

## SSL115 - Plaque carrée composite sous pression uniforme

---

### Résumé :

On traite le cas d'une plaque carrée tri-couches, simplement supportée et soumise à une pression uniforme. Les peaux sont constituées d'un matériau homogène orthotrope, ainsi que le cœur (mêmes axes d'orthotropie). Les modules  $E$  et  $G$  du cœur sont dix fois plus faibles que ceux des peaux.

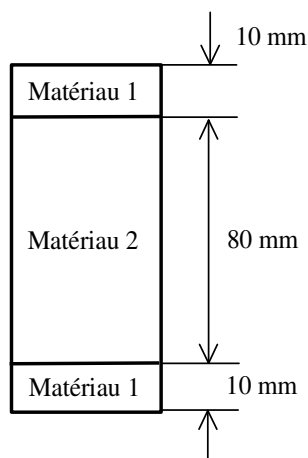
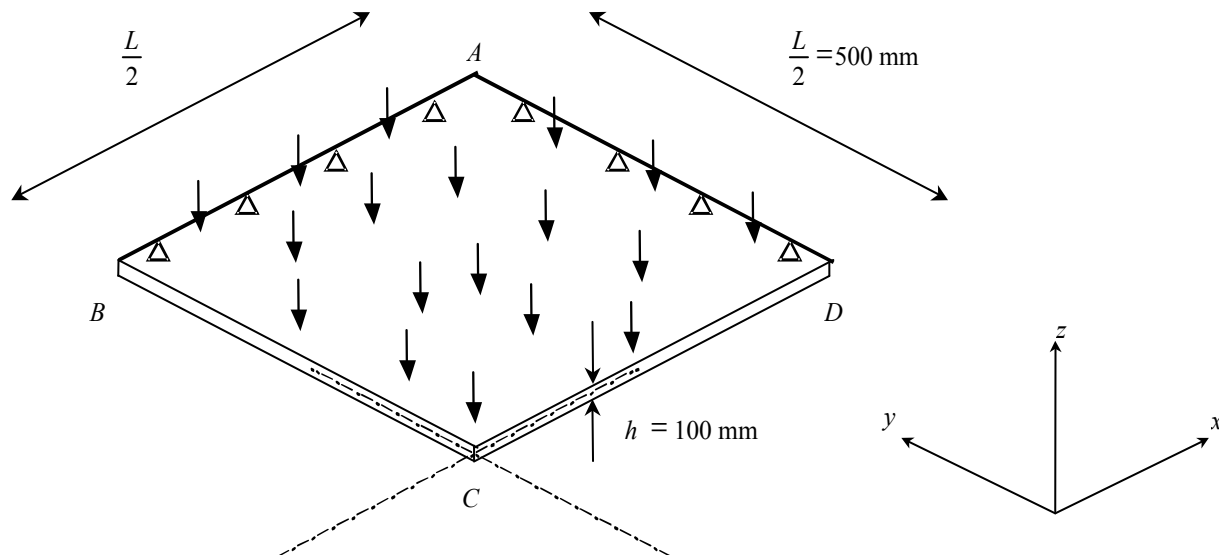
On calcule le déplacement au centre ainsi que les contraintes aux interfaces inférieures et supérieures des peaux.

Le test regroupe huit modélisations : en ce qui concerne les quatre premières, les résultats obtenus sont comparés pour des mailles surfaciques triangulaires puis quadrangulaires, dans deux repères utilisateur différents. Les quatre dernières modélisations permettent de mesurer la sensibilité des résultats à l'orientation des mailles triangulaires dans les deux repères utilisateur.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

En raison de la symétrie géométrique et physique du problème, seul le quart de la plaque est modélisé.



Élancement :  $\frac{L}{h} = 10$  : la plaque est relativement épaisse.

### 1.2 Propriétés de matériaux

	Matériau 1	Matériau 2
$E_L (10^{11} N/m^2)$	3.4156	0.34156
$E_T (10^{11} N/m^2)$	1.793	0.1793
$G_{LN} (10^{11} N/m^2)$	0.608	0.0608
$G_{TN} (10^{11} N/m^2)$	1.015	0.1015
$G_{LT} (10^{11} N/m^2)$	1.0	0.1
$NU_T$	0.44	0.44

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Plaque en appui simple

Conditions aux limites :  
aux  $AB$  :  $DZ=0$ .  $DRY=0$ .  
 $AD$  :  $DZ=0$ .  $DRX=0$ .  
Symétrie  $BC$  :  $DX=0$ .  $DRY=0$ .  $DRZ=0$ .  
 $CD$  :  $DY=0$ .  $DRX=0$ .  $DRZ=0$ .

Chargement :

FORCE\_COQUE Pression uniforme  $P=1\text{N}/\text{m}^2$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Solution de référence

La solution numérique obtenue avec une théorie de plaque multi-couches en élasticité linéaire orthotrope est donnée dans la référence [bib1] page 341.

