

## SDLD313 - Système masse ressort à 2 degrés de liberté avec amortissement hystérétique

---

### Résumé :

Ce problème unidirectionnel consiste à effectuer une analyse harmonique d'une structure mécanique composée d'un ensemble de masses-ressorts avec amortissement hystérétique et soumise à une excitation sinusoïdale. Ce test de mécanique des structures correspond à une analyse dynamique d'un modèle discret ayant un comportement linéaire. Il comprend trois modélisations.

Par l'intermédiaire de la modélisation A, on teste les éléments discrets en translation (masse, ressort), les options `AMOR_HYST` de `AFFE_CARA_ELEM`.

Par l'intermédiaire de la modélisation B, on teste les éléments de poutre (`POU_D_T`), les options `AMOR_HYST` de `DEFI_MATERIAU`,

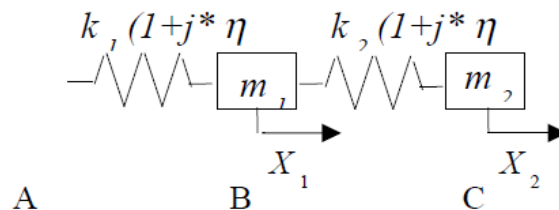
Par l'intermédiaire de la modélisation C, on teste le calcul modal (`CALC_MODES`) complexe.

Les résultats obtenus pour les deux premières modélisations (champ de déplacement pour différentes fréquences d'excitation) sont en bon accord avec les résultats du guide VPCS. Les résultats obtenus pour la troisième modélisation sont en bon accord avec les résultats semi-analytiques.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Nous considérons le système représenté par le schéma ci-dessous :



Masses ponctuelles :  $m_1$  et  $m_2$

Raideurs de liaison :  $k_1$  et  $k_2$

Amortissement hystérétique :  $\eta_1$  et  $\eta_2$

### 1.2 Propriétés du matériau

Ressort de translation élastique linéaire	$K_1=28000 \text{ N/m}$ $K_2=28000 \text{ N/m}$
Masse ponctuelle	$M_1=10 \text{ kg}$ $M_2=5 \text{ kg}$
Amortissement hystérétique	$\eta_1=0.1$ $\eta_2=0.0$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :  
Points  $A$ ,  $B$ ,  $C$  encastrés en  $DY$  et  $DZ$   
Points  $A$  : encastré ( $DX=0$ ).

Chargement : Force concentrée sinusoïdale de fréquence variable au point  $C$

$$F_{x_4} = F_0 \sin \Omega t$$

$$\Omega = 2\pi f \quad 0 \text{ Hz} \leq f \leq 21.0543 \text{ Hz}$$

$$F_0 = \text{constante} = 100 \text{ N}$$

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet pour l'étude du régime harmonique permanent.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

Le système d'équations différentielles du second ordre couplées est de la forme :

$$M \ddot{u} + K u = F$$

avec  $M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  et  $K = 28000 \begin{bmatrix} 1+0.1j & -1-0.1j & 0 \\ -1-0.1j & 2+0.1j & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

La solution  $u$  à une excitation harmonique  $F = F_0 e^{j\omega t}$  ( $j^2 = -1$ ) est de la forme  $u = u_0 e^{j\omega t}$ , ce qui conduit à :  $(K - M\omega^2)u_0 = F_0$

Ce système est résolu pour tout  $\omega$ .

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Déplacement selon  $x$  du point  $C$  pour certaines fréquences.  
Fréquences propres et amortissement réduits.

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution semi-analytique.

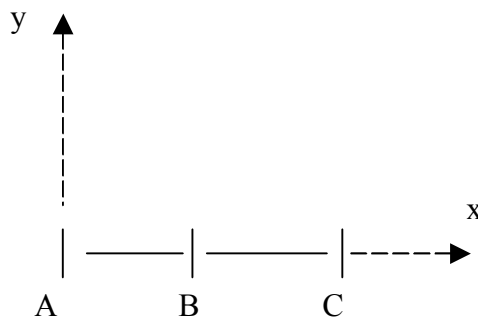
### 2.4 Références bibliographiques

- [1] J. PIRANDA : Notice d'utilisation du logiciel d'analyse modale MODAN - Version 0.2 (1990).  
Laboratoire de Mécanique Appliquée - Université de Franche Comté - Besançon (France).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret de rigidité en translation



Caractéristiques des éléments

DISCRET : avec masses nodales M\_T\_D\_N  
et matrices de rigidité K\_T\_D\_L

Conditions aux limites :

en tous les nœuds

au nœud extrémité A

DDL\_IMPO: ( TOUT: 'OUI' DY: 0. , DZ: 0. )  
( GROUP\_NO: A DX: 0. )

Noms des nœuds :

Point A = N1

Point B = N2

Point C = N3

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3

Nombre de mailles et types : 2 SEG2

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Parties réelle et imaginaire de la composante  $DX$  du déplacement du point C .

