SDLL100 - Réponse dynamique transitoire d'une poutre en traction simple

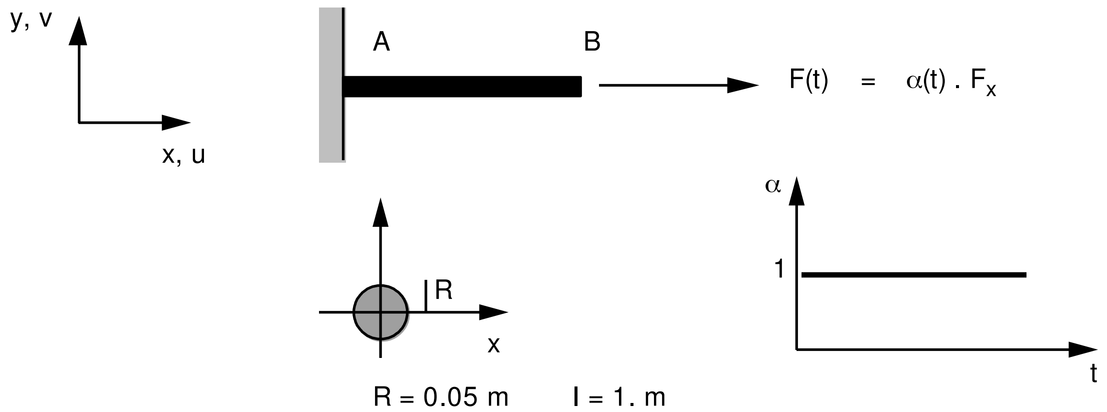
Résumé :

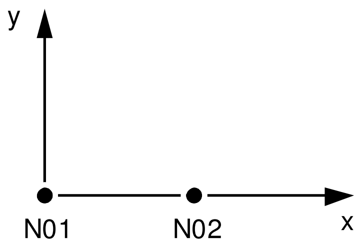
Ce problème-test correspond à une analyse transitoire directe d'un système linéaire amorti ou non, constitué d'une poutre en traction simple, soumis à un chargement de type Heaviside appliqué à partir de l'instant initial.

Le problème discrétisé avec un unique élément de poutre possède une solution de référence analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie





1.2 Propriétés de matériaux

$E = 98\ 696.044\ MPa$
$\nu = 0.$
$\rho = 3.10^6\ kg/m^3$
Sans amortissement : $C = 0.$ ou avec amortissement proportionnel de Rayleigh : $C = \lambda K + \mu M$, $\lambda = 5.10^{-4}$, $\mu = -5$.

1.3 Conditions aux limites et chargements

Force appliquée au noeud $N02$ en B : $Fx = 1.10^6\ N$
Fonction $\alpha(t)$ évolution du chargement : $\alpha(t) = 1.$, $t \geq 0.$

1.4 Conditions initiales

Déplacement initial nul.
Vitesse initiale nulle.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Sans amortissement : la solution analytique du problème à un élément est :

$$x_B(t)=\frac{F_x}{m\omega_0^2}(1-\cos\omega_0 t)$$

$$m=\frac{1}{3}\rho SI\ ,\ \ \omega_0^2=\frac{3E}{\rho I^2}\ ,\ \ T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$$

où S est l'aire de la section (πR^2) .

- Avec amortissement : la solution analytique du problème à un élément est :

$$x_B(t)=\frac{F_x}{m\omega_0^2}\left[1-\exp\left(-\frac{\mu+\lambda\omega_0^2}{2}.t\right).\left(\frac{\mu+\lambda\omega_0^2}{2\omega_1}\sin(\omega_1 t)+\cos(\omega_1 t)\right)\right]$$

λ, μ coefficient de l'amortissement proportionnel $C=\lambda K+\mu M$

$$\omega_1=\frac{\sqrt{(4-2\lambda\mu)\omega_0^2-\mu^2-\lambda^2\omega_0^4}}{2}$$

2.2 Résultats de référence

Déplacement x_B à $t=\frac{iT_0}{10}\quad i=1,\ldots,10$

avec : $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$

2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

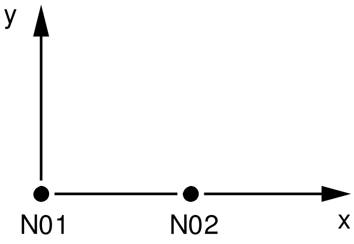
Remarque :

La solution de référence correspond à la solution obtenue avec la discrétisation à un élément et en gardant une matrice masse pleine. Cela permet de valider l'algorithme mais ce n'est pas la solution du problème physique.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

POU_D_T



Découpage : $N01$ $N02$ 1 maille SEG2

Conditions limites : DDL_IMPO au nœud $N01$:

DX:0., DY:0., DZ:0., DRX:0, DRY:0, DRZ:0

Pas de temps : $10^{-5} s.$
Intégration NEWMARK $\alpha=0.25$, $\delta=0.5$
Intégration WILSON $\theta=1.4$

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2
Nombre de mailles et types : 1 maille SEG2

3.3 Grandeurs testées et résultats

Sans amortissement :

Instant en sec.	Référence	*Aster* NEWMARK	% différence	*Aster* WILSON	% différence
2.E–3	2.4638E–04	2.4519E–04	0.5	2.4424E–04	0.86
4.E–3	8.9141E–04	8.8948E–04	1.93	8.8794E–04	0.38
6.E–3	1.6887E–03	1.6868E–03	0.11	1.6852E–03	0.20
8.E–3	2.3337E–03	2.3325E–03	0.05	2.3316E–03	0.09
1.E–2	2.5801E–03	2.5801E–03	0.03	2.5801E–03	0
1.2E–2	2.3337E–03	2.3349E–03	0.05	2.3359E–03	0.09
1.4E–2	1.6887E–3	1.6906E–03	0.43	1.6922E–03	0.21
1.6E–2	8.9141E–04	8.9334E–04	0.21	8.9489E–04	0.4
1.8E–2	2.4638E–04	2.4758E–04	0.48	2.4854E–04	0.87
2.E–2	0.0000	3.1989E–09	-	9.3188E–09	-

Avec amortissement :

Instant en sec.	Référence	*Aster* NEWMARK	% différence	*Aster* WILSON	% différence
2.E–3	2.3775E–04	2.3662E0–4	0.47	2.3572E–04	0.85
4.E–3	8.3189E–04	8.3015E–04	0.21	8.2877E–04	0.37
6.E–3	1.5307E–03	1.5290E–03	0.11	1.5277E–03	0.2
8.E–3	2.0704E–03	2.0694E–03	0.04	2.0686E–03	0.09
1.E–2	2.2721E–03	2.2721E–03	0.	2.2720E–03	0.004
1.2E–2	2.0976E–03	2.0984E–03	0.04	2.0991E–03	0.07
1.4E–2	1.6488E–03	1.6501E–03	0.08	1.6511E–03	0.14
1.6E–2	1.1164E–03	1.1176E–03	0.11	1.1186E–03	0.2
1.8E–2	7.0165E–04	7.0241E–04	0.11	7.0302E–04	0.19
2.E–2	5.4263E–04	5.4266E–04	0.005	5.4269E–04	0.01

3.4 Remarques

Après les deux premiers pas de temps, la solution avec amortissement est obtenue avec une erreur inférieure à 0.2% .

4 Synthèse des résultats

Les deux algorithmes donnent une solution avec une erreur inférieure à 0.2% de la solution de référence après les deux premiers pas de temps.

Ce problème nécessite un pas de temps d'intégration de $10^{-5} s$.