### 2.2 Résultats de référence

Au point  $C$ , on calcule le déplacement suivant  $z$  du point ainsi que les contraintes  $\sigma_x$  aux interfaces inférieures et supérieures des peaux.

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution numérique.

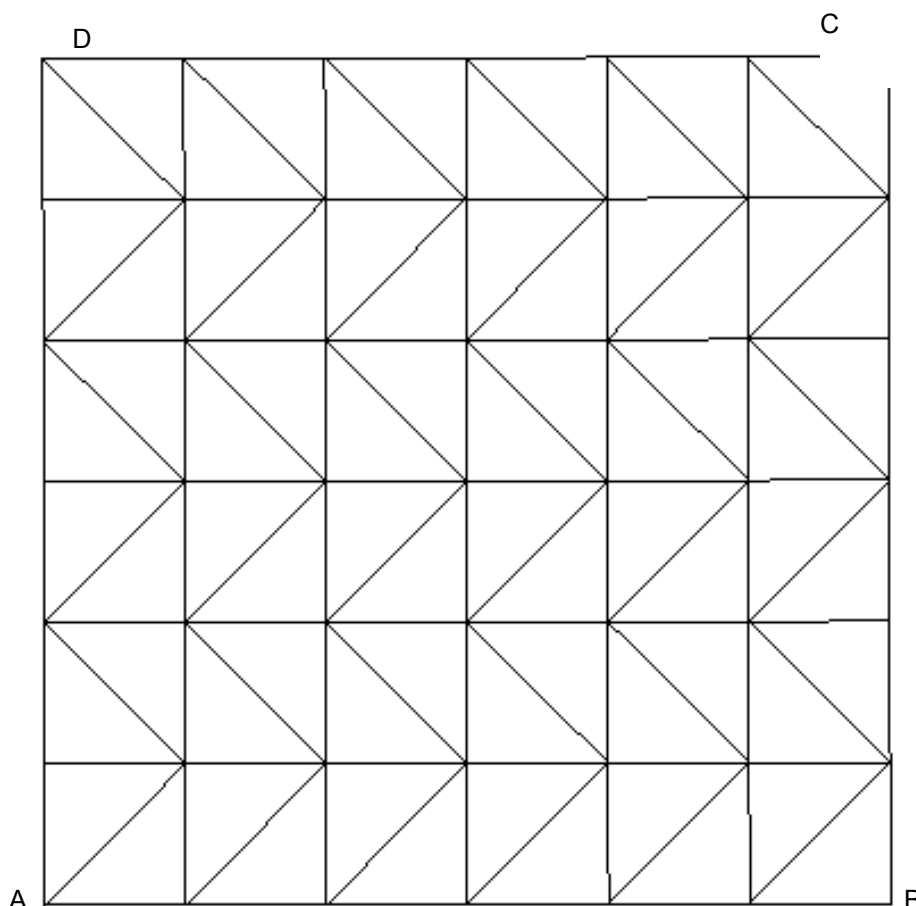
### 2.4 Références bibliographiques

- 1) BATOZ et DHATT. Modélisation des structures par éléments finis. Poutres et plaques. Hermès, 1990.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).  
Le repère utilisateur est confondu avec le repère d'orthotropie.



Conditions limites : DDL\_IMPO  
(GROUP\_NO='AB', DZ=0., DRY=0.)  
(GROUP\_NO='BC', DX=0., DRY=0.)  
(GROUP\_NO='CD', DY=0., DRX=0.)  
(GROUP\_NO='DA', DZ=0., DRX=0.)

Point C maille : 72

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56  
Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

### 3.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194

	$\sigma_x$	sur	couche	3	5.8800E+01	5.9577E+01	1.323
			supérieure				
Contraintes	$\sigma_x$	sur	couche 2	inférieure	-4.7100E+01	-4.7662E+01	1.194
	$\sigma_x$	sur	couche	2	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194
			supérieure				
	$\sigma_x$	sur	couche 1	inférieure	-5.8800E+01	-5.9577E+01	1.323
	$\sigma_x$	sur	couche	1	-4.7100E+01	-4.7662E+01	1.194
			supérieure				
	$DX$				0.0	0.0	0.0
Déplacement	$DY$				0.0	0.0	0.0
	$DZ$				4.1920E+01	4.1851E+01	-0.163

