

## SSLV104 - Poutre en rotation

---

### Résumé :

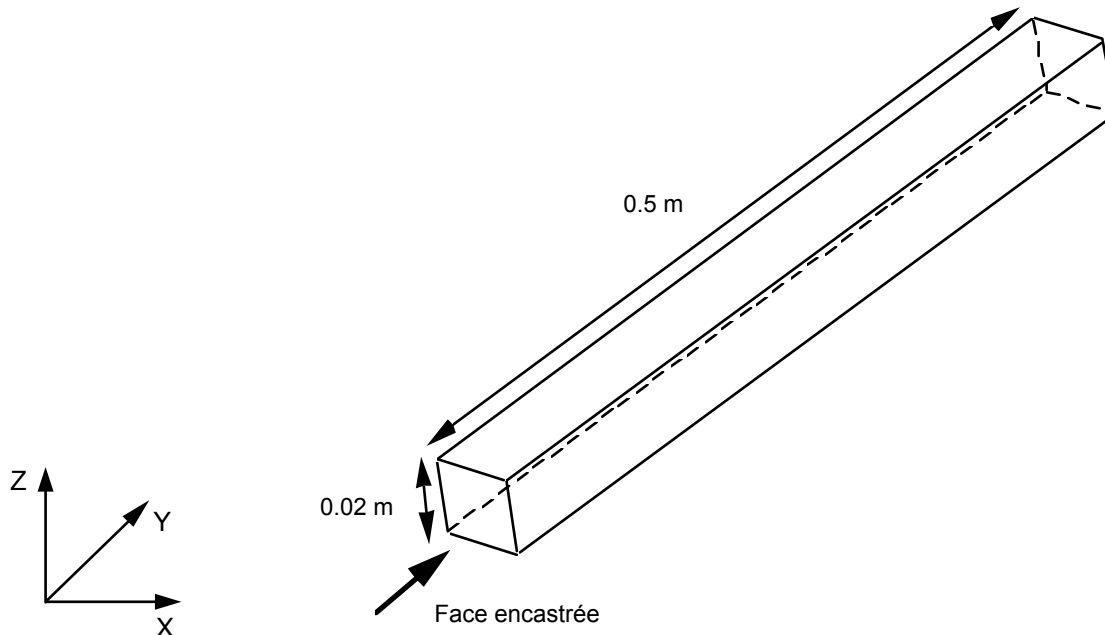
Ce test permet de valider le calcul élastique linéaire d'une poutre élancée soumise à une rotation d'une de ses extrémités. Quatre modélisations sont testées : éléments 3D (HEXA20) , éléments COQUE\_3D (QUAD9 et TRIA7) et éléments D\_PLAN (QUAD8). Cela teste les forces d'inertie de rotation, sans tenir compte des termes élémentaires de raidissement centrifuge (cf. [V3.04.105]).

La solution de référence est analytique (1D). Les résultats coïncident parfaitement avec la solution de référence.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Poutre élancée orientée portée dans l'espace par l'axe de vecteur directeur  $(1, 1, 1)$ .



Section carrée d'aire :  $4.0 \cdot 10^{-4} m^2$

Longueur de la poutre :  $0.5 m$

### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 2. \cdot 10^{11} Pa$$

$$\nu = 0$$

$$\rho = 7800 kg/m^3$$

$A\_CIS = 0.8333$  (facteur de correction de cisaillement transverse égal à  $5/6$  pour une théorie de type Reissner coque mince)

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Poutre encastree libre en rotation autour d'un axe perpendiculaire à sa plus grande dimension et passant par le centre de la face encastree.

Composante du vecteur rotation :  $(1, 0, -1)$ .

Vitesse de rotation :  $\omega = 3000 rd/s$ .

