE	:	nom du critère
VALE_CRITERE	:	valeur du critère (grandeur équivalent)
NBRUP	:	nombre du cycle à la rupture (associé à un cycle ou un bloc des sous-cycles)
DOMMAGE	:	valeur du dommage de Wöhler (si demandé par l'utilisateur).

  Pour les critères de Crossland et Dang Van-Papadopoulos :

AMPLI_CISSION	:	amplitude de la cission
PRES_HYDRO_MAX	:	valeur de la pression hydrostatique maximale,
RAYON_SPHERE	:	le rayon de la plus petite sphère circonscrite au trajet de chargement dans l'espace des déviateurs des contraintes R

- **Chargement quelconque** (dommage de Lemaître et Lemaître-Sermage).

  La table comprend deux paramètres :

DOMMAGE	:	valeur du dommage en chaque point de discrétisation du chargement,

La commande IMPR_TABLE [U4.91.03] permet d'imprimer la table produite.

4 Grandeur et composantes introduites dans *Code_Aster*

Les valeurs calculées sont stockées aux points de Gauss ou aux nœuds suivant l'option retenue. La grandeur FACY_R (FAtigue CYclique) a été introduite dans le catalogue des grandeurs.

Pour le chargement périodique et les critères du type de plan critique cisaillement maximum

DTAUM1	**première** valeur de la demi amplitude max du cisaillement dans le plan critique
VNM1X	composante x du vecteur normal au plan critique liée à DTAUM1
VNM1Y	composante y du vecteur normal au plan critique liée à DTAUM1
VNM1Z	composante z du vecteur normal au plan critique liée à DTAUM1
SINMAX	contrainte maximale normale au plan critique correspondant à DTAUM1
SINMOY	contrainte moyenne normale au plan critique correspondant à DTAUM1
EPNMAX	déformation maximale normale au plan critique correspondant à DTAUM1
EPNMOY	déformation maximale moyenne au plan critique correspondant à DTAUM1
SIGEQ	Contrainte équivalente au sens du critère sélectionné correspondant à DTAUM1
NBRUP	nombre de cycles avant rupture (fonction de SIGEQ1 et d'une courbe de Wöhler)
DOMMAGE	endommagement associé à NBRUP1 (ENDO1=1/NBRUP1)
VNM2X	composante x du vecteur normal au plan critique liée à DTAUM2
VNM2Y	composante y du vecteur normal au plan critique liée à DTAUM2
VNM2Z	composante z du vecteur normal au plan critique liée à DTAUM2

Tableau 5.5-1 : Composantes spécifiques à la fatigue cyclique multiaxiale pour le chargement périodique

Pour le chargement non-périodique et les critères du type de plan critique du dommage maximum

VNM1X	composante x du vecteur normal au plan critique liée au dommage max
VNM1Y	composante y du vecteur normal au plan critique liée au dommage max
VNM1Z	composante z du vecteur normal au plan critique liée au dommage max
DOMMAGE	endommagement associé au bloc du de chargement
VNM2X	composante x du vecteur normal au plan critique liée au dommage max
VNM2Y	composante y du vecteur normal au plan critique liée au dommage max
VNM2Z	composante z du vecteur normal au plan critique liée au dommage max

Tableau 5.5-2 : Composantes spécifiques à la fatigue cyclique multiaxiale pour le chargement non-périodique

Le paramètre ' DOMMAGE' est pour opérateur POST_FATIGUE. Le paramètre ENDO1/ENDO2 est pour opérateur CALC_FATIGUE
Pour le chargement non-périodique, s'il existe un seul plan critique du dommage maximum, VNM2X, VNM2Y, VNM2Z sont identiques aux VNM1X, VNM1Y, VNM1Z. Si plusieurs plans existent, on émet une alarme et sort les deux premiers plans.

5 Exemples

5.1 Calcul du dommage de Wöhler (avec correction de la contrainte moyenne)

On se reportera au cas-test SZLZ100 (voir [V9.01.100]).

5.2 Calcul du dommage de Taheri

On se reportera au cas-test SZLZ108 (voir [V9.01.108]).

5.3 Calcul des critères de fatigue multiaxial

On se reportera au cas-test SZLZ107 (voir [V9.01.107]).

5.4 Calcul du dommage de Lemaître

On se reportera au cas-test SZLZ109 (voir [V9.01.109]).

5.5 Calcul du dommage de Lemaître-Sermage

On se reportera au cas-test SZLZ109 (voir [V9.01.109]).

On peut trouver d'autres exemples dans les tests :

SZLZ101 ([V9.01.101]) : Calcul du dommage / méthode Rainflow.
SZLZ102 ([V9.01.102]) : Fatigue avec différentes méthodes comptage.
SZLZ103 ([V9.01.103]) : Fatigue comptage par méthode Rainflow norme AFNOR.