

## SSLS101 - Plaque circulaire posée soumise à une pression uniforme

---

### Résumé :

On traite le cas d'une plaque circulaire posée sur le bord en élasticité linéaire sous 3 chargements (poids propre, pression, effort réparti constant) qui donnent la même déformée.

Les deux premières modélisations permettent d'évaluer l'influence du maillage.

Le test regroupe 8 modélisations (modèles de Love-Kirchhoff, Mindlin-Reissner et COQUE\_3D) plus 3 modélisations de « raccord » entre des coques ou entre coques et 3D.

## 1 Problème de référence

---

### 1.1 Géométrie

Coordonnées des points :

	<i>O</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>
<i>x</i>	0.	1.	$\sqrt{2}/2$	0.	0.5	0.	0.4
<i>y</i>	0.	0.	$\sqrt{2}/2$	1.	0.	0.5	0.4
<i>z</i>	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 1. Pa$$

$$\nu = 0.3$$

$$\rho = 1. kg/m^3$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Appui simple sur le bord de la plaque :

en tous les points  $P$  tels que  $OP=R$  :  $u=v=w=0$

FORCE\_COQUE    Pression uniforme                       $P = 1 N/m^2$

FORCE\_COQUE    Charge répartie normale                       $F3 = -1 N/m^2$

PESANTEUR         $g = 10 m/s^2$  suivant  $Z$  d'où               $FZ = \rho g t = -1 N/m^2$

Ces trois chargements conduisent à la même solution.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Deux solutions de référence sont utilisables, pour le calcul de la déformée, suivant la théorie de plaque utilisée :

- la théorie de Love-Kirchhoff, couramment utilisée pour les plaques dites "minces", que l'on retiendra pour les modélisations *A*, *B* et *E*,
- la théorie de Reissner, incluant les effets du cisaillement pour les plaques dites "épaisses", que l'on retiendra pour les modélisations *F*, *G* et *H*.

En tout point distant de  $r$  du centre de la plaque  $r \leq R$ , on a pour le calcul de la flèche :

$$w(r) = -P \frac{R^4}{64D} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \left(1 + \frac{r^2}{R^2} - \frac{2(3+\nu)}{1+\nu} - \varphi\right) \text{ avec } D = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$\text{et } \varphi = 0 \text{ (Love-Kirchhoff) ou } \varphi = \frac{16}{5} \left(\frac{t}{R}\right)^2 \frac{1}{1-\nu} \text{ (Reissner)}$$

Pour le calcul des moments les deux théories conduisent aux mêmes expressions :

$$M_{rr}(r) = \frac{PR^2}{16} (3+\nu) \left[\left(\frac{r}{R}\right)^2 - 1\right] \quad M_{\theta\theta}(r) = \frac{PR^2}{16} (3+\nu) \left[1 - \frac{1+3\nu}{3+\nu} \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Au centre de la plaque :

$$w(0) = -\frac{PR^4}{64D} \left(\frac{5+\nu}{1+\nu}\right) \text{ (Love-Kirchhoff) ou } w(0) = -\frac{PR^4}{64D} \left(\frac{5+\nu}{1+\nu} + \varphi\right) \text{ (Reissner)}$$

$$M_{rr}(0) = M_{\theta\theta}(0) = -\frac{PR^2}{16} (3+\nu)$$

Remarque :

Code\_Aster calcule les moments aux nœuds de chaque élément fini dans le repère de référence défini par la normale extérieure et les axes de référence définis sur la coque (voir *AFFE\_CARA\_ELEM* dans la documentation d'utilisation).

La valeur du moment  $M_{xx}$  (ou  $M_{yy}$ ), extraite du champ 'EFGE\_ELNO', en un nœud appartenant à plusieurs éléments finis peut être considérée comme étant la moyenne des valeurs calculées sur les éléments qui ont ce nœud en commun. Cette moyenne peut être obtenue par la procédure *POST\_RELEVÉ* [U4.74.03].

