

## SSL11 - Treillis de barres articulées sous charge ponctuelle

---

### Résumé :

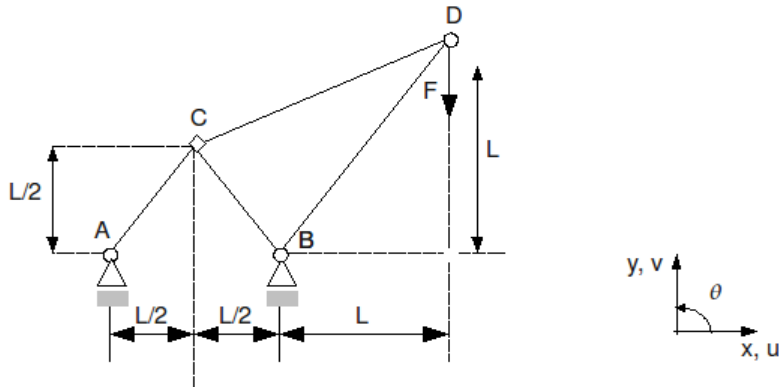
Ce test permet de vérifier les éléments de barre et de poutre pour le calcul de structures en treillis. Le treillis considéré est plan. Le calcul est statique, élastique, linéaire. La solution de référence est analytique.

Trois modélisations permettent de tester les éléments `POU_D_T` avec et sans liaisons rotulées, ainsi que les éléments `BARRE`.

Trois modélisations permettent de tester les éléments `POU_D_TG`, `POU_D_EM` et `POU_D_TGM` avec et sans liaisons rotulées.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Longueur  $L = 1\text{ m}$

éléments  $AC$  et  $BC$  de section circulaire  $A = 2 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$

éléments  $CD$  et  $BD$  de section circulaire  $A = 1 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$

Coordonnées des points (en  $m$ ) :

	$A$	$B$	$C$	$D$
$x$	0.	1.	0.5	2.
$y$	0.	0.	0.5	1.
$z$	0.	0.	0.	0.

### 1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young :  $E = 1.962 \cdot 10^{11}\text{ Pa}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les nœuds  $A$  et  $B$  sont articulés :  $u = v = 0$

Force ponctuelle verticale en  $D$  :  $F = -9.81 \cdot 10^3\text{ N}$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est celle donnée dans la fiche SSSL11/89 du guide VPCS.  
Elle est obtenue par la méthode des déplacements dans [bib1].

### 2.2 Résultats de référence

Déplacements des points  $C$  et  $D$ .

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

### 2.4 Références bibliographiques

[1] RAO (J.S.) : The finite element method in engineering , problème 5.1, p. 275.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Compte tenu des élancements, la prise en compte des articulations modifie peu les résultats. Pour cette modélisation, les articulations en  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont rigidifiées (continuité des 3 composantes d'efforts généralisés).

4 poutres de section circulaire pleine : 4 mailles SEG2

éléments  $AC$  et  $BC$  rayon  $R=7.978845 \cdot 10^{-3} m$  (aire  $A=2. \cdot 10^{-4} m^2$ )

éléments  $CD$  et  $BD$  rayon  $R=5.641895 \cdot 10^{-3} m$  (aire  $A=1. \cdot 10^{-4} m^2$ )

Coefficient de Poisson :  $\nu=0.3$

#### Conditions limites :

en tous les nœuds :

```
DDL_IMPO=(  
  _F(TOUT='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. ),  
  _F( NOEUD= ( A , B ), DX= 0. , DY= 0.)  
)
```

Nom des nœuds :            Point  $A = A$             Point  $C = C$   
                         Point  $B = B$             Point  $D = D$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 4 SEG2

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur	Tolérance
DX au point $C$	'ANALYTIQUE'	2.65E-04	3.0E-04
DY au point $C$	'ANALYTIQUE'	0.8839E-04	3.0E-04
DX au point $D$	'ANALYTIQUE'	3.47902E-03	3.0E-04
DY au point $D$	'ANALYTIQUE'	-5.60084E-03	3.0E-04

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments `POU_D_T` de section circulaire pleine : 4 mailles `SEG2`

éléments  $AC$  et  $BC$  rayon  $R=7.978845 \cdot 10^{-3} m$  (aire  $A=2. \cdot 10^{-4} m^2$ )

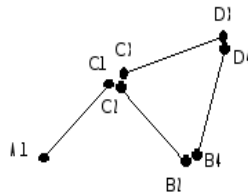
éléments  $CD$  et  $BD$  rayon  $R=5.641895 \cdot 10^{-3} m$  (aire  $A=1. \cdot 10^{-4} m^2$ )