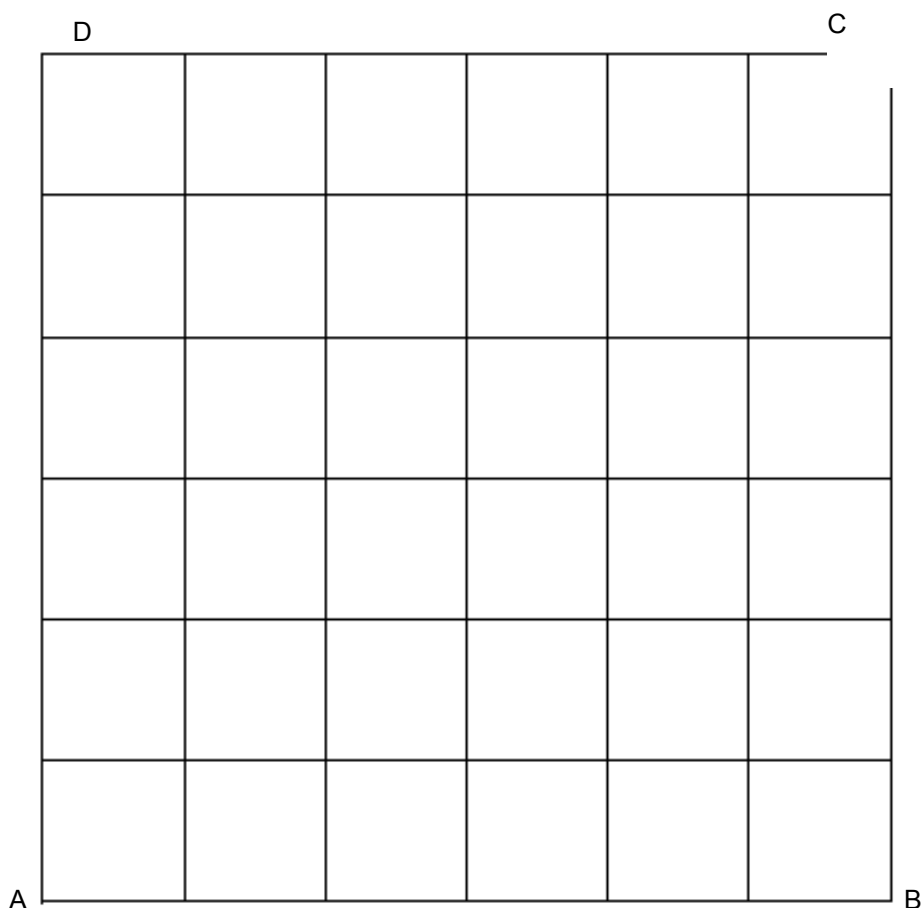
## 3.4 Contenu du fichier résultats

Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque `DST` (modélisation d'un quart de plaque).  
Le repère utilisateur est confondu avec le repère d'orthotropie .



Conditions aux DDL\_IMPO limites :

```
(GROUP_NO='AB', DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 36

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 57  
Nombre de mailles et types : 36 QUAD4

### 4.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
---------	----------------	-----------	-------	--------------

Contraintes	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	$\sigma_x$ sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.3601E+01	8.166
	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure	-4.7100E+01	-5.0881E+01	8.028
	$\sigma_x$ sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure	-5.8800E+01	-6.3601E+01	8.166
	$\sigma_x$ sur couche 1 supérieure	-4.7100E+01	-5.0881E+01	8.028
		$DX$	0.0	0.0
Déplacement	$DY$	0.0	0.0	0.0
	$DZ$	4.1920E+01	4.2040E+01	0.29

## 4.4 Contenu du fichier résultats

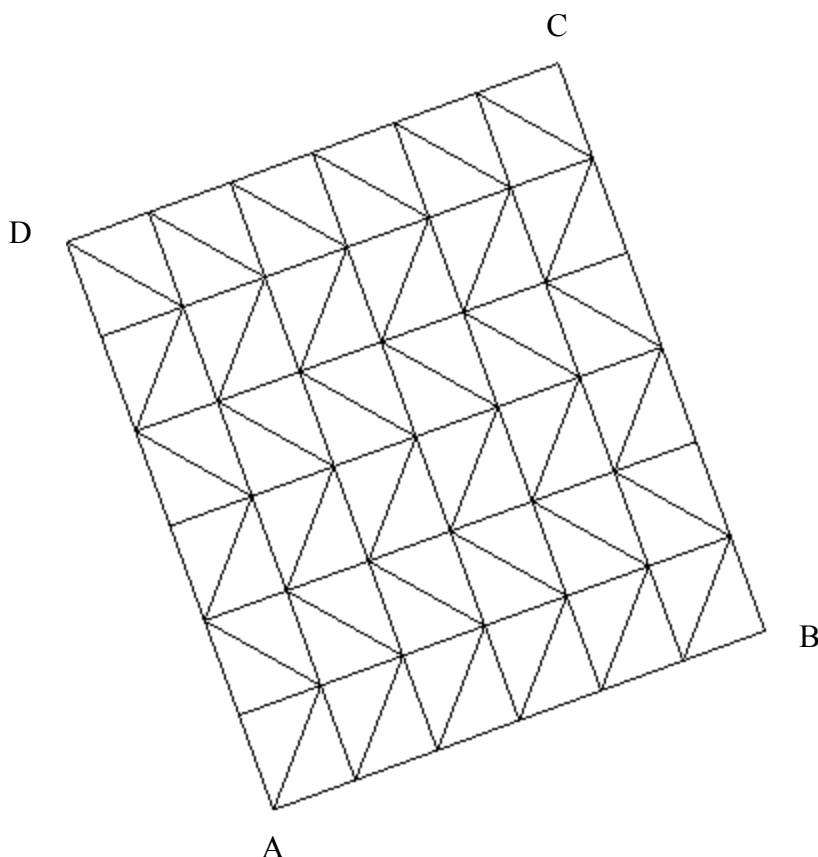
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque `DST` (modélisation d'un quart de plaque).

Le modèle de plaque associé à la modélisation A est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta.



Conditions limites :

aux `LIAISON_OBLIQUE`