Pour chaque nœud, on a :  $(M_{rr} + M_{\theta\theta}) = (M_{xx} + M_{yy}) = Sm$

pour le point <i>O</i>	$M_{xx} = M_{yy} = M_{rr} = M_{\theta\theta}$
pour les points <i>A</i> et <i>D</i>	$M_{xx} = M_{rr}$ et $M_{yy} = M_{\theta\theta}$
pour les points <i>C</i> et <i>E</i>	$M_{xx} = M_{\theta\theta}$ et $M_{yy} = M_{rr}$
pour les points <i>B</i> et <i>F</i>	$M_{xx} = M_{yy} = (M_{rr} + M_{\theta\theta})/2$

### 2.2 Résultats de référence

Flèche et moments aux points : *O*, *A*, *BC*, *DE*, *F*.

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique

### 2.4 Références bibliographiques

1. TIMOSHENKO et WOINOWSKY-KRIEGER, Plaques et coques, Édition Béranger - (1961).

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)

##### 3.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$  : DX: 0., DY: 0., DZ: 0.  
 en tous les nœuds du segment  $OA$  : DY: 0., DRX:0., DRZ:0.  
 en tous les nœuds du segment  $OC$  : DX: 0., DRY:0., DRZ:0.  
 au nœud  $O$  : DX: 0., DY: 0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.

Point  $O$  mailles : M30 M33  
 Point  $A$  mailles : M76  
 Point  $B$  mailles : M39 M40 M51  
 Point  $C$  mailles : M1  
 Point  $D$  mailles : M55 M56 M65  
 Point  $E$  mailles : M8 M17 M18  
 Point  $F$  mailles : M34 M35 M37 M41 M46 M47 M48

#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 50  
 Nombre de mailles et types : 76 TRIA3

#### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Type de Référence	Valeur de Référence
INST pour NUME ORDRE= 3	'ANALYTIQUE'	0,6
INST pour NUME ORDRE= 4	ANALYTIQUE	1

Identification	Type de référence	Valeurs de référence
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-695.6256
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-489.727
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-489.727
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-435.8974

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance	
O	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.20625	1.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.20625	1.5%
A	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.01
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.0875	6%
B	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.04375	13%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.04375	14%
C	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.0875	6%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.01
D	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.17656	0.5%
E	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.15469	0.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.17656	0.3%
F	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.14025	10%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.16825	10%

## Énergie élastique

Identification				Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance %
Grandeur	Nœud	Maille				
ENEL_ELNO	N2	M1	TOTALE	'NON_DEFINI'	94.237	0.1
			MEMBRANE	'NON_DEFINI'	0.0	0.1
			FLEXION	'NON_DEFINI'	93.112	0.1
			CISAILLE	'NON_DEFINI'	1.125	0.1
			COUPL_MF	'NON_DEFINI'	0.0	0.1

Identification				Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance %
Grandeur	Point	Maille				
ENEL_ELGA	1	M1	TOTALE	'NON_DEFINI'	77.080	0.1
			MEMBRANE	'NON_DEFINI'	0.0	0.1
			FLEXION	'NON_DEFINI'	75.955	0.1
			CISAILLE	'NON_DEFINI'	1.1248	0.1
			COUPL_MF	'NON_DEFINI'	0.0	0.1

Identification				Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance %
Grandeur		Maille				
ENEL_ELEM		M1	TOTALE	'NON_DEFINI'	0.781	0.1
			MEMBRANE	'NON_DEFINI'	0.0	0.1
			FLEXION	'NON_DEFINI'	0.767	0.1
			CISAILLE	'NON_DEFINI'	0.015	0.1
			COUPL_MF	'NON_DEFINI'	0.0	0.1

On teste également en non régression :

- les différentes composantes de l'énergie élastique dans le cas d'un calcul avec MECA\_STATIQUE,
- la composante VMIS de SIEQ\_ELNO.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DKT (modélisation d'un quart de plaque)

#### 4.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$  : DX: 0., DY: 0., DZ: 0.  
en tous les nœuds du segment  $OA$  : DY: 0., DRX:0., DRZ:0.  
en tous les nœuds du segment  $OC$  : DX: 0., DRY:0., DRZ:0.  
au nœud  $O$  : DX: 0., DY: 0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.

