

## SDLL123 - Fréquence d'une ligne d'arbre simplifiée avec gyroscopie

---

### Résumé :

Ce test permet de valider le calcul des modes en rotation d'un système d'arbres tournant.

Dans ce test, il s'agit d'un modèle simple de rotor avec 1 disques simplement supporté.

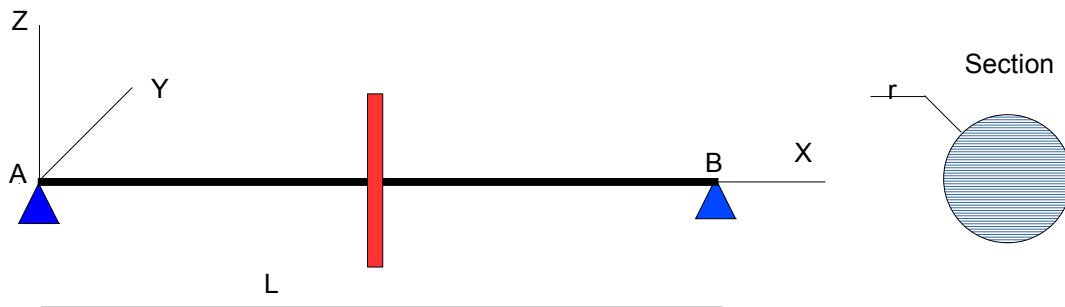
Quatre modélisations sont effectuées :

- Modélisation B : POU\_D\_E
- Modélisation D : POU\_D\_EM
- Modélisation E : POU\_D\_TG
- Modélisation F : POU\_D\_TGM

Les modélisations A et C sont sans objet pour la gyroscopie. Il s'agit de tests de validation mathématique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



- Poutre :  
 $L = 0.9 \text{ m}$   
 $r = 0.025 \text{ m}$

### 1.2 Propriétés du matériau

- Poutre
  - $E = 2.06 \text{ E11 Pa}$  Module d'Young
  - $\nu = 0.$  Coefficient de Poisson
  - $\rho = 7800. \text{ kg/m}^{-3}$  Masse volumique
- Disque
  - $m = 0.03829 \text{ Kg}$
  - tenseur d'inertie massique
  - $I_{yy} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$
  - $I_{yy} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$
  - $I_{zz} = 1.8 \times 10^{-6} \text{ Kg.m}^2$
  - $I_{xy} = I_{yz} = I_{xz} = 0.$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Déplacements imposés ( $m$ ) :

Points A et B :  $DX = DY = DZ = 0$

vitesse de rotation:

$\omega = 10000 \text{ tr/mn}$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour les solutions de référence

La solution de référence est une solution obtenue avec python. En effet, deux méthodes de calculs ont été utilisées pour déterminer les fréquences. Chacune des méthodes utilise les matrices de rigidité, de masse, gyroscopique et d'amortissement calculées par *Code\_Aster*. Pour la recherche des fréquences du problème modal quadratique, on utilise :

- la librairie mathématique python `numpy` (recherche de valeurs propres)
- la commande `CALC_MODES`

Ce n'est donc pas à proprement parler une non-régression. En revanche pour la validation des éléments de poutre et en l'absence d'éléments de comparaison, il s'agit bien de non-régression.

### 2.2 Grandeurs de référence

- *FREQ* fréquence
- *AMOR\_REDUIT* : amortissement réduit

### 2.3 Résultat de référence

A titre d'indication, les résultats de référence pour la poutre d'Euler droite sont donnés ci-dessous.

numpy	
$N^\circ$	<i>FREQ</i> (Hz)
1	123.915
2	124.546
3	497.033
4	499.575

CALC_MODES		
$N^\circ$	<i>FREQ</i> (Hz)	<i>AMOR_REDUIT</i>
1	123.915	0.0
20	7971.6	0.0
40	21163.265	0.0
60	37289.789	0.0
80	74712.423	0.0

### 2.4 Incertitude sur la solution

Solution numérique

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation A

Modélisations POU\_D\_E et DIS\_TR

Nombre de nœuds : 19

Nombre de mailles : 19 soit 18 SEG2 et 1 POI1

Groupe de nœuds:

PALIER\_A

PALIER\_B

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

- **Premier calcul modal : il est de type GEP.** On le résout via l'opérateur CALC\_MODES + SOLVEUR\_MODAL=\_F (METHODE='SORENSEN') (concept MODES).

