

## SDLS105 - Plaque plane soumise à une turbulence homogène

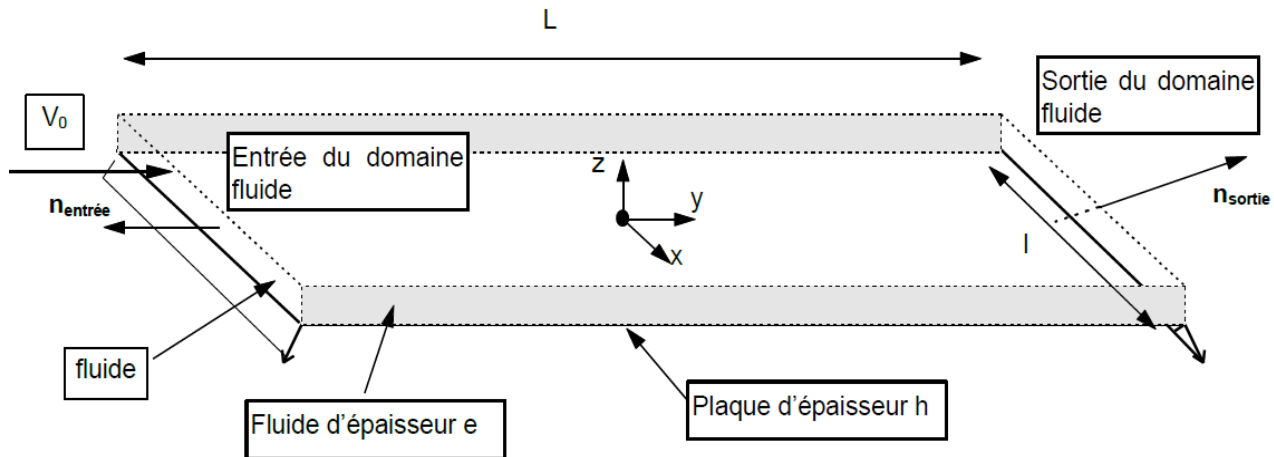
---

### Résumé

Ce test du domaine de la dynamique linéaire des coques et des plaques met en œuvre le calcul de l'acceptance, une fonction destinée à calculer la DSP d'effort modale à partir d'une DSP de pression. Ce test précis met en œuvre une modélisation de type plaque avec des éléments de couplage fluide / structure pour tester la méthode de Corcos dont la fonction de corrélation est appropriée à des écoulements plans turbulents établis.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



$$L = 50 \text{ m} \quad l = 5 \text{ m}$$

$$\text{épaisseur de fluide } e = 0.5 \text{ m}$$

$$\text{épaisseur de la plaque } h = 0.5 \text{ m}$$

### 1.2 Propriétés des matériaux

Fluide : masse volumique  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  (eau).

Structure :  $\rho_s = 7800 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $\nu = 0.3$  (acier).

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Fluide :

- pour simuler l'écoulement permanent, on impose sur la face d'entrée du fluide une vitesse normale de  $-4 \text{ m/s}$ , la vitesse d'entrée  $\vec{V}_0$  du fluide étant de sens inverse à la normale d'entrée (par analogie avec l'analyse thermique, on impose un flux de chaleur normal équivalent de  $-4$ ),
- pour calculer la perturbation fluide apportée par le mouvement de la plaque on impose une condition aux limites de Dirichlet en un nœud du fluide.
- on impose en  $x = \frac{e}{2}$  la condition  $\phi_1 = \phi_2 = 0$  qui correspond à un débit nul à travers la paroi fluide supérieure.

Structure :

- la plaque est soumise à un déplacement imposé correspondant à un premier mode de flexion [bib2] :

$$X_1 = \sin \frac{\pi y}{L}$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Pour le calcul des coefficients ajoutés, on renvoie au cas test FDLV109.