Point  $O$  mailles :  $M1 M2$   
Point  $A$  mailles :  $M248 M255$   
Point  $B$  mailles :  $M292 M293 M296$   
Point  $C$  mailles :  $M74 M75$   
Point  $D$  mailles :  $M76 M108 M109$   
Point  $E$  mailles :  $M34 M40 M41$   
Point  $F$  mailles :  $M122 M123 M124 M148 M152 M153$

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170  
Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
$O w(r)$	'ANALYTIQUE'	-695.6256	0.2%
$D w(r)$	'ANALYTIQUE'	-489.727	0.2%
$E w(r)$	'ANALYTIQUE'	-489.727	0.2%
$F w(r)$	'ANALYTIQUE'	-435.8974	0.2%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' -0.20625	0.1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' -0.20625	0.2%
A	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' 0.	0.0025
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' -0.0875	3.5%
B	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' -0.04375	6%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' -0.04375	6%
C	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' -0.0875	3.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' 0.	0.0025
D	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' -0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' -0.17656	0.5%
E	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' -0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' -0.17656	0.5%
F	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE' -0.14025	0.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE' -0.16825	0.3%

## 5 Modélisation E

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque  $DKQ$  (modélisation d'un quart de plaque)

#### 5.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$  : DX: 0., DY: 0., DZ: 0.  
 en tous les nœuds du segment  $OA$  : DY: 0., DRX:0., DRZ:0.  
 en tous les nœuds du segment  $OC$  : DX: 0., DRY:0., DRZ:0.  
 au nœud  $O$  : DX: 0., DY: 0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.

Point  $O$  mailles :  $M1$   
 Point  $A$  mailles :  $M147$   
 Point  $B$  mailles :  $M98 M111$   
 Point  $C$  mailles :  $M14$   
 Point  $D$  mailles :  $M85 M99$   
 Point  $E$  mailles :  $M7 M8$   
 Point  $F$  mailles :  $M91 M92 M105$

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169  
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-695.6256	0.1%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-489.727	0.15%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-489.727	0.15%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-435.8974	0.15%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	$M_{rr}$	-0.20625	0.1%
	$M_{\theta\theta}$	-0.20625	0.1%
A	$M_{rr}$	0.	0.0004
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	0.5%
B	$M_{rr}$	-0.04375	1.1%
	$M_{\theta\theta}$	-0.04375	1.1%
C	$M_{rr}$	0.	0.0004
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	0.5%
D	$M_{rr}$	-0.15469	0.1%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.1%
E	$M_{rr}$	-0.15469	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.1%
F	$M_{rr}$	-0.14025	0.35%
	$M_{\theta\theta}$	-0.16825	0.35%



## 6 Modélisation F

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque)

#### 6.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$  : DX: 0., DY: 0., DZ: 0.  
 en tous les nœuds du segment  $OA$  : DY: 0., DRX:0., DRZ:0.  
 en tous les nœuds du segment  $OC$  : DX: 0., DRY:0., DRZ:0.  
 au nœud  $O$  : DX: 0., DY: 0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.

