

## SSLS10 – Tore sous pression interne uniforme

---

### Résumé :

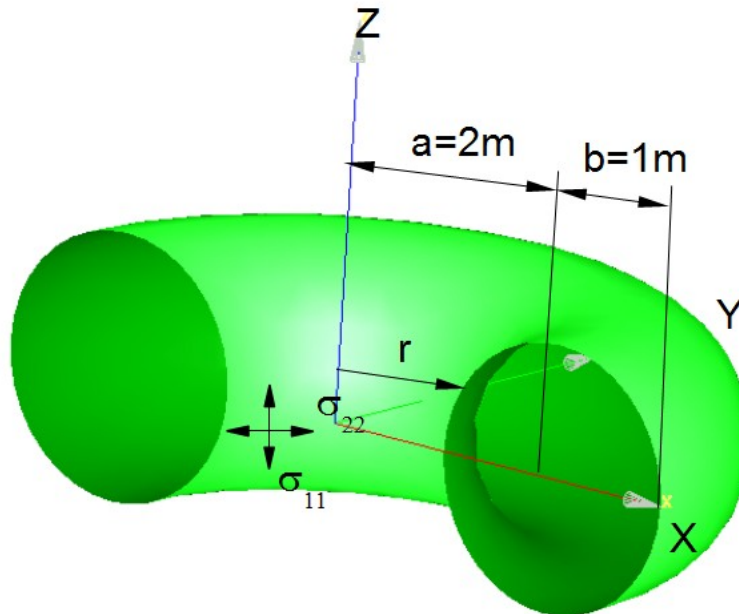
L'objectif de ce test est de valider le calcul des déplacements, et des contraintes dans tore soumis a une pression interne uniforme.

### Modélisations :

- Modélisation *A* : DKT avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *B* : DST avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *C* : Q4G avec des mailles QUAD4/TRIA3
- Modélisation *D* : COQUE\_3D avec des mailles QUAD9/TRIA7

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Epaisseur :  $h=0,02\text{ m}$

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est élastique isotrope :

- $E=2,1 \times 10^{11}\text{ Pa}$
- $\nu=0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions libres

Chargement :

- Pression interne :  $p=10^4\text{ Pa}$

### 1.4 Conditions initiales

Néant

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

La solution de référence est une solution numérique [1].

Si  $a - b \leq r < a + b$

- Déplacement :  $\delta_r = \frac{pb}{2Eh}(r - \nu(r + a))$
- Contraintes :  $\sigma_{11} = \frac{pb}{2h} \times \frac{r + a}{r}$        $\sigma_{22} = \frac{pb}{2h}$

Ces formules ne sont applicables qu'aux tores minces, tels que  $\frac{b}{h} > 10$  et de rayon de courbure tel que

$r \times \pi < 100 \sqrt{\frac{I_x}{A}}$  avec  $I_x$  = moment d'inertie et  $A$  = aire de la section géométrique du tore

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

- Déplacements

Point	$DX (m)$
$r = a - b$	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7}$
$r = a + b$	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6}$

- Contraintes

Point	Contraintes (Pa)
$\forall r$	$\sigma_{22} = 2,5 \times 10^5$
$r = a - b$	$\sigma_{11} = 7.5 \times 10^5$
$r = a + b$	$\sigma_{11} = 4.17 \times 10^5$

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

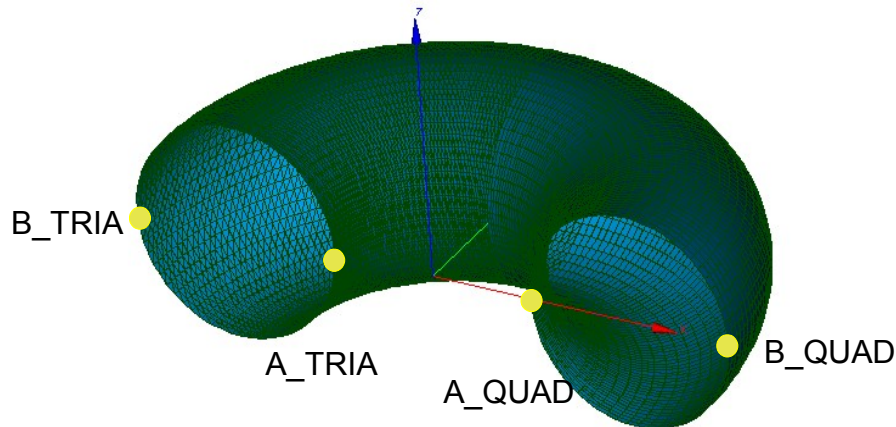
### 2.4 Références bibliographiques

- [1] Guide VPCS - Édition 1990.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DKT .



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

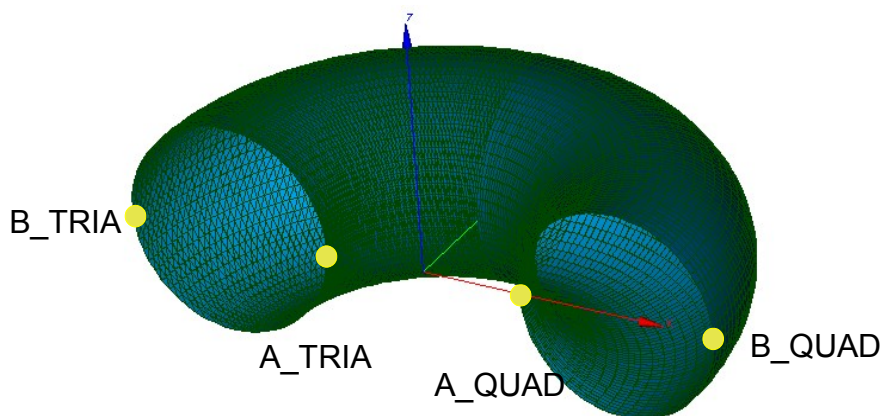
Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
<i>A_QUAD</i>	<i>SIYY</i>	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
<i>A_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
<i>B_QUAD</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	4.0
<i>B_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	4.0

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation DST.



