

## PERF005 - Contact de Hertz entre deux demi-sphères

---

### Résumé :

L'objectif de ce cas-test est de mesurer les performances d'un calcul élastique avec contact 3D.

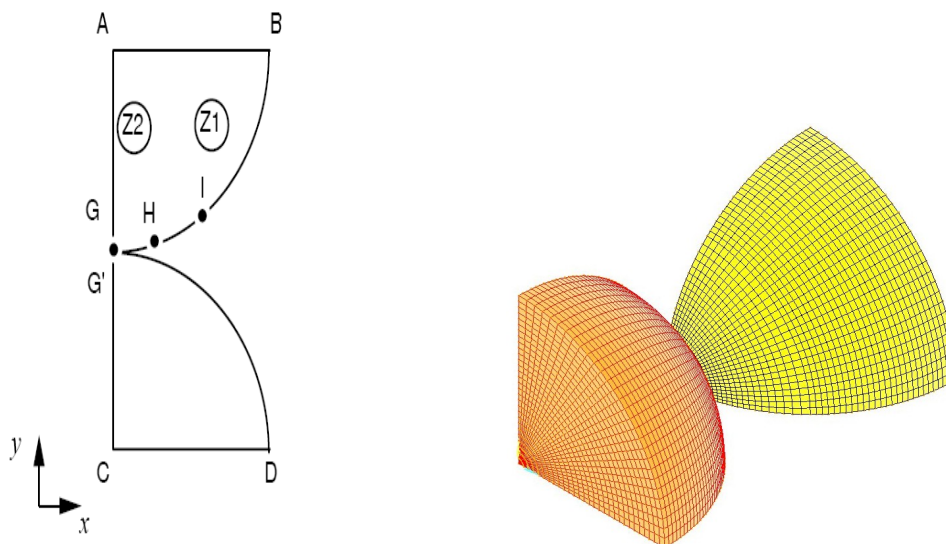
Les modélisations effectuées sont les suivantes :

- Modélisation A : maillage PENTA6, 1 400 degrés de liberté, 64 nœuds de contact, STAT\_NON\_LINE ('MULT\_FRONT', 'CONTRAINTE')
- Modélisation B : maillage PENTA6, 96 000 degrés de liberté, 222 nœuds de contact, STAT\_NON\_LINE ('MULT\_FRONT', 'CONTRAINTE')
- Modélisation C : maillage PENTA6, 4.9E5 degrés de liberté, 697 nœuds de contact, STAT\_NON\_LINE ('MULT\_FRONT', 'CONTRAINTE')
- Modélisation D : maillage PENTA6, 1 400 degrés de liberté, 64 nœuds de contact, STAT\_NON\_LINE ('GCPC', 'CONTINUE')
- Modélisation E : maillage PENTA6, 96 000 degrés de liberté, 222 nœuds de contact, STAT\_NON\_LINE ('GCPC', 'CONTINUE')
- Modélisation F : maillage PENTA6, 4.9E5 degrés de liberté, 697 nœuds de contact, STAT\_NON\_LINE ('GCPC', 'CONTINUE')
- Modélisation G : maillage TETRA4, STAT\_NON\_LINE ('MUMPS', 'CONTINUE', 'MORTAR'),
- Modélisation H : maillage TETRA10, STAT\_NON\_LINE ('MUMPS', 'CONTINUE', 'MORTAR'),
- Modélisation I : maillage HEXA8, STAT\_NON\_LINE ('MUMPS', 'CONTINUE', 'MORTAR'),
- Modélisation J : maillage HEXA20, STAT\_NON\_LINE ('MUMPS', 'CONTINUE', 'MORTAR'),

- Modélisation K : maillage HEXA27 , STAT\_NON\_LINE ( ' MUMPS ' , 'CONTINUE' , 'MORTAR' ) ,

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



- Rayon :  $R = 50 \text{ mm}$

### 1.2 Propriétés du matériau

- $E = 20\,000 \text{ MPa}$
- $\nu = 0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Déplacements imposés :
  - $AC$  :  $DX = 0.$
  - $AB$  :  $DY = -2.\text{mm}$
  - $CD$  :  $DY = 2.\text{mm}$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

La contrainte  $\sigma_{yy}$  au point  $G$  (et  $G'$ ) est la solution analytique d'un problème de hertz [1] :

$$\sigma_{yy} = \frac{-E}{\pi} \frac{1}{1-\nu^2} \sqrt{\frac{2h}{R}}$$

où  $h$  est l'écrasement imposé ( $h = 2 - (-2) = 4 \text{ mm}$ ).