Point  $O$  mailles :  $M1 M2$   
 Point  $A$  mailles :  $M248 M255$   
 Point  $B$  mailles :  $M3292 M293 M296$   
 Point  $C$  mailles :  $M74 M75$   
 Point  $D$  mailles :  $M76 M108 M109$   
 Point  $E$  mailles :  $M34 M40 M41$   
 Point  $F$  mailles :  $M122 M123 M124 M148 M152 M153$

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 170  
 Nombre de mailles et types : 296 TRIA3

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
$O w(r)$	'ANALYTIQUE'	-703.40	0.2%
$D w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.1%
$E w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.1%
$F w(r)$	'ANALYTIQUE'	-441.18	0.1%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	$M_{rr}$	-0.20625	0.5%
	$M_{\theta\theta}$	-0.20625	0.55%
A	$M_{rr}$	0.	0.02
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	9%
B	$M_{rr}$	-0.04375	9.5%
	$M_{\theta\theta}$	-0.04375	9.5%
C	$M_{rr}$	-0.0875	9%
	$M_{\theta\theta}$	0.	0.02
D	$M_{rr}$	-0.15469	0.9%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.9%
E	$M_{rr}$	-0.15469	0.9%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.9%
F	$M_{rr}$	-0.14025	0.2%
	$M_{\theta\theta}$	-0.16825	0.2%

## 7 Modélisation G

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque  $DSQ$  (modélisation d'un quart de plaque)

#### 7.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$  :  $DX: 0., DY: 0., DZ: 0.$   
 en tous les nœuds du segment  $OA$  :  $DY: 0., DRX:0., DRZ:0.$   
 en tous les nœuds du segment  $OC$  :  $DX: 0., DRY:0., DRZ:0.$   
 au nœud  $O$  :  $DX: 0., DY: 0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.$

Point  $O$  mailles :  $M1$   
 Point  $A$  mailles :  $M147$   
 Point  $B$  mailles :  $M98 M111$   
 Point  $C$  mailles :  $M14$   
 Point  $D$  mailles :  $M85 M99$   
 Point  $E$  mailles :  $M7 M8$   
 Point  $F$  mailles :  $M91 M92 M105$

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169  
 Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
$O \ w(r)$	'ANALYTIQUE'	-703.40	0.15%
$D \ w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.15%
$E \ w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.15%
$F \ w(r)$	'ANALYTIQUE'	-441.18	0.2%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
$O$	$M_{rr}$	-0.20625	1%
	$M_{\theta\theta}$	-0.20625	1%
$A$	$M_{rr}$	0.	0.01
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	2.5%
$B$	$M_{rr}$	-0.04375	7.5%
	$M_{\theta\theta}$	-0.04375	7.5%
$C$	$M_{rr}$	-0.0875	2.5%
	$M_{\theta\theta}$	0.	0.01
$D$	$M_{rr}$	-0.15469	0.6%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.6%
$E$	$M_{rr}$	-0.15469	0.7%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.7%
$F$	$M_{rr}$	-0.14025	19%
	$M_{\theta\theta}$	-0.16825	19%

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance	
Grandeur	Point	Maille				
ENEL_ELNO			'NON_REGRESSION'	45.79374	0.1%	
	TOTALE					
	MEMBRANE		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%	
	FLEXION	C	M14	'NON_REGRESSION'	44.78267	0.1%
	CISAILLE			'NON_REGRESSION'	1.01107	0.1%
	COUPL_MF		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%	

Identification			Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance	
Grandeur	Point	Maille				
ENEL_ELGA			'NON_REGRESSION'	57.36959	0.1%	
	TOTALE					
	MEMBRANE		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%	
	FLEXION	1	M14	'NON_REGRESSION'	56.47085	0.1%
	CISAILLE			'NON_REGRESSION'	0.89874	0.1%
	COUPL_MF		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%	

Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance	
Grandeur	Maille				
ENEL_ELEM		'NON_REGRESSION'	0.42940	0.1%	
	TOTALE				
	MEMBRANE		'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%
	FLEXION	M14	'NON_REGRESSION'	0.42229	0.1%
	CISAILLE		'NON_REGRESSION'	7.11225E-03	0.1%
	COUPL_MF	'NON_REGRESSION'	0.0	0.1%	

## 8 Modélisation H

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque Q4G (modélisation d'un quart de plaque)

#### 8.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$  : DX: 0., DY: 0., DZ: 0.  
 en tous les nœuds du segment  $OA$  : DY: 0., DRX:0., DRZ:0.  
 en tous les nœuds du segment  $OC$  : DX: 0., DRY:0., DRZ:0.  
 au nœud  $O$  : DX: 0., DY: 0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.