Coefficient de Poisson :  $\nu=0.3$

#### Conditions limites :

`DDL_IMPO=_F(Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )`

Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds  $A1$ ,  $B2$  et  $D4$  : `DDL_IMPO=_F(Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )`
- aux nœuds  $C1$ ,  $C2$ ,  $C3$  et  $D3$ ,  $D4$  continuité des translations, par `LIAISON_DDL DX` et `DY`.
- aucune rotation n'est imposée.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 4 `SEG2`

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	Tolérance
C	$u_c$	ANALYTIQUE	2.6517E-04	3.0E-04
	$v_c$	ANALYTIQUE	0.8839E-04	3.0E-04
D	$u_D$	ANALYTIQUE	3.47902E-03	3.0E-04
	$v_D$	ANALYTIQUE	-5.60084E-03	3.0E-04

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments BARRE de section circulaire pleine : 4 mailles SEG2

éléments  $AC$  et  $BC$  rayon  $R=7.978845 \cdot 10^{-3} m$  (aire  $A=2.10^{-4} m^2$ )

éléments  $CD$  et  $BD$  rayon  $R=5.641895 \cdot 10^{-3} m$  (aire  $A=1.10^{-4} m^2$ )

Coefficient de Poisson :  $\nu=0.3$

Conditions limites :

```
DDL_IMPO=(
  _F(TOUT='OUI', DZ= 0. )
  _F(NOEUD=( A , B ), DX= 0. , DY= 0.)
)
```

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 4

Nombre de mailles et types : 4 SEG2

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Calcul statique :

Point	Déplacement (m)	Type de Référence	Référence	Tolérance
$C$	$u_c$	ANALYTIQUE	2.6517E -04	1.0E-04
	$v_c$	ANALYTIQUE	8.84E-05	1.0E-04
$D$	$u_D$	ANALYTIQUE	3.47902E-03	1.0E-04
	$v_D$	ANALYTIQUE	-5.60084E-03	1.0E-04

Calcul harmonique :

Point	Champ	Freq.	Comp	Type de Référence	Référence	Tolérance
$C$	DEPL	100	DX	NON REGRESSION	4.01805E-08 - 4.21987E-06j	1.0E-03
$C$	DEPL	100	DY	NON REGRESSION	1.66019E-08-1.406541E-06j	1.0E-03
$D$	DEPL	100	DX	NON REGRESSION	5.81263E-07-5.53643E-05j	1.0E-03
$D$	DEPL	100	DY	NON REGRESSION	-9.72590E-7+8.91215E-5j	1.0E-03
$D$	VITE	100	DX	NON REGRESSION	0.03478 + 3.652186E-04j	1.0E-03
$D$	VITE	100	DY	NON REGRESSION	-0.05599 - 6.11096E-04j	1.0E-03
$D$	ACCE	100	DX	NON REGRESSION	-0.22947 + 21.85696j	1.0E-03
$D$	ACCE	100	DY	NON REGRESSION	0.383963 - 35.1837j	1.0E-03
$B$	EFGE_ELNO	100	N	NON REGRESSION	-3.83891 + 331.15804j	1.0E-03
$D$	EFGE_ELNO	100	N	NON REGRESSION	-3.83891 + 331.15804j	1.0E-03

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

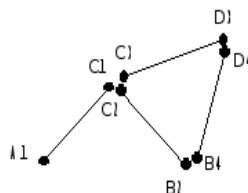
4 éléments `POU_D_TG` de section circulaire creuse : 4 mailles `SEG2`

éléments <i>AC</i> et <i>BC</i>	rayon : $R = 8.305164 \cdot 10^{-3} m$ Épaisseur : $e = 0.006 m$	aire $A = 2.10^{-4} m^2$
éléments <i>CD</i> et <i>BD</i>	rayon : $R = 5.683099 \cdot 10^{-3} m$ Épaisseur : $e = 0.005 m$	aire $A = 1.10^{-4} m^2$
Coefficient de Poisson :	$\nu = 0.3$	

#### Conditions limites :

`DDL_IMPO = ( Tout='OUI', DZ=0., DRX=0., DRY=0. )`

Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds *A1*, *B2* et *D4* : `DDL_IMPO = _F(Tout='OUI', DX= 0., D4= 0.,)`
- aux nœuds *C1*, *C2*, *C3* et *D3*, *D4* continuité des translations, par `LIAISON_DDL DX` et `DY`.
- aucune rotation n'est imposée.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8  
Nombre de mailles et types : 4 `SEG2`

### 6.3 Remarques

Dans cette modélisation on calcule la réponse dynamique complexe du système soumis à une excitation harmonique complexe ( $F = -9810. + 0.j$ ) en présence d'un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité et à la masse. (`AMOR_ALPHA = AMOR_BETA = 0.1`). Les résultats sont comparés aux résultats obtenus avec la modélisation `POU_D_T`.