### 2.2 Résultats de référence

$\sigma_{yy}$  au point  $G$  (solution analytique)

$$\sigma_{yy} = -2798.3 \text{ MPa}$$

### 2.3 Incertitudes

Solution analytique

### 2.4 Référence bibliographique

- [1] G. DUMONT : « La méthode des contraintes actives appliquée au contact unilatéral »  
Note HI-75/93/016.

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Modélisation 3D :

NOMBRE DE NOEUDS	4004		
NOMBRE DE MAILLES	9484		
	SEG2	208	
	TRIA3	1756	
	QUAD4	688	
	TETRA4	192	
	PENTA6	6400	
	PYRAM5	240	

### 3.2 Résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1 et G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

Le déplacement imposé est appliqué en un seul pas de temps et a nécessité deux itérations pour converger.

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Modélisation 3D :

NOMBRE DE NOEUDS	29188		
NOMBRE DE MAILLES	64020		
	SEG2	424	
	TRIA3	6828	
	QUAD4	2912	
	TETRA4	768	
	PENTA6	52128	
	PYRAM5	960	

### 4.2 Résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1 et G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

Le déplacement imposé est appliqué en un seul pas de temps et a nécessité deux itérations pour converger.

## 5 Modélisation C

---

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation C

Modélisation 3D :

NOMBRE DE NOEUDS	153688		
NOMBRE DE MAILLES	324470		
	SEG2	758	
	TRIA3	20430	
	QUAD4	9570	
	TETRA4	2494	
	PENTA6	288144	
	PYRAM5	3074	

### 5.2 Résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1 et G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

Le déplacement imposé est appliqué en un seul pas de temps et a nécessité deux itérations pour converger.

## 6 Modélisation D

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation D

Modélisation 3D : identique à la modélisation A.

### 6.2 Résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1 et G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

Cette modélisation est le pendant de la modélisation A en utilisant une méthode de contact différente ici 'CONTINUE' ainsi qu'un solveur linéaire différent ici 'GCPC'.

Afin de pouvoir comparer les performances des 2 méthodes de contact, on force le critère de convergence géométrique à 5% (RESI\_GEOM=0.05) afin de faire le même nombre d'itérations de géométrie dans les deux méthodes (ici 2).

Les résultats sont identiques à ceux de la modélisation A.



## 7 Modélisation E

---

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation E

Modélisation 3D : identique à la modélisation B.

### 7.2 Résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1 et G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

Cette modélisation est le pendant de la modélisation B en utilisant une méthode de contact différente ici 'CONTINUE' ainsi qu'un solveur linéaire différent ici 'GCPC'.

Afin de pouvoir comparer les performances des 2 méthodes de contact, on force le critère de convergence géométrique à 5% (RESI\_GEOM=0.05) afin de faire le même nombre d'itérations de géométrie dans les deux méthodes (ici 3).

Les résultats sont identiques à ceux de la modélisation B.

## 8 Modélisation F

---

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation F

Modélisation 3D : identique à la modélisation C.

### 8.2 Résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1 et G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

Cette modélisation est le pendant de la modélisation C en utilisant une méthode de contact différente ici 'CONTINUE' ainsi qu'un solveur linéaire différent ici 'GCPC'.

Afin de pouvoir comparer les performances des 2 méthodes de contact, on force le même nombre d'itérations de géométrie (ici NB\_ITER\_GEOM = 3).

Les résultats sont identiques à ceux de la modélisation C.