```
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point `C`

maille : 72

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 `TRIA3`

### 5.3 Valeurs testées

Point <code>C</code>	Identification	Référence	Aster	% Différence
	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194



Contraintes	$\sigma_x$ sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	5.9577E+01	1.323
	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure	-4.7100E+01	-4.7662E+01	1.194
	$\sigma_x$ sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	4.7662E+01	1.194
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure	-5.8800E+01	-5.9577E+01	1.323
	$\sigma_x$ sur couche 1 supérieure	-4.7100E+01	-4.7662E+01	1.194
		$DX$	1.9696E+01	1.9663E+01
Déplacement	$DY$	7.1687E+00	7.1570E+00	-0.162
	$DZ$	3.6304E+01	3.6244E+01	-0.163

## 5.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point  $C$  sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe  $Z$ ). Dans le repère local, la projection de l'axe  $Z$  est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

## 5.5 Contenu du fichier résultats

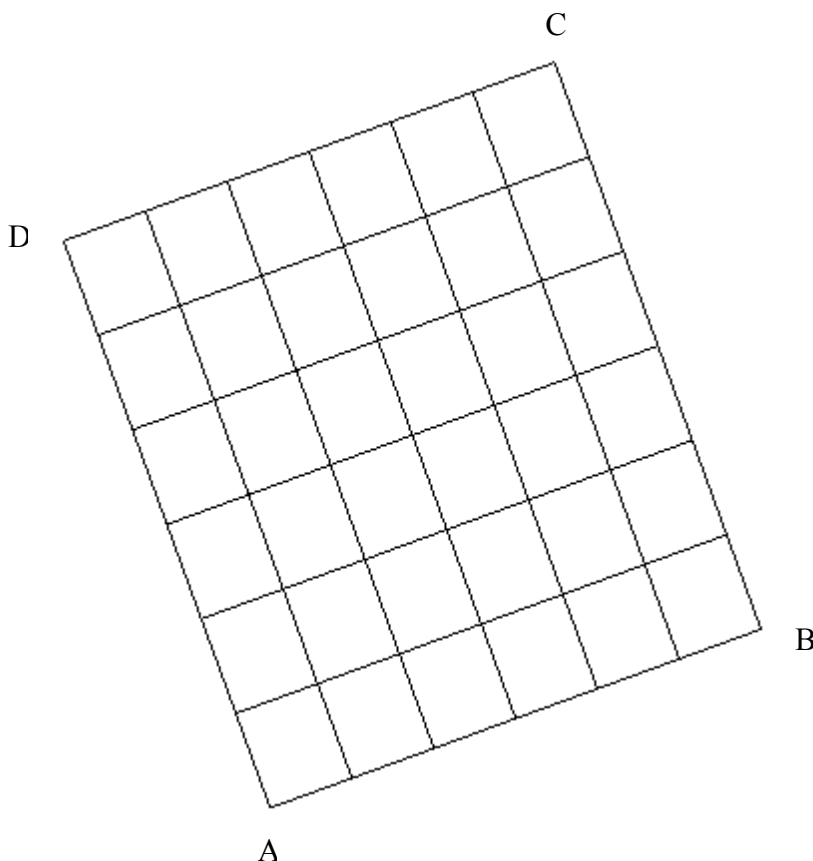
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque `DST` (modélisation d'un quart de plaque).

Le modèle de plaque associé à la modélisation B est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta.