### 6.4 Grandeurs testées et résultats

Les résultats (Déplacement, Vitesse et Accélération) ont été obtenus à une fréquence de 100 Hz

Point	Déplacement ( m )	Type de Référence	Référence	Tolérance
<i>D</i>	<i>DX</i>	NON REGRESSION	-1.65073E-05-9.22424E-06j	1,00E-003
	<i>DY</i>	NON REGRESSION	2.52829E-05+1.80184E-05j	1,00E-003
Point	Vitesse ( m/s )	Type de Référence	Référence	Tolérance
<i>D</i>	<i>DX</i>	NON REGRESSION	5.79576E-03-1.03719E-02j	1,00E-003
	<i>DY</i>	NON REGRESSION	-1.13213E-02+1.58857E-02j	1,00E-003
Point	Accélération ( m/s <sup>2</sup> )	Type de Référence	Référence	Tolérance
<i>D</i>	<i>DX</i>	NON REGRESSION	6.51684+3.64158j	1,00E-003
	<i>DY</i>	NON REGRESSION	-9.98130-7.11336j	1,00E-003

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments `POU_D_EM` de section circulaire creuse : 4 mailles `SEG2`

éléments *AC* et *BC* rayon :  $R=8.305164 \cdot 10^{-3} m$  aire  $A=2 \cdot 10^{-4} m^2$   
Épaisseur :  $e=0.006 m$

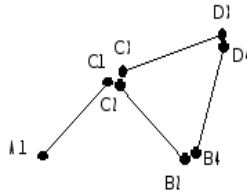
éléments *CD* et *BD* rayon :  $R=5.683099 \cdot 10^{-3} m$  aire  $A=1 \cdot 10^{-4} m^2$   
Épaisseur :  $e=0.005 m$

Coefficient de Poisson :  $\nu=0.3$

#### Conditions limites :

`DDL_IMPO= (Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )`

Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds *A1*, *B2* et *D4* : `DDL_IMPO= _F(Tout='OUI', DX= 0., D4= 0.,)`
- aux nœuds *C1*, *C2*, *C3* et *D3*, *D4* continuité des translations, par `LIAISON_DDL DX` et `DY`.
- aucune rotation n'est imposée.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 4 `SEG2`

Maillage des deux sections creuses		
Éléments	Maillage	Caractéristiques
<i>AC</i> et <i>BC</i>		240 nœuds 79 <code>SEG2</code> 415 <code>TRIA3</code>
<i>CD</i> et <i>BD</i>		127 nœuds 56 <code>SEG2</code> 210 <code>TRIA3</code>



## 7.3 Remarques

Dans cette modélisation on calcule la réponse dynamique complexe du système soumis à une excitation harmonique complexe ( $F = -9810. + 0.j$ ) en présence d'un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité et à la masse. ( $AMOR\_ALPHA=AMOR\_BETA=0.1$ ). Les résultats sont comparés aux résultats obtenus avec la modélisation POU\_D\_T.

## 7.4 Grandeurs testées et résultats

Les résultats (Déplacement, Vitesse et Accélération) ont été obtenus à une fréquence de 100 Hz

Point	Déplacement ( m )	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	-1.65073E-05-9.22424E-06j	3.50%
	DY	AUTRE_ASTER	2.52829E-05+1.80184E-05j	3.00%
Point	Vitesse ( m/s )	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	5.79576E-03-1.03719E-02j	3.50%
	DY	AUTRE_ASTER	-1.13213E-02+1.58857E-02j	3.00%
Point	Accélération ( m/s <sup>2</sup> )	Type de Référence	Référence	Tolérance
D	DX	AUTRE_ASTER	6.51684+3.64158j	3.50%
	DY	AUTRE_ASTER	-9.98130-7.11336j	3.00%

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

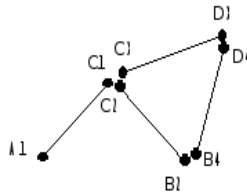
4 éléments POU\_D\_TGM de section circulaire creuse : 4 mailles SEG2

éléments <i>AC</i> et <i>BC</i>	rayon : $R = 8.305164 \cdot 10^{-3} m$ Épaisseur : $e = 0.006 m$	aire $A = 2.10^{-4} m^2$
éléments <i>CD</i> et <i>BD</i>	rayon : $R = 5.683099 \cdot 10^{-3} m$ Épaisseur : $e = 0.005 m$	aire $A = 1.10^{-4} m^2$
Coefficient de Poisson :	$\nu = 0.3$	

#### Conditions limites :

DDL\_IMPO=(Tout='OUI', DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )

Pour traiter les liaisons articulées, on crée autant de nœuds que d'extrémités de barre.