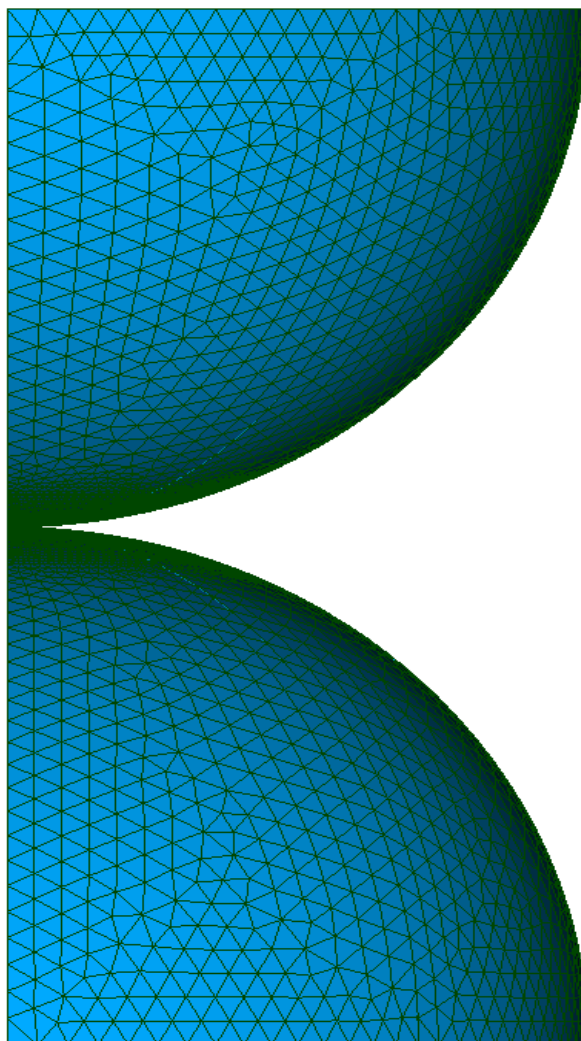
## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Le contact est traité avec appariement Mortar, ALGO\_CONT=LAC et découpage LAC.

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 66519 éléments de type TETRA4.



### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1	SIYY	-2.7983E3	6
G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

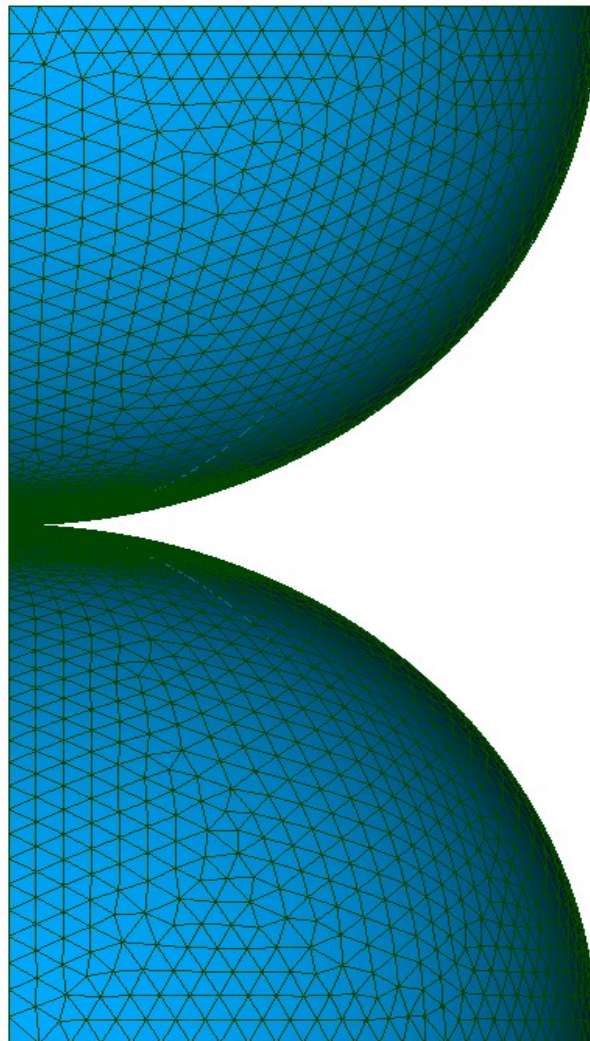
## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Le contact est traité avec appariement Mortar, ALGO\_CONT=LAC et découpage LAC.

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 66519 éléments de type TETRA10.