Fréquence	Référence	Aster	% Différence
0.00	7.1075E-03 -3.5360E-04	7.1074964639321E-03 -3.5360678925035E-04	1.08E-04
3.36870E+00	9.388216E-03 -7.31196E-04	9.3882649899583E-03 -7.3120610001073E-04	5.31E-04
6.48480E+00	-5.0269E-03 -7.07103E-02	-5.0349198344062E-03 -7.0708581052416E-02	0.012
8.00060E+00	-9.54931E-03 -2.2154E-03	-9.5490053525137E-03 -2.2153458282190E-03	0.003
1.18746E+01	-4.23259E-05 -3.57193E-04	-4.2266734408325E-05 -3.5719325443817E-04	0.016
1.34747E+01	2.35524E-03 -5.01765E-04	2.3552527130123E-03 -5.0176685846530E-04	5.34E-04
1.55802E+01	-1.6395374E-02 -6.871471E-02	-1.6420641488151E-02 -6.8704047854161E-02	0.039
2.10543E+01	-1.88977E-03 -5.53314E-06	-1.8897660707219E-03 -5.5328629109043E-06	2.08E-04

## 3.4 Remarques

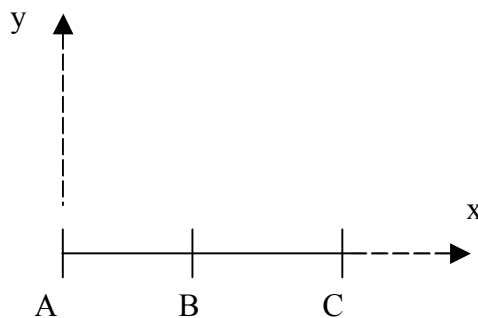
### Contenu du fichier résultats :

Les valeurs du déplacement de la composante  $DX$  du point  $C$  pour toutes les fréquences de 0 à  $2.10543E+01$ Hz par pas de 3.3687 .

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément continu de type poutre en traction



Caractéristiques des éléments

DISCRET :	masses nodales	M_T_D_N
POUTRE :	matrices de rigidité	POU_D_T

Conditions aux limites :

en tous les nœuds  
au nœud extrémité *A*

DDL_IMPO:	( TOUT: 'OUI'    DY: 0. , DZ: 0. )
	( GROUP_NO: A    DX: 0. )

Noms des nœuds :

Point *A* = *N1*  
Point *B* = *N2*  
Point *C* = *N3*

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3  
Nombre de mailles et types : 2 SEG2

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Parties réelle et imaginaire de la composante *DX* du déplacement du point *C*.

Fréquence	Référence	Aster	% Différence
0.00	7.1075E-03 -3.5360E-04	7.1074964639321E-03 -3.5360678925035E-04	1.08E-04
3.36870E+00	9.388216E-03 -7.31196E-04	9.3882649899583E-03 -7.3120610001073E-04	5.31E-04
6.48480E+00	-5.0269E-03 -7.07103E-02	-5.0349198344064E-03 -7.0708581052416E-02	0.012
8.00060E+00	-9.54931E-03 -2.2154E-03	-9.5490053525137E-03 -2.2153458282190E-03	0.003
1.18746E+01	-4.23259E-05 -3.57193E-04	-4.2266734408325E-05 -3.5719325443817E-04	0.016
1.34747E+01	2.35524E-03 -5.01765E-04	2.3552527130123E-03 -5.0176685846530E-04	5.34E-04
1.55802E+01	-1.6395374E-02 -6.871471E-02	-1.6420641488152E-02 -6.8704047854161E-02	0.039
2.10543E+01	-1.88977E-03 -5.53314E-06	-1.8897660707219E-03 -5.5328629109043E-06	2.08E-04

## 4.4 Remarques

### Contenu du fichier résultats :

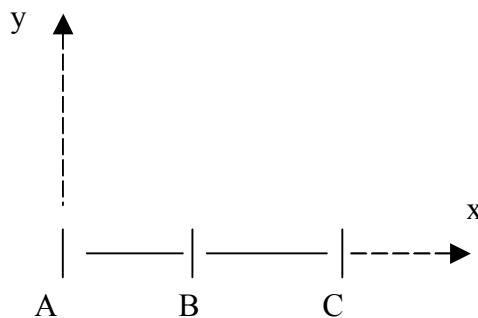
Les valeurs du déplacement de la composante  $DX$  du point  $C$  pour toutes les fréquences de 0 à  $2.10543E+01$ Hz par pas de 3.3687 .



## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément discret de rigidité en translation



Caractéristiques des éléments

DISCRET : avec masses nodales M\_T\_D\_N  
et matrices de rigidité K\_T\_D\_L

Conditions aux limites :

en tous les nœuds DDL\_IMPO: ( TOUT: 'OUI' DY: 0. , DZ: 0. )  
au nœud extrémité A ( GROUP\_NO: A DX: 0. )

Noms des nœuds :

Point A = N1 A = N1  
Point B = N2 B = N2  
Point C = N3 C = N3

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 3

Nombre de mailles et types : 2 SEG2

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Fréquences propres et amortissements réduits.

Fréquences propres :

Numéro d'ordre	Référence	Aster	% Différence
1	6.4537	6.44568	-0.124
2	15.5806	1.55612	-0.124

Amortissements réduits :

Numéro d'ordre	Référence	Aster	% Différence
1	0.05	0.05	-1.39E-14
2	0.05	0.05	2.78E-14

## 6 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sont excellents.