Conditions limites : aux LIAISON\_OBLIQUE

```
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)  
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)  
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)  
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 36

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 57

Nombre de mailles et types : 36 QUAD4

### 6.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
---------	----------------	-----------	-------	--------------

Contraintes	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	$\sigma_x$ sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.3601E+01	8.166
	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure	-4.7100E+01	-5.0881E+01	8.028
	$\sigma_x$ sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.0881E+01	8.028
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure	-5.8800E+01	-6.3601E+01	8.166
	$\sigma_x$ sur couche 1 supérieure	-4.7100E+01	-5.0881E+01	8.028
	$DX$	1.9696E+01	1.9750E+01	0.290
Déplacement	$DY$	7.1687E+00	7.1895E+00	0.291
	$DZ$	3.6304E+01	3.6409E+01	0.289

## 6.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point  $C$  sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe  $Z$ ). Dans le repère local, la projection de l'axe  $Z$  est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

## 6.5 Contenu du fichier résultats

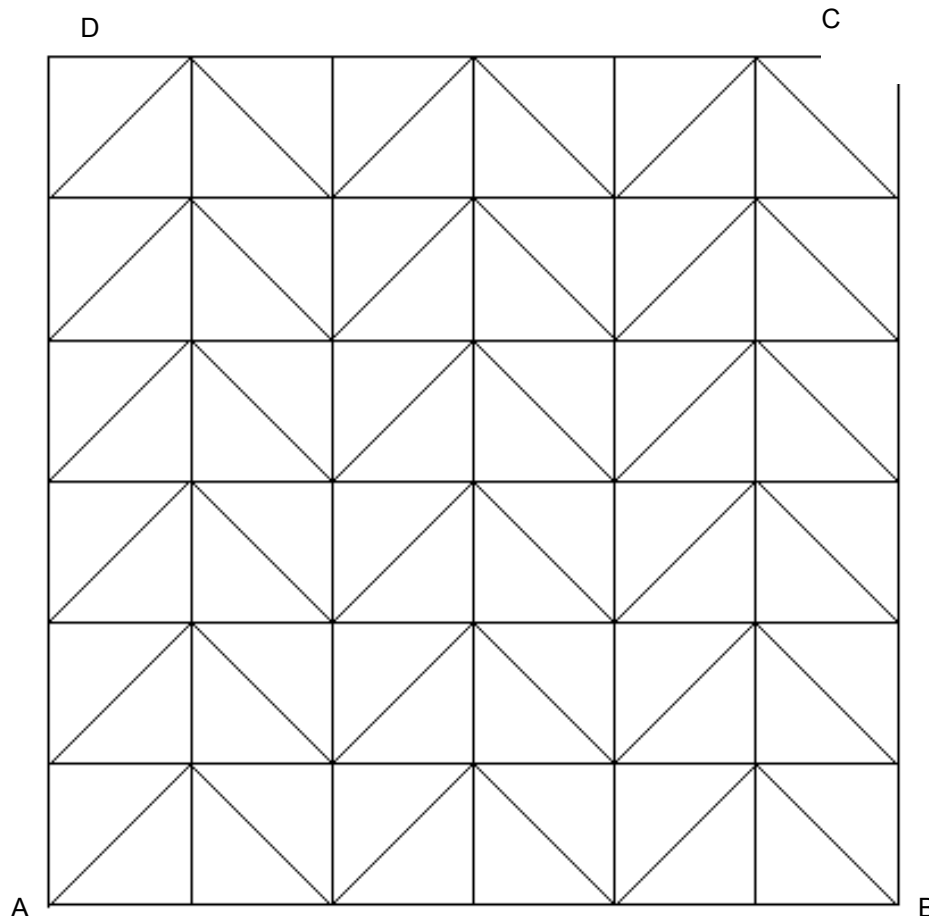
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque `DST` (modélisation d'un quart de plaque).

Le repère utilisateur est confondu avec le repère d'orthotropie. Comparativement à la modélisation A, le modèle est ici caractérisé par une orientation différente des mailles surfaciques.



Conditions limites : aux `DDL_IMPO`

```
(GROUP_NO='AB', DZ=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='BC', DX=0., DRY=0.)
(GROUP_NO='CD', DY=0., DRX=0.)
(GROUP_NO='DA', DZ=0., DRX=0.)
```

Point `C` maille : 72

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 `TRIA3`

### 7.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
---------	----------------	-----------	-------	--------------

Contraintes	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	$\sigma_x$ sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.5537E+01	11.459
	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure	-4.7100E+01	-5.2430E+01	11.317
	$\sigma_x$ sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure	-5.8800E+01	-6.5537E+01	11.459
	$\sigma_x$ sur couche 1 supérieure	-4.7100E+01	-5.2430E+01	11.317
	$DX$	0.0	0.0	0.0
Déplacement	$DY$	0.0	0.0	0.0
	$DZ$	4.1920E+01	4.2024E+01	0.248

## 7.4 Contenu du fichier résultats

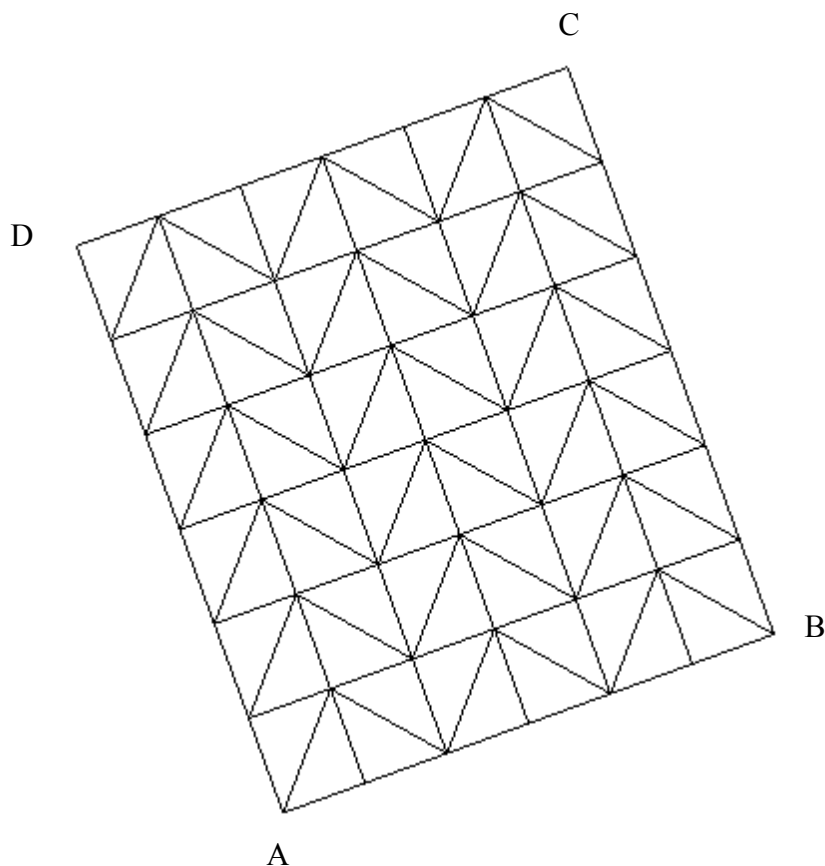
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Elément de coque `DST` (modélisation d'un quart de plaque).

Le modèle de plaque associé à la modélisation E est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta. Comparativement à la modélisation C, le modèle est ici caractérisé par une orientation différente des mailles.



Conditions limites : aux LIAISON\_OBLIQUE