### 10.3 Grandeurs testées et résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1	SIYY	-2.7983E3	6
G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

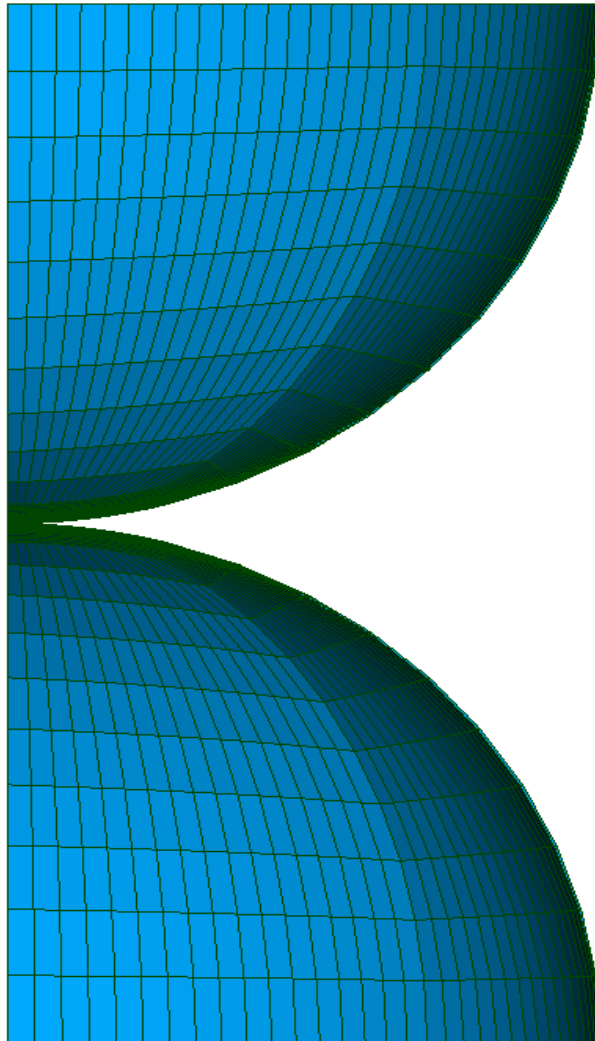
## 11 Modélisation I

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Le contact est traité avec appariement Mortar, ALGO\_CONT=LAC et découpage LAC.

### 11.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 26421 éléments de type HEXA8.



### 11.3 Grandeurs testées et résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1	SIYY	-2.7983E3	6
G1_2	SIYY	-2.7983E3	7

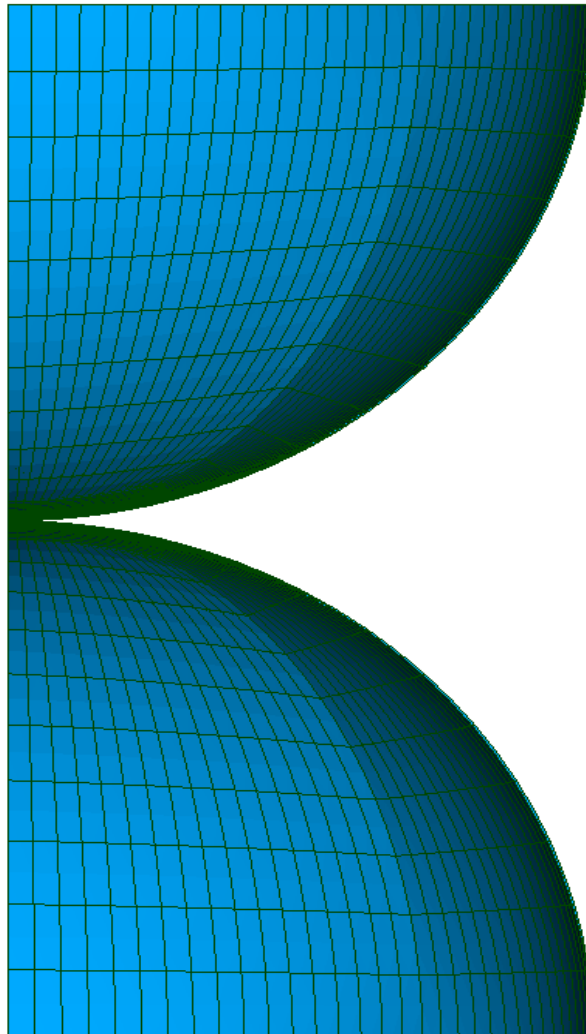
## 12 Modélisation J

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Le contact est traité avec appariement Mortar, ALGO\_CONT=LAC et découpage LAC.

