SDLL09 - Vibration d'une poutre élancée de section rectangulaire variable (encastrée-libre)

Résumé :

Ce problème plan consiste à chercher les fréquences de vibration d'une poutre encastrée libre à section variable rectangulaire. Ce test comporte une seule modélisation.

La variation de section de la poutre est soit homothétique, soit non homothétique. Les caractéristiques de la section de la poutre sont données selon les mailles de deux façons différentes :

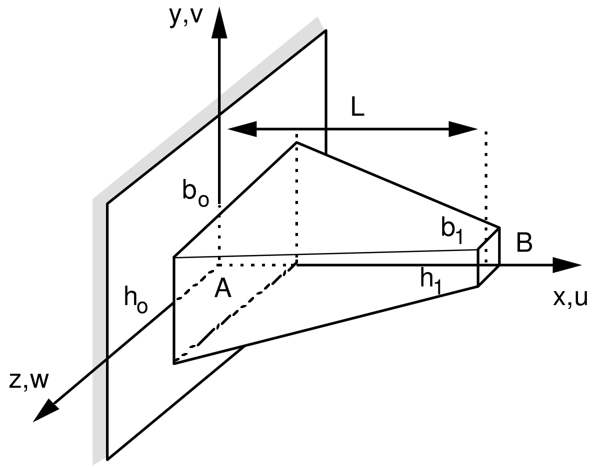
- section et inerties,
- hauteur et largeur.

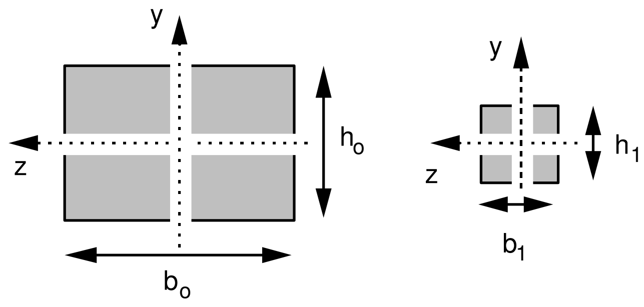
Ce problème permet donc de tester l'élément de poutre à section variable pour une structure prismatique ainsi que le calcul des fréquences de vibration par itérations inverses. Par ailleurs, dans l'opérateur `AFFE_CARA_ELEM`, on teste la rémanence de certains mots-clés.

Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux donnés dans le guide VPCS.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie





Sections rectangulaires

Longueur de la poutre :

$$L=1\,m$$

Section rectangulaire :

	Section droite initiale		**Section droite finale**
	Cas 1	**Cas 2**	
hauteur :	$h_o=0.04\,m$	$=0.04\,m$	$h_1=0.01\,m$
largeur :	$b_o=0.04\,m$	$=0.05\,m$	$b_1=0.01\,m$
aire :	$A_o=1.6\,10^{-3}\,m^2$	$=2.10^{-3}\,m^2$	$A_1=1.10^{-4}\,m^2$
inertie :	$Iz_o=2.1333\,10^{-7}\,m^4$	$=2.6667\,10^{-7}\,m^4$	$Iz_1=8.3333\,10^{-10}\,m^4$

Coordonnées des points (m) :

	A	B
x	0.	1.
y	0.	0.
z	0.	0.

1.2 Propriétés de matériaux

$$E=2.10^{11}\,Pa$$

$$\rho=7\,800\,kg/m^3$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Point A : encastré $u=v=0$ $\theta=0.$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SDLL09/89 du guide VPCS qui présente la méthode de calcul de la façon suivante :

Calcul exact par intégration numérique de l'équation différentielle de la flexion des poutres (Théorie d'Euler-Bernouilli).

$$\frac{\partial^2\left(EI_z\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right)}{\partial x^2}=-\rho A\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

où I_z et A varient avec l'abscisse.

On obtient :

$$f_i=\frac{1}{2\pi}\lambda_i(\alpha,\beta)\frac{h_1}{L^2}\sqrt{\frac{E}{12\rho}}$$

avec :

$$\alpha=\frac{h_0}{h_1}=4$$
$$\beta=\frac{b_0}{b_1}=4\ ou\ 5$$

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
$\beta=4$	23.289	73.9	165.23	299.7	478.1
$\beta=5$	24.308	75.56	167.21	301.9	480.4

2.2 Résultats de référence

5 premiers modes propres de flexion.

2.3 Incertitude sur la solution

Solution semi-analytique.

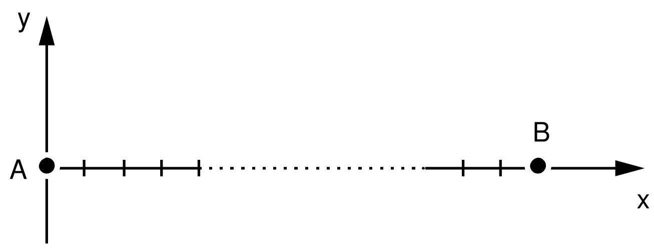
2.4 Références bibliographiques

H.H. MABIE, C.B. ROGERS, Transverse vibrations of double-tapered cantilever beams - Journal of the Acoustical Society of America, n° 51, p. 1771-1774 (1972).

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Éléments de poutre `POU_D_E`



Découpage : poutre AB : 30 mailles SEG2 de section variable
15 mailles en "section Générale"
15 mailles en "section Rectangulaire"

Conditions limites :
en tous les nœuds `DDL_IMPO: ( TOUT:'OUI' DZ: 0., DRX: 0., DRY: 0. )`
à l'extrémité A `( Nœud: A DX: 0., DY: 0., DRZ: 0. )`

Noms des nœuds : Point $A = N100$
Point $B = N200$

3.2 Caractéristiques du maillage

Maillage : Nombre de nœuds : 31
Nombre de mailles et types : 30 `SEG2`

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
	Fréquence en HZ
Cas 1 $h_0/h_1=4$ $b_0/b_1=4$	
homothétique	
flexion 1	54.18
flexion 2	171.94
flexion 3	384.40
flexion 4	697.24
flexion 5	1112.28
Cas 2 $h_0/h_1=4$ $b_0/b_1=5$	
non homothétique	
flexion 1	56.55
flexion 2	175.19
flexion 3	389.01
flexion 4	702.36
flexion 5	1117.63

4 Synthèse des résultats

Bonne implantation de l'élément de poutre de section variable avec un maillage fin.

Une modélisation plus grossière serait suffisante.