La valeur importante de la vitesse de rotation n'a rien de physique.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Dans le repère local de la poutre :

$$\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\rho}{E} \omega^2 x = 0 \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} U_x(0) = 0 \\ \frac{\partial U_x}{\partial x}(L) = \sigma_{xx}(L) = 0 \end{array}$$

En intégrant l'équation différentielle précédente on obtient, dans le repère de la poutre :

$$U_x(x) = \frac{\rho \omega^2}{2E} \left( x L^2 - \frac{x^3}{3} \right) \quad U_y = U_z = 0$$

Les déplacements de tous points de la poutre s'écrivent donc dans le repère global :

$$\begin{array}{l} U_x(X, Y, Z) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{3}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right) \\ U_y(X, Y, Z) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{3}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right) \\ U_z(X, Y, Z) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{3}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right) \\ \text{avec } r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \end{array}$$

### 2.2 Résultats de référence

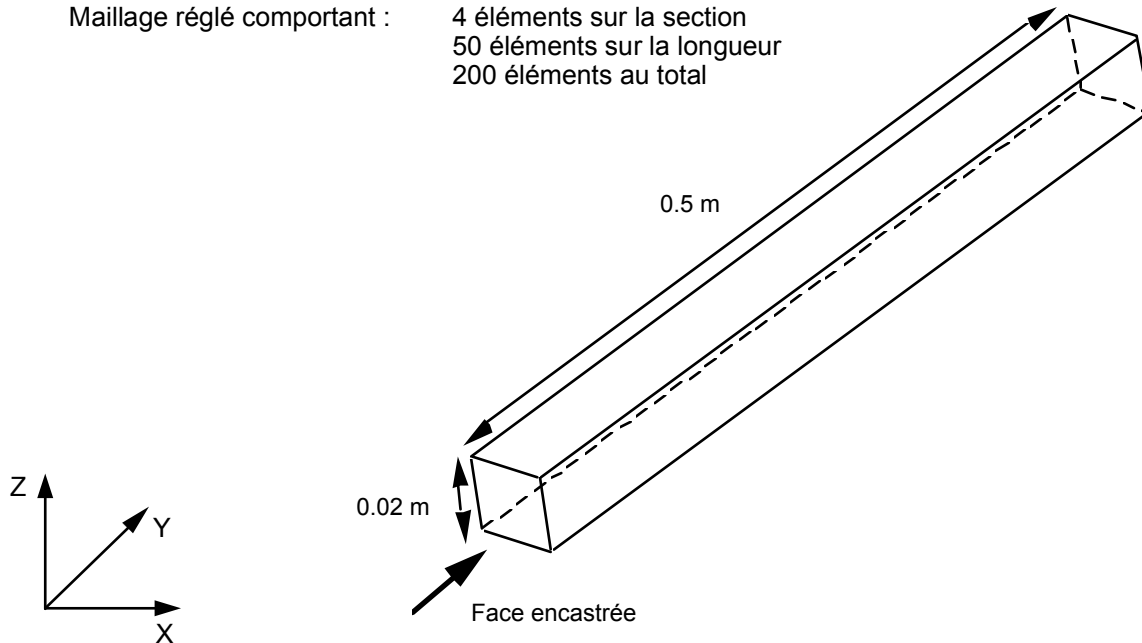
Valeurs des trois déplacements au centre de la section la plus éloignée de l'axe de rotation.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Éléments 3D (HEXA20)

Maillage réglé comportant :  
4 éléments sur la section  
50 éléments sur la longueur  
200 éléments au total



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1521  
Nombre de mailles et types : 200 HEXA20