On a fait un calcul d'amortissement ajouté à la vitesse d'écoulement ( $V_0 = 4 \text{ m.s}^{-1}$ ).

La masse ajoutée apportée par l'écoulement vaut :

$$M_{11}^a = 0.625 \cdot 10^5 \text{ kg},$$

$$M_{22}^a = 0.625 \cdot 10^5 \text{ kg},$$

$$M_{12}^a = 0.$$

L'amortissement ajouté vaut avec  $V_0 = 4 \text{ m.s}^{-1}$  :

$$C_{11}^a = 0,$$

$$C_{22}^a = 0,$$

$$C_{12}^a = 0.266 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}.$$

La raideur ajoutée vaut avec  $V_0 = 4 \text{ m.s}^{-1}$  :

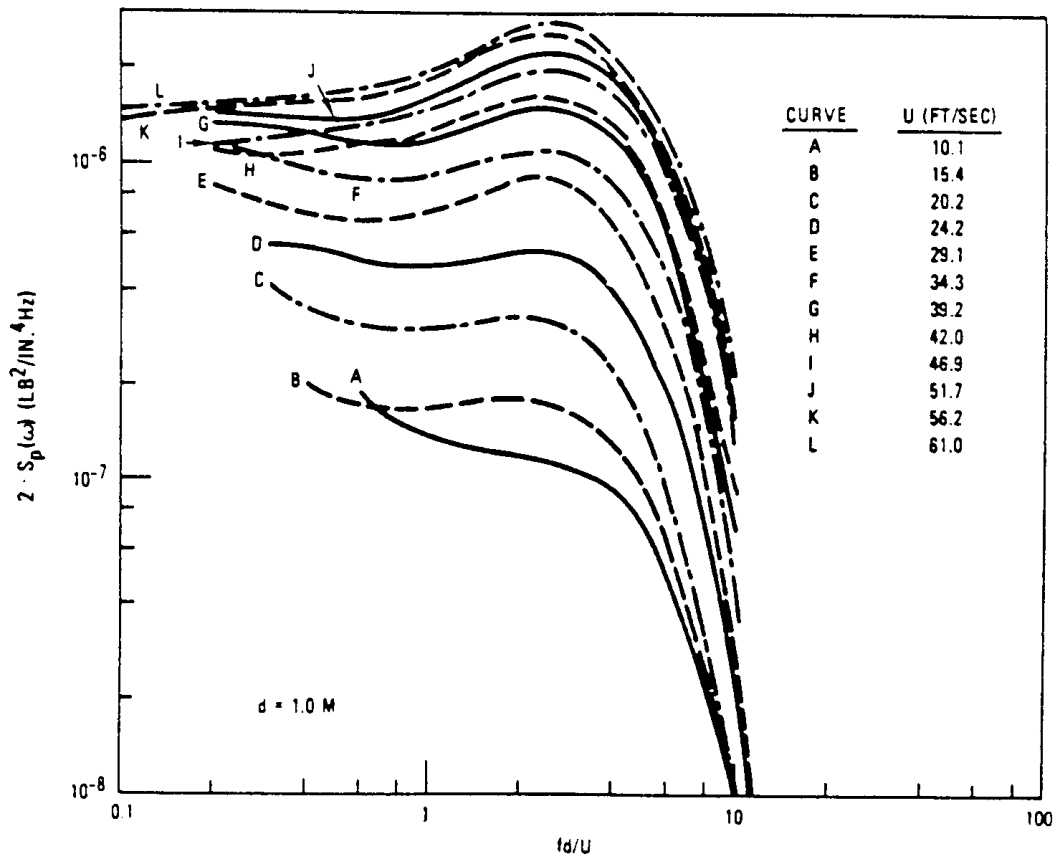
$$K_{11}^a = -0.3943 \cdot 10^4 \text{ N.m}^{-1}.\text{rad}^2,$$

$$K_{22}^a = -0.1577 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}.\text{rad}^2,$$

$$K_{12}^a = 0.$$

L'intérêt du test est ici de calculer et de tester l'autospectre d'effort modal obtenu à partir d'un spectre de pression caractéristique d'écoulements turbulents établis.