- aux nœuds *A*, *B* et *D4* : DDL\_IMPO=\_F(Tout='OUI', DX= 0., D4= 0.,)
- aux nœuds *C1*, *C2*, *C3* et *D3*, *D4* continuité des translations, par LIAISON\_DDL DX et DY.
- aucune rotation n'est imposée.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 4 SEG2

Maillage des deux sections creuses		
Éléments	Maillage	Caractéristiques
<i>AC</i> et <i>BC</i>		240 nœuds 79 SEG2 415 TRIA3
<i>CD</i> et <i>BD</i>		127 nœuds 56 SEG2 210 TRIA3

## 8.3 Remarques

Dans cette modélisation on calcule la réponse dynamique complexe du système soumis à une excitation harmonique complexe ( $F = -9810.+0.j$ ) en présence d'un amortissement visqueux proportionnel à la rigidité et à la masse. ( $AMOR\_ALPHA=AMOR\_BETA=0.1$ ). Les résultats sont comparés aux résultats obtenus avec la modélisation `POU_D_T` en prenant en compte les caractéristiques  $A$ ,  $IY$  et  $IZ$  égales à celles calculées par intégrations sur les fibres.

## 8.4 Grandeurs testées et résultats

Point	Déplacement ( m )	Type de Référence	Référence	% tolérance
C 3	$DX$	'ANALYTIQUE'	2.6517E-4	0.50
C 3	$DY$	'ANALYTIQUE'	0.8839E-4	0.50
D 3	$DX$	'ANALYTIQUE'	3.47902E-3	0.50
D 3	$DY$	'ANALYTIQUE'	-5.60084E-3	0.50

Identification	Composante	Type de Référence	Référence	% tolérance
Maille AC - Nœud A 1 - Point 1 - SIEQ_ELNO	TRIAX	'AUTRE_ASTER'	4.082482905E-01	0.10

Les résultats (Déplacement, Vitesse et Accélération) ont été obtenus à une fréquence de 100hz

Point	Déplacement ( m )	Type de Référence	Référence	% tolérance
D	$DX$	AUTRE_ASTER	-1.64397E-05-9.09482E-06j	0.10
	$DY$	AUTRE_ASTER	2.51858E-05+1.78386E-05j	0.10

Point	Vitesse ( m/s )	Type de Référence	Référence	% tolérance
D	$DX$	AUTRE_ASTER	5.71444E-03-0.0103293j	0.10
	$DY$	AUTRE_ASTER	-0.011208+0.0158247j	0.10

Point	Accélération ( m/s <sup>2</sup> )	Type de Référence	Référence	% tolérance
D	$DX$	AUTRE_ASTER	6.490118+3.590490j	0.10
	$DY$	AUTRE_ASTER	-9.942974-7.0424160j	0.10

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

4 éléments POU\_D\_TG de section circulaire : 4 mailles SEG2

éléments  $AC$  et  $BC$  rayon :  $R=7.97884 \cdot 10^{-3} m$  Aire  $A=2 \cdot 10^{-4} m^2$

éléments  $CD$  et  $BD$  rayon :  $R=5.683099 \cdot 10^{-3} m$  aire  $A=1 \cdot 10^{-4} m^2$   
Épaisseur :  $e=0.005 m$

#### Conditions limites :

- DDL\_IMPO= ( TOUT='OUI' DZ= 0. , DRX= 0. , DRY= 0. )
- aux nœuds  $A$ ,  $B$  : DDL\_IMPO=\_F(DX= 0., DY= 0.,)

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8

Nombre de mailles et types : 4 SEG2

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Déplacements :

Composante	Nœud	Référence	Valeur
$DX$	$C$	ANALYTIQUE	$2.65170E-04$
$DY$	$C$	ANALYTIQUE	$8.83900E-05$
$DX$	$D$	ANALYTIQUE	$3.47902E-03$
$DY$	$D$	ANALYTIQUE	$-5.60084E-03$

Contraintes de type poutre :

Grandeur	Composante	Nœud	Référence	Valeur
SIPO_ELNO	SN	$A$	ANALYTIQUE	$6.93641E+07$
SIPO_ELNO	SN	$B$	ANALYTIQUE	$-3.46815E+07$
SIPO_ELNO	SN	$C$	ANALYTIQUE	$1.55074E+08$
SIPO_ELNO	SN	$D$	ANALYTIQUE	$-2.08067E+08$
SIPM_ELNO	SIXXMAX	$A$	ANALYTIQUE	$6.93641E+07$
SIPM_ELNO	SIXXMIN	$B$	ANALYTIQUE	$-3.80667E+07$

## 10 Synthèse des résultats

---

Les résultats sont conformes à la solution de référence pour les trois modélisations :

- modèle de poutres,
- modèle de poutres et relations linéaires,
- modèle de barres.

Les éléments POU\_D\_TG, POU\_D\_EM et POU\_D\_TGM permettent d'obtenir des résultats très proches de ceux obtenus avec les éléments POU\_D\_T.