Point  $O$  mailles :  $M1$   
 Point  $A$  mailles :  $M147$   
 Point  $B$  mailles :  $M98 M111$   
 Point  $C$  mailles :  $M14$   
 Point  $D$  mailles :  $M85 M99$   
 Point  $E$  mailles :  $M7 M8$   
 Point  $F$  mailles :  $M91 M92 M105$

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169  
Nombre de mailles et types : 147 QUAD4

### 8.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
O $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-703.40	0.2%
D $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.3%
E $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.3%
F $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-441.18	0.3%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
O	$M_{rr}$	-0.20625	0.2%
	$M_{\theta\theta}$	-0.20625	0.2%
A	$M_{rr}$	0.	0.02
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	4.5%
B	$M_{rr}$	-0.04375	20%
	$M_{\theta\theta}$	-0.04375	20%
C	$M_{rr}$	-0.0875	0.02
	$M_{\theta\theta}$	0.	4.5%
D	$M_{rr}$	-0.15469	0.25%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.25%
E	$M_{rr}$	-0.15469	0.25%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	0.25%
F	$M_{rr}$	-0.14025	0.35%
	$M_{\theta\theta}$	-0.16825	0.35%

## 9 Modélisation I

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE\_3D MEC3QU9H

#### 9.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc	DX:0., DY: 0., DZ: 0.
$ABC$	DRX:0., DRY:0., DRZ:0.
segment $\left[OA\right]$	DY:0., DRX:0., DRZ:0.
segment $\left[OC\right]$	DX:0., DRY:0., DRZ:0.
au nœud $O$	DX:0., DY:0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.

Noms des nœuds :

Point $O$	mailles : $M1$	Point $A$	mailles : $M21$
Point $B$	mailles : $M25$	Point $C$	mailles : $M5$
Point $D$	mailles : $M11$	Point $E$	mailles : $M3$

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 96  
Nombre de mailles et types : 25 QUAD9

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
$O$ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-703.40	0.5%
$A$ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-10}$
$B$ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-10}$
$C$ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-10}$
$D$ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.5%
$E$ $w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.5%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
$O$	$M_{rr}$	-0.20625	1.3%
	$M_{\theta\theta}$	-0.20625	1.3%
$A$	$M_{rr}$	0.	0.002
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	1.3%
$C$	$M_{rr}$	0.	0.002
	$M_{\theta\theta}$	-0.0875	2.3%
$D$	$M_{rr}$	-0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	1%
$E$	$M_{rr}$	-0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	-0.17656	1%

## 9.4 Remarques

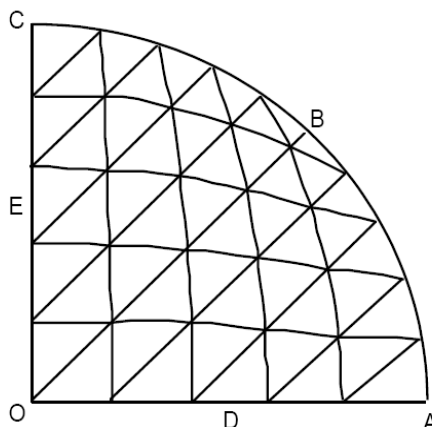
Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure `POST_RELEVE` :

- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes  $M_{xx}$  et  $M_{yy}$  ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE\_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre  $M_{xx}$  ,  $M_{yy}$  et  $M_{rr}$  ,  $M_{\theta\theta}$  données page 3.