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

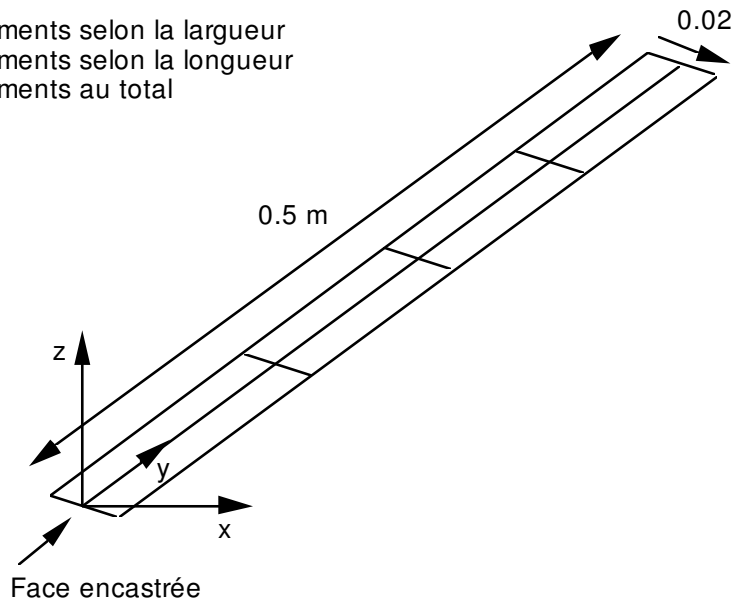
Identification	Référence
$DX$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$
$DY$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$
$DZ$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Éléments de coque MEC3QU9H

Maillage comportant : 2 éléments selon la largeur  
4 éléments selon la longueur  
8 éléments au total



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 45

Nombre de mailles et types : 8 QUAD9

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

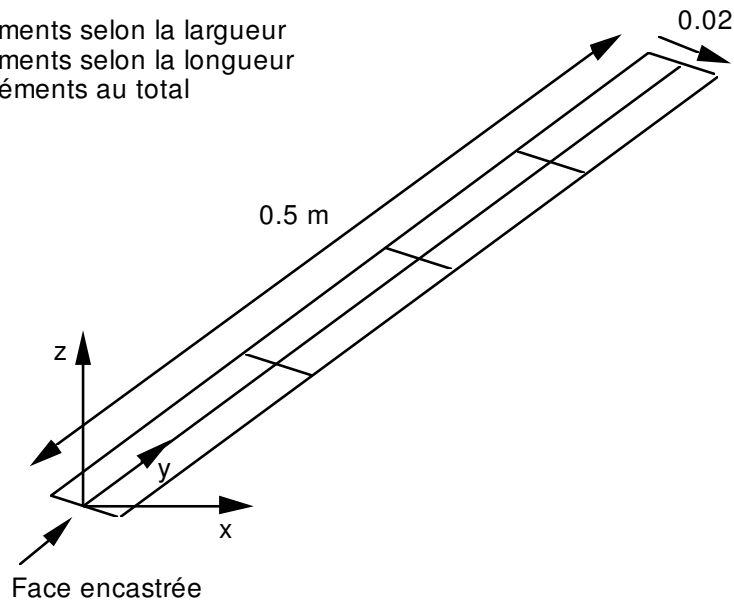
Identification	Référence
$DX$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$
$DY$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$
$DZ$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Éléments de coque MEC3TR7H

Maillage comportant : 4 éléments selon la largeur  
8 éléments selon la longueur  
64 éléments au total



### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 217

Nombre de mailles et types : 64 TRIA7

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
$DX$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$
$DY$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$
$DZ$ en $L$	$8.44 \cdot 10^{-3}$

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Eléments D\_PLAN MEDPQU8

Maillage comportant 2 éléments selon la largeur, 50 éléments selon la longueur.  
100 éléments au total.

En 2D, les déplacements de la poutre s'écrivent :

$$U_x(X, Y) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{2}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right)$$
$$U_y(X, Y) = \frac{\rho \omega^2}{2\sqrt{2}E} \left( r L^2 - \frac{r^3}{3} \right)$$

avec  $r = \sqrt{X^2 + Y^2}$

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 405

Nombre de mailles et types : 100 QUAD8

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
$DX$ en $L$	$10.341 \cdot 10^{-3}$
$DY$ en $L$	$10.341 \cdot 10^{-3}$

## 7 Synthèse des résultats

---

La coïncidence des résultats avec la solution analytique permet de valider le chargement dû aux forces d'inertie de rotation.

La modélisation COQUE\_3D avec MEC3QU9H donne la solution avec très peu d'éléments.

On se reportera au test SSLV105 [V3.04.105] pour évaluer l'effet du raidissement centrifuge pour l'élément 3D, HEXA20.