Le spectre choisi ici est constant puis nul à partir d'une fréquence de coupure :



On a pour DSP de pression :

$$S_p(\omega) = K^2 (\rho U^2)^2 d^3 \text{ pour } 0,1 < \frac{\omega d}{2pU} < 10$$

La fonction de cohérence choisie dans le cas de cette plaque soumise à écoulement parallèle, est issue d'un modèle de Corcos :

$$r^{(s)}(x-x', \omega) = e^{-k_L(x-x')} e^{-k_T(y-y')} \cos(\omega(x-x')/U_c).$$

Les paramètres  $k_T$  et  $k_L$  sont appelés paramètres de Bakewell et valent en fonction de la pulsation :

$$k_L = 0.1 \frac{\omega}{U_c} \text{ et } k_T = 0.55 \frac{\omega}{U_c}$$

La fonction acceptation, définie en toute généralité par

$$J_{A_i}^2(\omega) = \int_A \int_A r(x-x', \omega) f_{i_\alpha}(x) f_{j_\alpha'}(x') n_\alpha(x) n_{\alpha'}(x') dA dA'$$

vaut dans notre cas :

$$J^2(\omega) = \int_{-A}^A \int_{-A}^A e^{-k_T|y-y'|} e^{-k_L|x-x'|} \cos\left(\frac{\omega(x-x')}{U_c}\right) \sin\left(\frac{k_n x}{L}\right) \sin\left(\frac{k_m x'}{L}\right) dx dy dx' dy'$$

$$= \int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} e^{-k_T|y-y'|} dy dy' \int_0^L \int_0^L e^{-k_L|x-x'|} \cos\left(\frac{\omega(x-x')}{U_c}\right) \sin\left(\frac{k_n x}{L}\right) \sin\left(\frac{k_m x'}{L}\right) dx dx'$$

La première intégrale en facteur a une expression analytique et vaut :

$$\int_{-l/2}^{l/2} \int_{-l/2}^{l/2} e^{-k_T|y-y'|} dy dy' = \frac{2l}{k_T} - 2\left(\frac{1 - e^{-k_T l}}{k_T^2}\right).$$

On donne dans le tableau ci après des valeurs de cette intégrale :

$\omega$ (rad/s)	$I_T(\omega)$
0.01	24.9121
0.1	24.1414
1.	18.0988
2.	13.8102
10.	4.2803

L'autre facteur est plus complexe à évaluer. On a donc calculé numériquement cette intégrale à l'aide du logiciel Maple V.5 :

$\omega$ (rad/s)	$I(\omega)$
0.01	1006.601
0.1	815.3964
1.	14.319
2.	6.5836
10.	1.288

Ainsi, pour les pulsation 0.01 rad/s et 1 rad/s, la DSP d'effort modale vaut respectivement :

$\omega$ (rad/s)	DSP( $\omega$ )
0.01	7.28848E8
1.	7.53237E6

Pour le cas de la modélisation A, on teste également la définition d'un spectre de turbulence à l'aide d'une fonction de la fréquence quelconque, via le mot clé SPEC\_CORR\_CONV\_2. La fonction choisie est :

$$S_p(\omega) = 10^{10} e^{-(\omega/0.1)^2}$$

Ainsi, pour les pulsation 0.01 rad/s et 0,1 rad/s, la DSP d'effort modale vaut respectivement :

$\omega$ (rad/s)	DSP( $\omega$ )
0.01	24,82703E13
0.1	7,24164E13

## 2.2 Résultats de référence

Résultat analytique.