$N^{\circ}$	$FREQ (Hz)$ affichée dans le .mess	Tolérance
2	124.231	$10^{-6}$
3	124.231	$10^{-6}$
4	498.302	$10^{-6}$
5	498.302	$10^{-6}$
6	1118.15	$10^{-6}$
7	1118.15	$10^{-6}$
8	1993.47	$10^{-6}$
9	1993.47	$10^{-6}$
10	2021.39	$10^{-6}$
11	2850.72	$10^{-6}$

- On teste aussi la commande INFO\_MODE. Le GEP étant standard (matrices symétriques réelles) ses valeurs propres appartiennent uniquement à l'axe réel. Sur ce cas, on peut donc comparer les deux méthodes de dénombrement (COMPTAGE/METHODE='STURM' et 'APM') et vérifier qu'elles donnent bien les mêmes résultats.  
On détermine ainsi le nombre de valeurs propres ( NB\_FREQ ) contenues strictement dans une bande fréquentielle [FREQ\_MIN, FREQ\_MAX] (si Sturm) ou dans le disque de centre FREQ\_CENTRE et de rayon, en fréquentiel,  $\frac{\sqrt{RAYON\_CONTOUR}}{2\pi}$  (si APM) . On précise la méthode de dénombrement utilisée (Sturm ou APM).

Concept	FREQ_MIN/ CENTRE_CONTOUR	FREQ_MAX/ RAYON_CONTOUR	NB_FREQ	Méthode de dénombrement
NBMOD01	-1.0	120.0	1 On compte $\lambda_1$ .	Sturm
NBMOD02	-1.0	130.0	3 On compte $(\lambda_i)_{i=1,3}$ .	Sturm
NBMOD03	-1.0	1200.0	7 On compte	Sturm

			$(\lambda_i)_{i=1,7}$	
NBMOD11	0.0+0.0j	5.684 10 <sup>5</sup> (= (120x2π) <sup>2</sup> )	1 Idem NBMOD01	APM
NBMOD12	0.0+0.0j	6.671 10 <sup>5</sup> (= (130x2π) <sup>2</sup> )	3 Idem NBMOD02	APM
NBMOD13	0.0+0.0j	5.684 10 <sup>7</sup> (= (1200x2π) <sup>2</sup> )	7 Idem NBMOD03	APM

- **Second calcul modal:** il est de type QEP. On le résout via l'opérateur `CALC_MODES + SOLVEUR_MODAL=_F (METHODE='QZ')` (concept MODEQ).

$N^{\circ 1}$	<i>FREQ</i> (Hz) affichée dans le .mess $(= \frac{\Im(\lambda_i)}{2\pi})$	<i>AMORTISSEMENT</i> affichée dans le .mess $(= \frac{-\Re(\lambda_i)}{ \lambda_i })$	Module de la valeur propre (= $ \lambda_i $ )	Tolérance
Sans objet	Pas retenue dans Code_Aster car valeur propre réelle	Sans objet	0	Sans objet
Sans objet	Pas retenue dans Code_Aster car valeur propre réelle	Sans objet	0	Sans objet
1	123.915 + le complexe conjuguée	10 <sup>-11</sup>	778.5	0.5
2	124.546 + le complexe conjuguée	10 <sup>-09</sup>	782.5	0.5
...	...	...	...	...
10	2850.72 + le complexe conjuguée	10 <sup>-15</sup>	18849.5	0.5
11	3099.17 + le complexe conjuguée	10 <sup>-11</sup>	19472.6	0.5
...	...	...	...	...
41	21273.2 + le complexe conjuguée	10 <sup>-12</sup>	133663.4	0.5
42	21380.2 + le complexe conjuguée	10 <sup>-12</sup>	134335.7	0.5
...	...	...	...	...

1 Seulement l'ordre dans la structure de données Code\_Aster, puisqu'il n'y a pas de relation d'ordre dans le plan complexe.

- On teste aussi la commande `INFO_MODE`. Puisqu'il s'agit d'un QEP à matrices réelles, ses valeurs propres sont, soit réelles, soit complexes conjuguées. On ne peut donc ici n'utiliser que la méthode APM. Elle détermine le nombre de valeurs propres (`NB_FREQ`) contenues ici strictement dans le disque de centre `CENTRE_CONTOUR` et de rayon `RAYON_CONTOUR`.