```
(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)  
(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)  
(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)  
(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)
```

Point C maille : 72

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

### 8.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
---------	----------------	-----------	-------	--------------

	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	$\sigma_x$ sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	6.5537E+01	11.459
Contraintes	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure	-4.7100E+01	-5.2430E+01	11.317
	$\sigma_x$ sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	5.2430E+01	11.317
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure	-5.8800E+01	-6.5537E+01	11.459
	$\sigma_x$ sur couche 1 supérieure	-4.7100E+01	-5.2430E+01	11.317
	$DX$	1.9696E+01	1.9744E+01	0.248
	Déplacement	$DY$	7.1687E+00	7.1865E+00
$DZ$		3.6304E+01	3.6393E+01	0.248

## 8.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point  $C$  sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe  $Z$ ). Dans le repère local, la projection de l'axe  $Z$  est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

## 8.5 Contenu du fichier résultats

Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

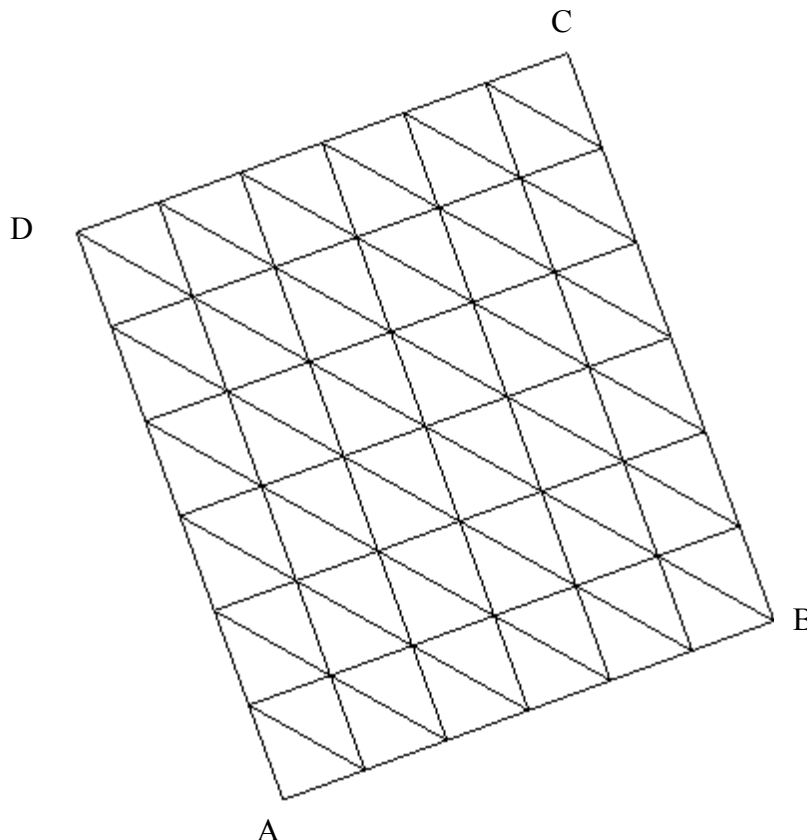
## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque `DST` (modélisation d'un quart de plaque).

Le modèle de plaque est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta, sans référence à un modèle non tourné.

L'orientation des mailles est ici identique à celle de la référence [bib1].



Conditions limites : `LIAISON_OBLIQUE`  
`(GROUP_NO='AB', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRY=0.)`  
`(GROUP_NO='BC', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DX=0., DRY=0.)`  
`(GROUP_NO='CD', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DY=0., DRX=0.)`  
`(GROUP_NO='DA', ANGL_NAUT=(20.,30.,0.), DZ=0., DRX=0.)`

Point C maille : 72