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

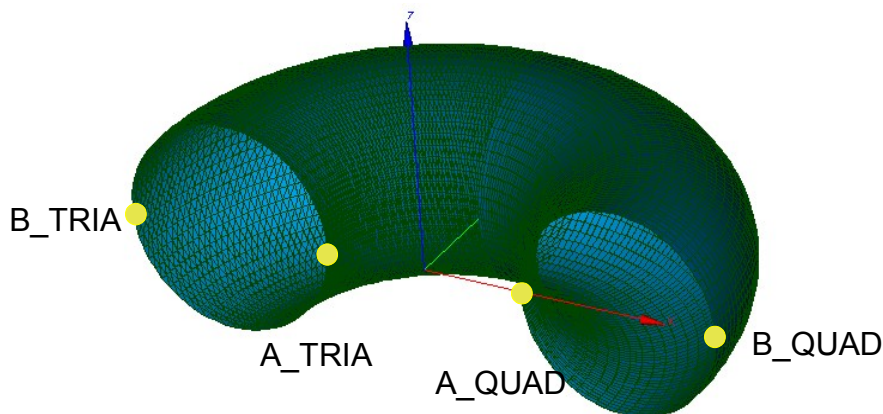
Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
<i>A_QUAD</i>	<i>SIYY</i>	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
<i>A_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
<i>B_QUAD</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0
<i>B_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation Q4G.



### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 10800 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA3,
- 3600 mailles de type QUAD4.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	5.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.0

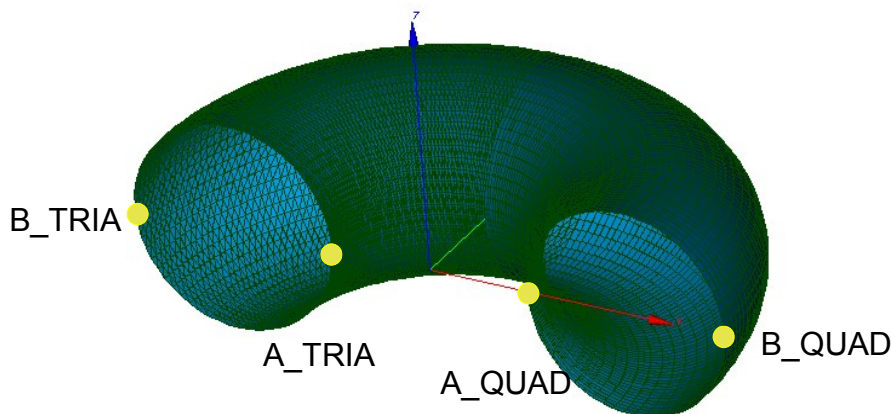


Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
<i>A_QUAD</i>	<i>SIYY</i>	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
<i>A_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	12.0
<i>B_QUAD</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0
<i>B_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11}=2.5 \times 10^5 Pa$	4.0

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation COQUE\_3D.



### 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 7260 nœuds et 36120 mailles dont :

- 7200 mailles de type TRIA7,
- 3600 mailles de type QUAD9.

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

- Déplacements

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	DX	'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	3.0
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.19 \times 10^{-7} m$	2.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$\delta_r = 1.79 \times 10^{-6} m$	1.5

- Contraintes

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
A_QUAD	SIXX	'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	0.1
A_TRIA		'ANALYTIQUE'	$7.5 \times 10^5 Pa$	16.0
B_QUAD		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	0.1
B_TRIA		'ANALYTIQUE'	$4.17 \times 10^5 Pa$	3.5

Identification		Type de référence	Valeur de référence	Tolérance (%)
Point	Grandeur			
<i>A_QUAD</i>	<i>SIYY</i>	'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	0.5
<i>A_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	46.0
<i>B_QUAD</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	0.5
<i>B_TRIA</i>		'ANALYTIQUE'	$\sigma_{11} = 2.5 \times 10^5 Pa$	5.0

## 7 Synthèse des résultats

---

**Déplacements** : quelque soit le type de maille utilisée (TRIA3, QUAD4), les résultats obtenus pour les 4 modélisations (DKT, DST, Q4G et COQUE\_3D) sont satisfaisants. Par rapport à la solution analytique, on observe un écart maximum de 5%.

**Contraintes** :

- Modélisations DKT, DST et Q4G : quelque soit le type de maille utilisée (TRIA3, QUAD4), les résultats obtenus sont correctes. Par rapport à la solution analytique, on observe un écart maximum de 12%. Ces modélisations utilisent des éléments à facette, en raffinant le maillage on devrait obtenir de meilleurs résultats.
- Modélisation COQUE\_3D : la maille de type QUAD9 donne de très bons résultats, l'écart observé est de 0.1%. Par contre l'écart est important (46%) pour la maille de type TRIA7.