

## SDLL100 - Réponse dynamique transitoire d'une poutre en traction simple

---

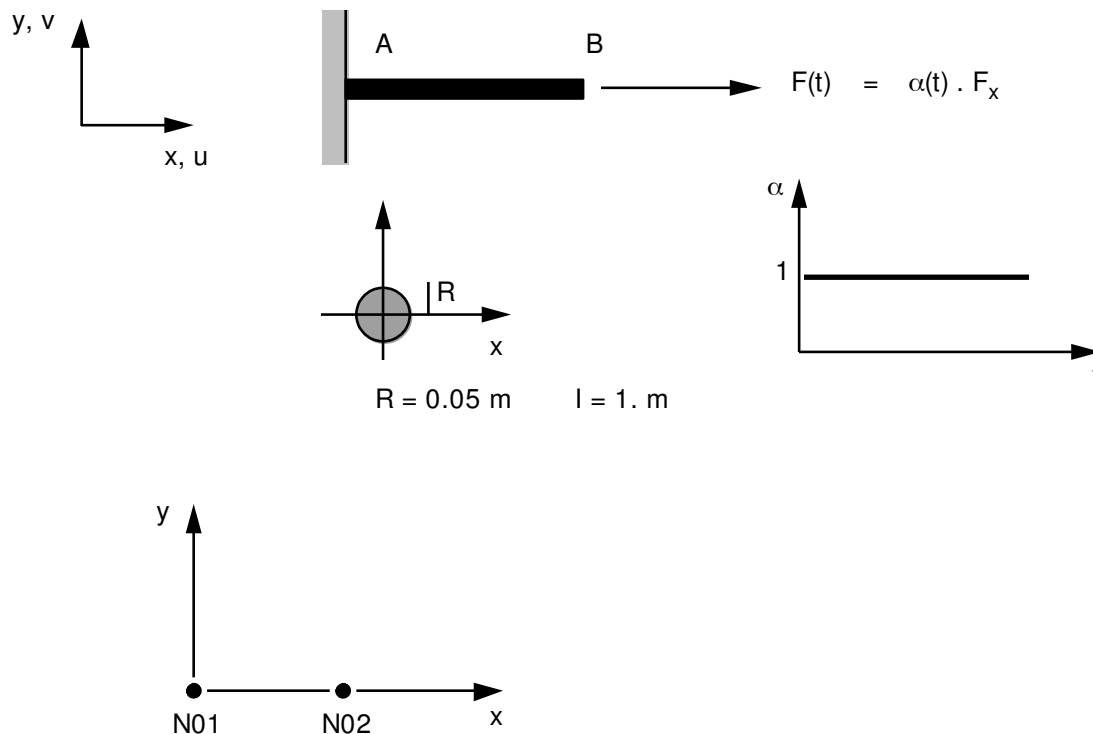
### Résumé :

Ce problème-test correspond à une analyse transitoire directe d'un système linéaire amorti ou non, constitué d'une poutre en traction simple, soumis à un chargement de type Heaviside appliqué à partir de l'instant initial.

Le problème discrétisé avec un unique élément de poutre possède une solution de référence analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 98\,696.044 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.$$

$$\rho = 3.10^6 \text{ kg/m}^3$$

Sans amortissement :  $C = 0.$  ou avec amortissement proportionnel de Rayleigh :  $C = \lambda K + \mu M,$

$$\lambda = 5.10^{-4}, \mu = -5.$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Force appliquée au noeud  $N02$  en  $B$  :  $F_x = 1.10^6 \text{ N}$

Fonction  $\alpha(t)$  évolution du chargement :  $\alpha(t) = 1., t \geq 0.$

### 1.4 Conditions initiales

Déplacement initial nul.

Vitesse initiale nulle.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

- Sans amortissement : la solution analytique du problème à un élément est :

$$x_B(t) = \frac{F_x}{m\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 t)$$
$$m = \frac{1}{3} \rho S I, \quad \omega_0^2 = \frac{3E}{\rho I^2}, \quad T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

où  $S$  est l'aire de la section ( $\pi R^2$ ).