## 10 Modélisation J

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation : Élément de COQUE\_3D MEC3TR7H



#### 10.1.1 Conditions limites

en tous les nœuds de l'arc  $ABC$      $DX:0., DY: 0., DZ: 0.$   
      $DRX:0., DRY:0., DRZ:0.$   
 segment ]OA]                                  $DY:0., DRX:0., DRZ:0.$   
 segment ]OC]                                  $DX:0., DRY:0., DRZ:0.$   
 au nœud  $O$                                       $DX:0., DY:0., DRX:0., DRY:0., DRZ:0.$

Noms des nœuds :

Point $O$	mailles : $M1$ et $M2$	Point $A$	mailles : $M41$
Point $B$	mailles : $M49$ et $M50$	Point $C$	mailles : $M10$
Point $D$	mailles : $M21$	Point $E$	mailles : $M6$

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121

Nombre de mailles et types : 50 TRIA7

### 10.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence Reissner	Tolérance
$O w(r)$	'ANALYTIQUE'	-703.40	0.5%
$A w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-10}$
$B w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-10}$
$C w(r)$	'ANALYTIQUE'	0.	$10^{-10}$
$D w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.5%
$E w(r)$	'ANALYTIQUE'	-495.56	0.5%

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance	
O	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.20625	1.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.20625	1.3%
A	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.002
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.0875	1.5%
C	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.0875	2.3%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	0.	0.002
D	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.17656	1%
E	$M_{rr}$	'ANALYTIQUE'	-0.15469	1%
	$M_{\theta\theta}$	'ANALYTIQUE'	-0.17656	1%

## 10.4 Remarques

Le test des valeurs est réalisé automatiquement à l'aide des fonctionnalités offertes par la procédure POST\_RELEVE :

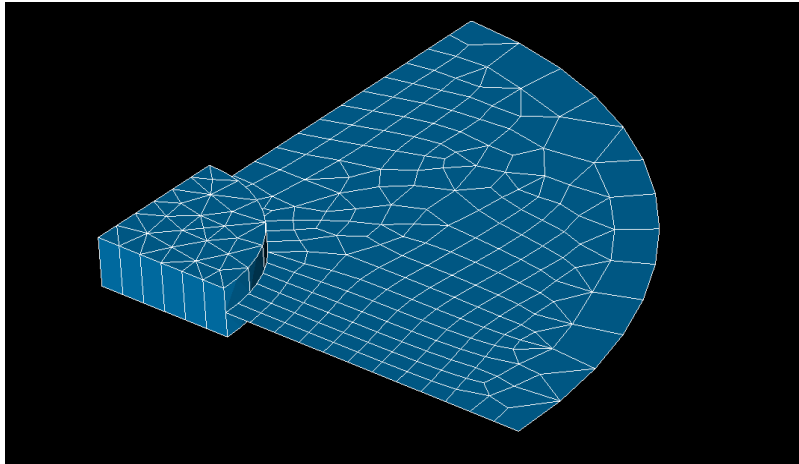
- extraction sur les nœuds correspondant aux points observés des valeurs moyennes des composantes  $M_{xx}$  et  $M_{yy}$  ; ces valeurs sont extraites du champ 'EFGE\_ELNO' , et la moyenne est calculée pour toutes les valeurs disponibles sur les mailles qui contiennent le nœud observé,
- calcul de l'écart par rapport à la valeur de référence fournie en appliquant les règles de correspondance entre  $M_{xx}$  ,  $M_{yy}$  et  $M_{rr}$  ,  $M_{\theta\theta}$  données page 3.