Concept	CENTRE_CONTOUR	RAYON_CONTOUR	NB_FREQ	Méthode de dénombrement
NBMOD04	0.0+0.0j	779.114 (= $124 \times 2\pi$ )	4 On compte les 2 valeurs nulles + le couple $(\lambda_1, \bar{\lambda}_1)$ .	APM
NBMOD05	0.0+779.114j (= $0.0 + 124 \times 2\pi j$ )	7	2 on compte les 2 valeurs $\lambda_1$ et $\lambda_2$ sans leur conjugué.	APM
NBMOD06	0.0+0.0j	$1.884 \cdot 10^4$ (= $3000 \times 2\pi$ )	22 On compte les 2 valeurs nulles + les couples $(\lambda_i, \bar{\lambda}_i)_{i=1,10}$ .	APM
NBMOD07	0.0+0.0j	$1.338 \cdot 10^5$ (= $21300 \times 2\pi$ )	84 On compte les 2 valeurs nulles + les couples $(\lambda_i, \bar{\lambda}_i)_{i=1,41}$ .	APM
NBMOD08	779.114(1.0+j) (= $124 \times 2\pi(1.0 + j)$ )	701.203 (= $0.9 \times 124 \times 2\pi$ )	0	APM

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation B

Modélisations POU\_D\_E et DIS\_TR

Nombre de nœuds 19

Nombre de mailles 18 Soit: SEG2 18

Groupe de nœuds:

*PALIER\_A*

*PALIER\_B*

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

- CALC\_MODES

$N^{\circ}$	<i>FREQ</i> (Hz)	Tolérance
1	123.915	$10^{-4}$

$N^{\circ}$	<i>AMOR_REDUIT</i>	Tolérance
1	0.0	$10^{-4}$ %

## 5 Modélisation C

---

Ce test de type validation purement mathématique est sans objet pour la gyroscopie.



## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation D

Modélisations POU\_D\_EM et DIS\_TR

Nombre de nœuds 19

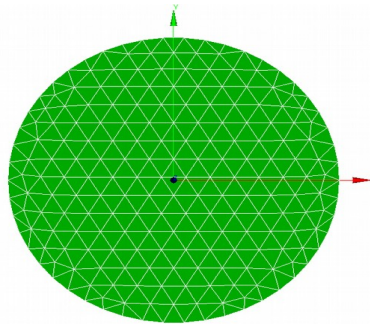
Nombre de mailles 18 Soit: SEG2 18

Groupe de nœuds:

*PALIER\_A*

*PALIER\_B*

Maillage de la section



### 6.2 Grandeurs testées et résultats

- CALC\_MODES

$N^{\circ}$	$FREQ (Hz)$	Tolérance
1	123.429	$10^{-4}$
20	7507.3	$10^{-4}$
40	18555.3	$10^{-4}$
60	35125.2	$10^{-4}$
80	54195.4	$10^{-4}$

$N^{\circ}$	$AMOR\_REDUIT$	Tolérance
1	0.0	$10^{-4}$ %
20	0.0	$10^{-4}$ %
40	0.0	$10^{-4}$ %
60	0.0	$10^{-4}$ %
80	0.0	$10^{-4}$ %

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation E

Modélisations POU\_D\_TG et DIS\_TR  
Nombre de nœuds 19  
Nombre de mailles 18 Soit: SEG2 18

## 7.2 Grandeurs testées et résultats

- CALC\_MODES

Les tests assurent la non régression du code et portent sur la fréquence et l'amortissement réduit.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation F

Modélisations POU\_D\_TGM et DIS\_TR

Nombre de nœuds 19

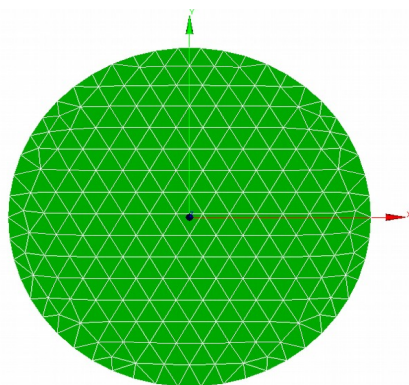
Nombre de mailles 18 Soit: SEG2 18

Groupe de nœuds:

*PALIER\_A*

*PALIER\_B*

Maillage de la section



### 8.2 Grandeurs testées et résultats

- CALC\_MODES

Les tests assurent la non régression du code et portent sur la fréquence et l'amortissement réduit.

## 9 Synthèse des résultats

---

On constate une bonne implantation de l'effet gyroscopique pour tous les éléments de poutre droite de *Code\_Aster*. En absence de référence analytique pour la validation des éléments poutres multifibre et/ou avec gauchissement soumis à l'effet gyroscopique, la validation se fait par comparaison avec les résultats fournis par le module python.