- Avec amortissement : la solution analytique du problème à un élément est :

$$x_B(t) = \frac{F_x}{m\omega_0^2} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\mu + \lambda\omega_0^2}{2} t\right) \cdot \left( \frac{\mu + \lambda\omega_0^2}{2\omega_1} \sin(\omega_1 t) + \cos(\omega_1 t) \right) \right]$$

$\lambda, \mu$  coefficient de l'amortissement proportionnel  $C = \lambda K + \mu M$

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{(4 - 2\lambda\mu)\omega_0^2 - \mu^2 - \lambda^2\omega_0^4}}{2}$$

### 2.2 Résultats de référence

Déplacement  $x_B$  à  $t = \frac{i T_0}{10}$   $i = 1, \dots, 10$

avec :  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

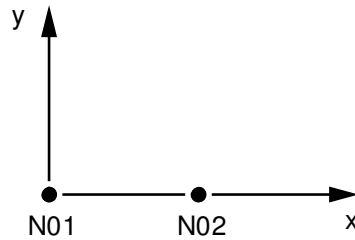
**Remarque :**

*La solution de référence correspond à la solution obtenue avec la discrétisation à un élément et en gardant une matrice masse pleine. Cela permet de valider l'algorithme mais ce n'est pas la solution du problème physique.*

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

POU\_D\_T



Découpage :                      *N01*                      *N02*                      1 maille SEG2

Conditions limites : DDL\_IMPO au nœud *N01* :

DX:0., DY:0., DZ:0., DRX:0, DRY:0, DRZ:0

Pas de temps :                       $10^{-5} s.$   
Intégration NEWMARK               $\alpha=0.25$  ,  $\delta=0.5$   
Intégration WILSON                 $\theta=1.4$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2  
Nombre de mailles et types : 1 maille SEG2

## 3.3 Grandeurs testées et résultats

Sans amortissement :

Instant en sec.	Référence	Aster NEWMARK	% différen ce	Aster WILSON	% différence
2.E-3	2.4638E-04	2.4519E-04	0.5	2.4424E-04	0.86
4.E-3	8.9141E-04	8.8948E-04	1.93	8.8794E-04	0.38
6.E-3	1.6887E-03	1.6868E-03	0.11	1.6852E-03	0.20
8.E-3	2.3337E-03	2.3325E-03	0.05	2.3316E-03	0.09
1.E-2	2.5801E-03	2.5801E-03	0.03	2.5801E-03	0
1.2E-2	2.3337E-03	2.3349E-03	0.05	2.3359E-03	0.09
1.4E-2	1.6887E-3	1.6906E-03	0.43	1.6922E-03	0.21
1.6E-2	8.9141E-04	8.9334E-04	0.21	8.9489E-04	0.4
1.8E-2	2.4638E-04	2.4758E-04	0.48	2.4854E-04	0.87
2.E-2	0.0000	3.1989E-09	-	9.3188E-09	-

Avec amortissement :

Instant en sec.	Référence	Aster NEWMARK	% différen ce	Aster WILSON	% différence
2.E-3	2.3775E-04	2.3662E0-4	0.47	2.3572E-04	0.85
4.E-3	8.3189E-04	8.3015E-04	0.21	8.2877E-04	0.37
6.E-3	1.5307E-03	1.5290E-03	0.11	1.5277E-03	0.2
8.E-3	2.0704E-03	2.0694E-03	0.04	2.0686E-03	0.09
1.E-2	2.2721E-03	2.2721E-03	0.	2.2720E-03	0.004
1.2E-2	2.0976E-03	2.0984E-03	0.04	2.0991E-03	0.07
1.4E-2	1.6488E-03	1.6501E-03	0.08	1.6511E-03	0.14
1.6E-2	1.1164E-03	1.1176E-03	0.11	1.1186E-03	0.2
1.8E-2	7.0165E-04	7.0241E-04	0.11	7.0302E-04	0.19
2.E-2	5.4263E-04	5.4266E-04	0.005	5.4269E-04	0.01

## 3.4 Remarques

Après les deux premiers pas de temps, la solution avec amortissement est obtenue avec une erreur inférieure à 0.2% .

## 4 Synthèse des résultats

---

Les deux algorithmes donnent une solution avec une erreur inférieure à 0.2% de la solution de référence après les deux premiers pas de temps.

Ce problème nécessite un pas de temps d'intégration de  $10^{-5}$  s .