## 11 Modélisation M

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Raccord entre éléments 3D et éléments de coque (DKT)



#### 11.1.1 Conditions limites

Bord circulaire : appui simple  
côtés droits : conditions de symétrie

#### 11.1.2 Caractéristiques du maillage

MODELISATION	ELEMENT FINI	TYPE MAILLE	NOMBRE
DKT	MEDKTR3	TRIA3	32
DKT	MEDKQU4	QUAD4	196
3D	MECA_PENTA15	PENTA15	48

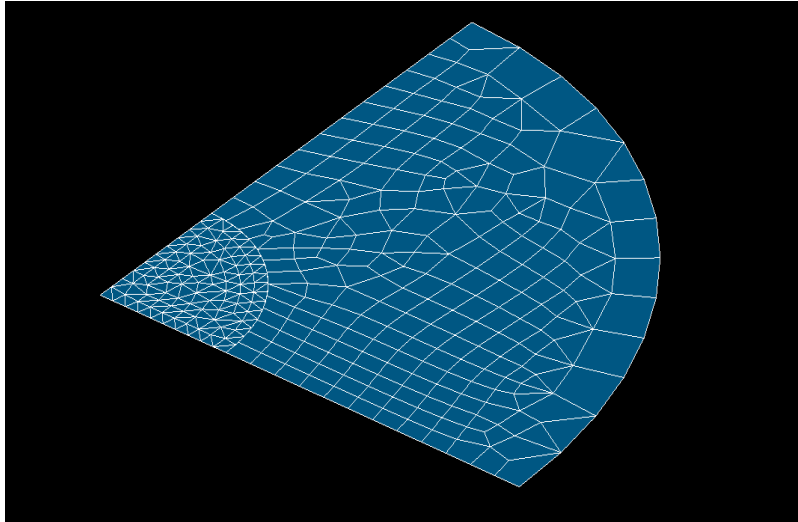
### 11.2 Grandeurs testées et résultats

Point	Identification TYPE_RACCORD	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
○ $w(r)$	COQUE_MASSIF	'ANALYTIQUE'	-695.6256	0.3%
○ $w(r)$	MASSIF_COQUE	'ANALYTIQUE'	-695.6256	1%

## 12 Modélisation N

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Raccord entre 2 maillages de coque (DKT) incompatibles



#### 12.1.1 Conditions limites

Bord circulaire : appui simple  
côtés droits : conditions de symétrie

#### 12.1.2 Caractéristiques du maillage

MODELISATION	ELEMENT FINI	TYPE MAILLE	NOMBRE
DKT	MEDKTR3	TRIA3	213
DKT	MEDKQU4	QUAD4	196

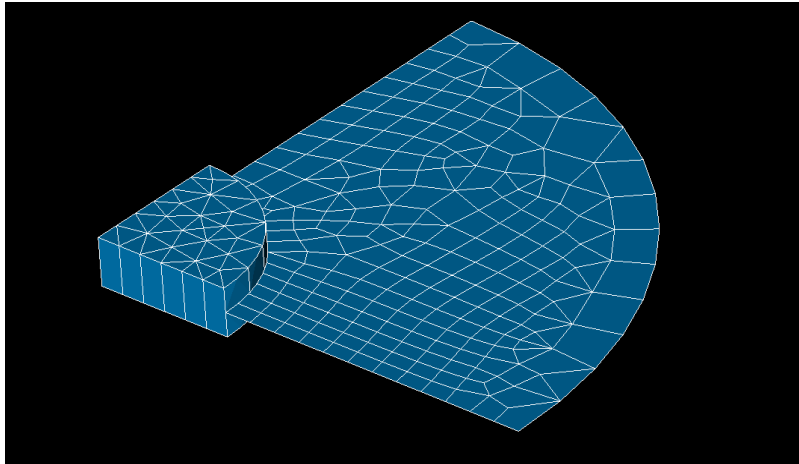
### 12.2 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
$\circ w(r)$	'ANALYTIQUE'	-695.6256	0.2%

## 13 Modélisation O

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

Raccord entre éléments 3D et éléments de coque (COQUE\_3D)



#### 13.1.1 Conditions limites

Bord circulaire : appui simple  
côtés droits : conditions de symétrie

#### 13.1.2 Caractéristiques du maillage

MODELISATION	ELEMENT FINI	TYPE MAILLE	NOMBRE
COQUE_3D	MEC3TR7H	TRIA7	32
COQUE_3D	MEC3QU9H	QUAD9	196
3D	MECA_PENTA15	PENTA15	48