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 56

Nombre de mailles et types : 72 TRIA3

### 9.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	4.7920E+01	1.742



Contraintes	$\sigma_x$ sur couche 3 supérieure	5.8800E+01	5.9900E+01	1.872
	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure	-4.7100E+01	-4.7920E+01	1.742
	$\sigma_x$ sur couche 2 supérieure	4.7100E+01	4.7920E+01	1.742
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure	-5.8800E+01	-5.9900E+01	1.872
	$\sigma_x$ sur couche 1 supérieure	-4.7100E+01	-4.7920E+01	1.742
Déplacement	DX	1.9696E+01	1.9882E+01	0.946
	DY	7.1687E+00	7.2365E+00	0.947
	DZ	3.6304E+01	3.6647E+01	0.946

## 9.4 Remarques

Les valeurs de référence du déplacement au point  $C$  sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe  $Z$ ). Dans le repère local, la projection de l'axe  $Z$  est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

## 9.5 Contenu du fichier résultats

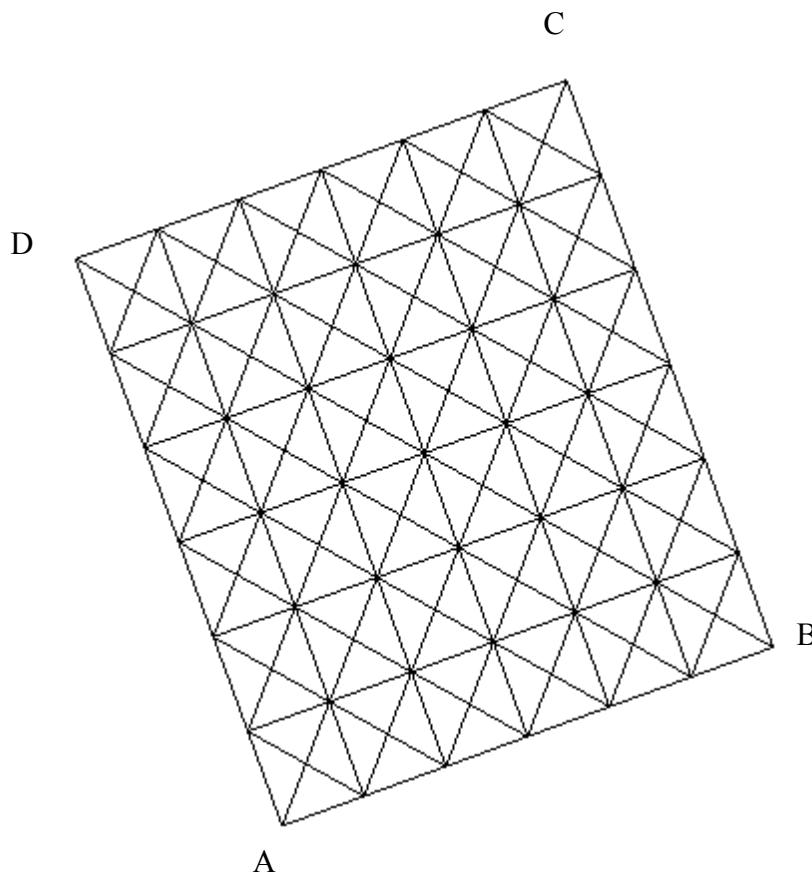
Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Élément de coque DST (modélisation d'un quart de plaque).

Le modèle de plaque est tourné de 20 degrés suivant l'angle nautique alpha et de 30 degrés suivant bêta, sans référence à un modèle non tourné.



Conditions limites : LIAISON\_OBLIQUE  
 (GROUP\_NO='AB', ANGL\_NAUT=(20., 30., 0.), DZ=0., DRY=0.)  
 (GROUP\_NO='BC', ANGL\_NAUT=(20., 30., 0.), DX=0., DRY=0.)  
 (GROUP\_NO='CD', ANGL\_NAUT=(20., 30., 0.), DY=0., DRX=0.)  
 (GROUP\_NO='DA', ANGL\_NAUT=(20., 30., 0.), DZ=0., DRX=0.)

Point C maille : 142

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 101

Nombre de mailles et types : 144 TRIA3

### 10.3 Valeurs testées

Point C	Identification	Référence	Aster	% Différence
	$\sigma_x$ sur couche 3 inférieure	4.7100E+01	5.0957E+01	8.19

Contraintes	$\sigma_x$ sur couche supérieure	3	5.8800E+01	6.3691E+01	8.32
	$\sigma_x$ sur couche 2 inférieure		-4.7100E+01	-5.0957E+01	8.19
	$\sigma_x$ sur couche supérieure	2	4.7100E+01	5.0957E+01	8.19
	$\sigma_x$ sur couche 1 inférieure		-5.8800E+01	-6.3696E+01	8.32