### 12.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 26421 éléments de type HEXA20.



### 12.3 Grandeurs testées et résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1	SIYY	-2.7983E3	6
G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

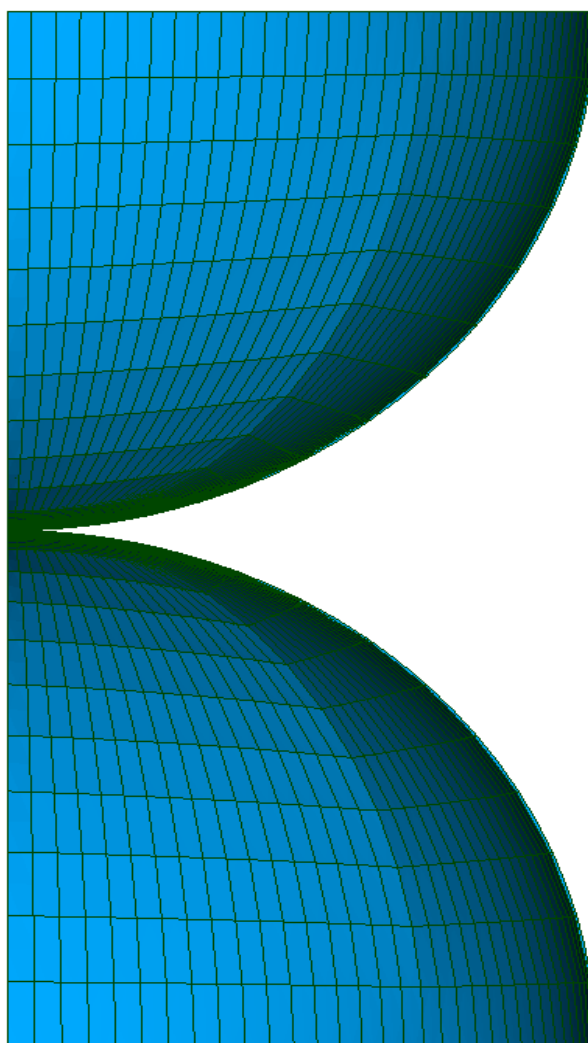
## 13 Modélisation K

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D. Le contact est traité avec appariement Mortar, ALGO\_CONT=LAC et découpage LAC.

### 13.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 26421 éléments de type HEXA27.



### 13.3 Grandeurs testées et résultats

Points	Grandeur	Référence (MPa)	Tolérance (%)
G1_1	SIYY	-2.7983E3	6
G1_2	SIYY	-2.7983E3	6

## 14 Synthèse des résultats

Modélisations	A	B	C	D	E	F
Type de maillage	Linéaire	Linéaire	Linéaire	Linéaire	Linéaire	Linéaire
Nombre de ddl	14 176	95 712	485 380	14 348	96 376	487 481
Nombre de mailles	9 484	64 020	324 470	9 484	64 020	324 470
Formulation du contact	Discrète	Discrète	Discrète	Continue	Continue	Continue
Nombre de liaisons de contact	64	222	721	64	222	721
Mémoire utilisée (Mo)	130	473	3 751	172	730	2 725
Temps total (s)	3,95	91,24	1 804,67	7,53	75,74	582,69
Temps STAT_NON_LINE (s)	3,20	87,98	1 778,54	6,78	72,44	556,03
Solveur	MULT_FRONT	MULT_FRONT	MULT_FRONT	GCPC	GCPC	GCPC

Modélisations	G	H	I	J	K
Type de maillage	Linéaire Tétraèdre	Quadratique Tétraèdre	Linéaire Hexaèdre	Quadratique Hexaèdre	Bi-quadratique Hexaèdre
Nombre de ddl	50780	333306	97544	375578	701029
Nombre de mailles	84336	84336	33172	33172	33172
Formulation du contact	LAC	LAC	LAC	LAC	LAC
Nombre de liaisons de contact	270	284	135	135	135
Temps total (s)	56.81	349.73	89.40	829.97	1894.52
Temps STAT_NON_LINE (s)	38.607	329,00	81.18	821.33s	1890.34
Solveur	MUMPS	MUMPS	MUMPS	MUMPS	MUMPS

On constate que la méthode de contact continue associée à un gradient conjugué préconditionné par une factorisation incomplète de niveau 1 permet d'obtenir de très bonnes performances dès lors que la taille du problème (en terme de ddls globaux et de contact) grandit.