## 2.3 Références bibliographique

- [1] ROUSSEAU G., LUU H.T. : Masse, amortissement et raideur ajoutés pour une structure vibrante placée dans un écoulement potentiel - Bibliographie et implantation dans le *Code\_Aster* - HP-61/95/064.
- [2] BLEVINS R.D : Formulas for natural frequency and mode shape. Ed. Krieger 1984.
- [3] ROUSSEAU G. Spécification du calcul d'acceptance dans le *Code\_Aster*. Réponse spectrale de structures à une excitation turbulente aléatoire HP51/97/027/A

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Pour le système 3D sur lequel on calcule les coefficients ajoutés :

Pour le solide :	160 mailles QUAD4 éléments de coques MEDKQU4
Pour le fluide :	160 mailles QUAD4 éléments thermiques THER_FACE4 sur la surface plane
	184 mailles QUAD4 éléments thermiques THER_FACE4 sur les faces d'entrée et de sortie du volume fluide
	480 mailles HEXA8 éléments thermiques THER_HEX8 dans le volume fluide

#### 3.2 Grandeurs testées et résultats

Pour le cas SPEC\_CORR\_CONV\_1

Identification	fréquence ( Hz )	Type de référence	Référence	% tolérance
$SF1F1(\omega)\omega=0.01$	1.59155e-03	'NON_REGRESSION'	-	-
$SF1F1(\omega)\omega=1$	1.59155e-01	'ANALYTIQUE'	7.532370E6	0.8

Avec les éléments de plaque DKT :

Identification	fréquence ( Hz )	Type de référence	Référence	% tolérance
$SF1F1(\omega)\omega=0.01$	1.59155e-03	'ANALYTIQUE'	7.288480E8	0,11
$SF1F1(\omega)\omega=1$	1.59155e-01	'ANALYTIQUE'	7.532370E6	0.8

Pour le cas SPEC\_CORR\_CONV\_2 où on définit une fonction de spectre exponentielle:

Identification	fréquence ( Hz )	Type de référence	Référence	% tolérance
$SF1F1(\omega)\omega=0.01$	1.59155e-03	'NON_REGRESSION'	-	-
$SF1F1(\omega)\omega=0.1$	1.59155e-02	'NON_REGRESSION'	-	-

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Par rapport à la modélisation A, on ne modifie que les valeurs des masses volumiques, qui sont multipliées par 30 :

- Fluide :  $\rho = 30000 \text{ kg.m}^{-3}$  (eau),
- Structure :  $\rho_s = 23400 \text{ kg/m}^3$  (acier).

On procède ainsi de manière à diminuer la fréquence de coupure du problème.

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

Il s'agit de tester la réponse spectrale de la structure à l'excitation turbulente précédemment définie dans la modélisation A mais calculée pour 128 points de fréquence. On teste pour différentes fréquences la valeur de la réponse spectrale au nœud 2 de la planche qui se trouve à  $13.75 \text{ m}$  du centre de la planche.

La réponse théorique a été évaluée avec le logiciel MAPLE version 5.

Identification	fréquence ( Hz )	Type de référence	Référence	% tolérance
$SFIFI(\omega) \omega = 0.01$	1.59155e-03	'ANALYTIQUE'	7.288480E8	0,2
$SFIFI(\omega) \omega = 1$	1.59155e-01	'ANALYTIQUE'	7.532370E6	0.8
$SFIFI(\omega) \omega = 1$	0.082750	'NON_REGRESSION'	-	-
$SFIFI(\omega) \omega = 1$	0.4532570	'NON_REGRESSION'	-	-

Identification	fréquence ( Hz )	Type de référence	Référence	% tolérance
$S_U(\omega) f = 0.08275$	8.27500e-02	'NON_REGRESSION'	-	-
$S_U(\omega) f = 0.05$	5.00000e-02	'NON_REGRESSION'	-	-
$S_U(\omega) f = 0.025$	2.50000e-02	'NON_REGRESSION'	-	-



## 5 Synthèse des résultats

---

L'outil de calcul de l'acceptance dans le cas d'une turbulence homogène sur une plaque plane a été validé.