### 13.2 Grandeurs testées et résultats

Point	Identification		Type de référence	Valeurs de référence	Tolérance
	Point	TYPE_RACCORD			
o $w(r)$		COQUE_MASSIF	'ANALYTIQUE'	-695.6256	0.4%
o $w(r)$		MASSIF_COQUE	'ANALYTIQUE'	-695.6256	0.2%

## 14 Synthèse des résultats

### % des différences par rapport aux solutions de référence

	DKT		DKQ	DST	DSQ	Q4G
	A	B	E	F	G	H
	Love-Kirchhoff 50 nœuds 76 TRIA3	Love-Kirchhoff 170 nœuds 296 TRIA3	Love-Kirchhoff 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 170 nœuds 296 TRIA3	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4
O $w(r)$	-1.10	-0.09	-0.09	+0.12	-0.11	-0.15
D $w(r)$	-1.01	-0.1	-0.11	+0.08	-0.13	-0.20
E $w(r)$	-1.03	-0.09	-0.12	+0.09	-0.13	-0.20
F $w(r)$	-1.05	-0.09	-0.09	+0.07	-0.15	-0.21
	MEC3QU9H		MEC3TR7H			
	I	J				
	96 nœuds 25 QUAD9	121 nœuds 50 TRIA7				
O $w(r)$	1.42 10 <sup>-3</sup>	-0.03				
D $w(r)$	2. 10 <sup>-3</sup>	-0.07				
E $w(r)$	2. 10 <sup>-3</sup>	-0.07				
F $w(r)$	-	-				

Concernant les déplacements :

Les éléments plaques et coques donnent de bons résultats sur des maillages assez grossiers.

	DKT		DKQ	DST	DSQ	Q4G
	A	B	E	F	G	H
	Love-Kirchhoff 50 nœuds 76 TRIA3	Love-Kirchhoff 170 nœuds 296 TRIA3	Love-Kirchhoff 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 170 nœuds 296 TRIA3	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4	Reissner 169 nœuds 147 QUAD4
O Sm/2	-1.19	+0.02	+0.07	+0.07	-0.76	-0.14
A Sm/2	+5.79	-0.06	-0.49	-4.40	-9.80	+17.80
B Sm/2	-13.100	-5.53	+1.00	-9.10	-7.12	+19.70
C Sm/2	+5.73	-0.06	-0.46	-4.41	-9.44	+17.90
D Sm/2	+0.20	+0.35	+0.50	+0.43	+0.49	+0.05
E Sm/2	+0.19	+0.42	+0.50	+0.49	+0.50	+0.05
F Sm/2	-0.66	+0.25	-0.30	+0.15	+19.00	-0.33
	MEC3QU9H		MEC3TR7H			
	I	J				
	96 nœuds 25 QUAD9	121 nœuds 50 TRIA7				
O Sm/2	1.05	1.14				
A Sm/2	2.9	0.25				
B Sm/2	-	-				
C Sm/2	2.9	0.25				
D Sm/2	0.28	-0.28				
E Sm/2	0.28	-0.28				
F Sm/2	-	-				

Concernant les efforts :

- sur le bord appuyé, on constate des erreurs importantes (allant jusqu'à 20%) par rapport aux solutions analytiques. L'erreur est la plus marquée sur la modélisation  $H$  (Q4G).
- en raffinant le maillage de chaque modélisation on observe la convergence des efforts, c'est à dire que l'erreur tend vers 0. Néanmoins l'ordre de convergence est inférieur pour la modélisation  $H$  : l'élément Q4G demande en effet de mailler très finement dans les directions sollicitées en flexion (il

utilise une approximation bilinéaire des rotations alors que la modélisation `DST` s'appuie sur une approximation quadratique).