	$\sigma_x$ sur couche supérieure	1	-4.7100E+01	-5.0957E+01	8.19
	DX		1.9696E+01	1.9735E+01	0.199
Déplacement	DY		7.1687E+00	7.1830E+00	0.200
	DZ		3.6304E+01	3.6376E+01	0.200

## 10.4 Remarques

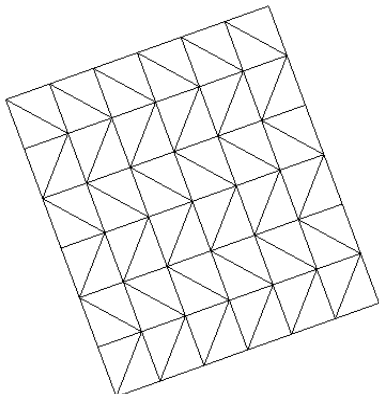
Les valeurs de référence du déplacement au point  $C$  sont obtenues en projetant le déplacement théorique établi pour une plaque non tournée dans le nouveau repère utilisateur (le déplacement pour une plaque non tournée étant vertical, le nouveau déplacement est fonction de la projection de l'axe  $Z$ ). Dans le repère local, la projection de l'axe  $Z$  est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \sin \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \beta \end{bmatrix}, \text{ avec } \alpha = 20. \text{ et } \beta = 30.$$

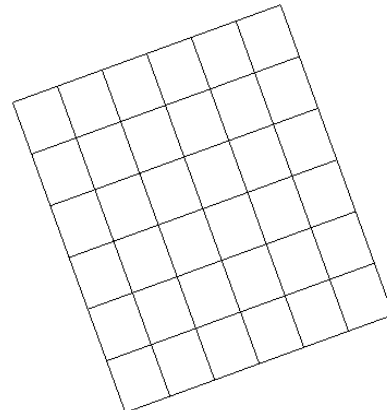
## 10.5 Contenu du fichier résultats

Valeurs au point d'observation des déplacements et contraintes  $\sigma_x$ .

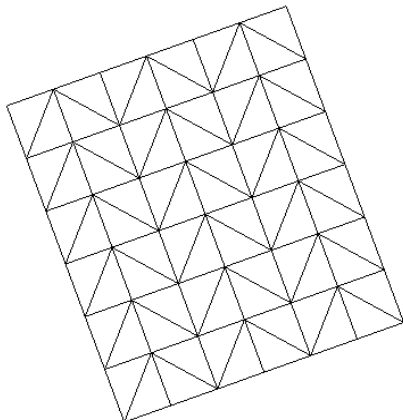
## 11 Synthèse graphique



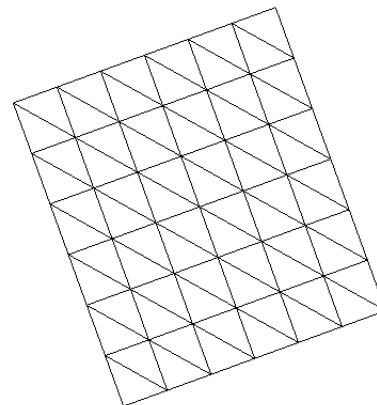
Modélisation C



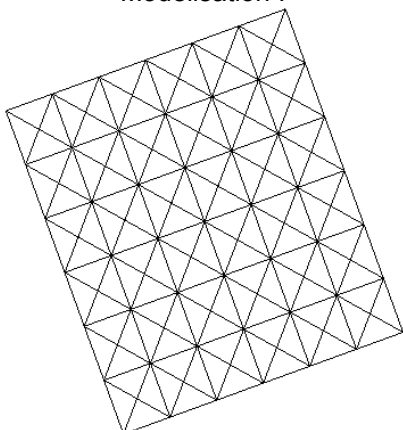
Modélisation D



Modélisation F



Modélisation G



Modélisation H

	% Contrainte	% Déplacement
C	1.2	-0.17
D	8.1	0.23
F	11.4	0.25
G	1.8	0.95

# Code\_Aster

Version  
default

Titre : SSLS115 - Plaque carrée composite sous pression un[...]  
Responsable : DE SOZA Thomas

Date : 13/12/2011 Page : 21/22  
Clé : V3.03.115 Révision :  
131c2d759662

H 8.2 0.20

## 12 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus montrent que :

- A maillage identique (type de mailles surfaciques et orientation des mailles), le changement de repère utilisateur n'influe pas sur les contraintes ;
- Du fait de l'orthotropie du problème, il existe une sensibilité non négligeable à l'orientation des mailles surfaciques triangulaires (la précision des calculs passe de 1 à 11% pour les contraintes et de 0.17 à 0.95% pour les déplacements). Cette sensibilité ne disparaît pas en raffinant le maillage. Ce point est donc à prendre en compte lors de la comparaison des performances triangle/quadrangle.