

## SSLV116 – Fissure circulaire en milieu 3D avec contraintes initiales.

---

### Résumé :

Ce test a pour but de valider le calcul des facteurs d'intensité de contrainte (SIFs) le long du fond d'une fissure 3D, dans le cadre de l'élasticité en présence de contraintes initiales.

Ce test modélise un cube encastré sur toutes ses faces, présentant une fissure circulaire centrale plane. Il est soumis à un champ de contraintes initiales dues à l'application d'un champ thermique.

Ce test contient 2 modélisations :

- Modélisation A : la fissure est maillée (FEM) ;
- Modélisation B (présente dans le dossier de validation) : la fissure n'est pas maillée, elle est représentée par des level-sets (X-FEM).

Pour les deux modélisations, les facteurs d'intensité de contrainte sont évalués par les commandes POST\_K1\_K2\_K3 et CALC\_G.

Les valeurs numériques sont comparées aux valeurs obtenues dans le cas du chargement thermique équivalent.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

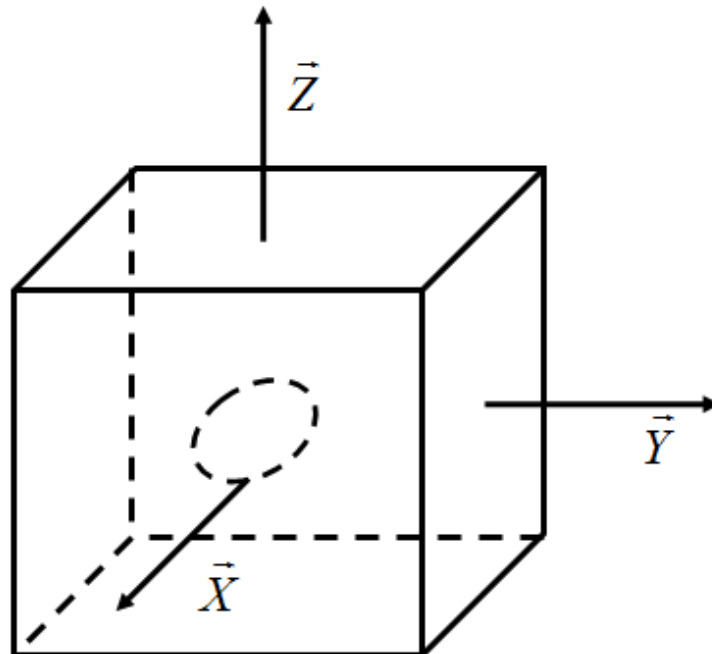


Figure 1.1 - Géométrie du cas test.

La fissure est circulaire (penny shaped crack) de rayon  $a=2m$  dans le plan  $OXY$ . Le côté du cube est de longueur  $L=10a$ . Ainsi, on considère que la fissure se trouve dans un milieu infini.

### 1.2 Propriétés de matériaux

Le matériau, élastique isotrope, possède les propriétés :

$$E = 200000 \text{ MPa}$$

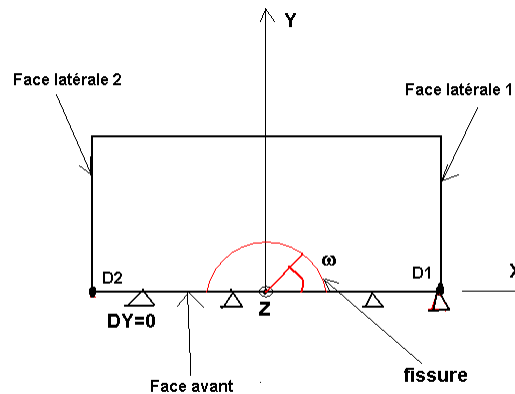
$$\nu = 0,3$$

$$\alpha = 0,00001 \text{ K}^{-1}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Les faces extérieures du volume sont encastées.

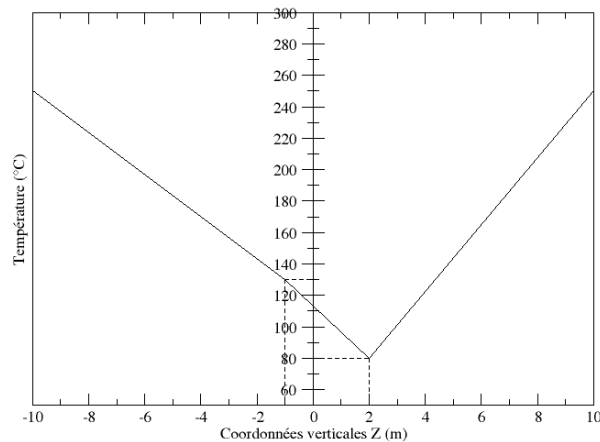
Compte tenu des symétries, on modélise seulement la moitié de la structure, à savoir le demi-espace tel que  $Y > 0$ . Des conditions de symétrie sont donc appliquées sur la face  $Y = 0$  : sur cette face, le déplacement suivant  $Y$  est bloqué.



**Figure 1.2: Condition de symétrie**

La structure, initialement de température uniforme 250°C, est soumise à un champ de température variable en espace, selon Z. La structure refroidit, mais est encastree de toutes parts. De ce fait, des contraintes d'ouverture sont créées sur la fissure.

La Figure ci-dessous présente le profil de température imposé.



**Figure 1.3 - Champ de température imposé.**

L'application de ce champ de température génère des contraintes (fissure fermée). Ces contraintes sont alors extraites et constituent un champ de contraintes initiales pour le calcul des facteurs d'intensité des contraintes.

## 2 Solution de référence

---

La solution de référence est déterminée par calcul des facteurs d'intensité des contraintes directement à partir du chargement thermique.

La validation est faite à partir du maximum du taux de restitution d'énergie local (en chaque nœud du front de fissure) et du facteur d'intensité des contraintes local à 90° de la fissure.

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure est maillée (cas FEM). Le maillage comporte un tore entourant le fond de fissure.

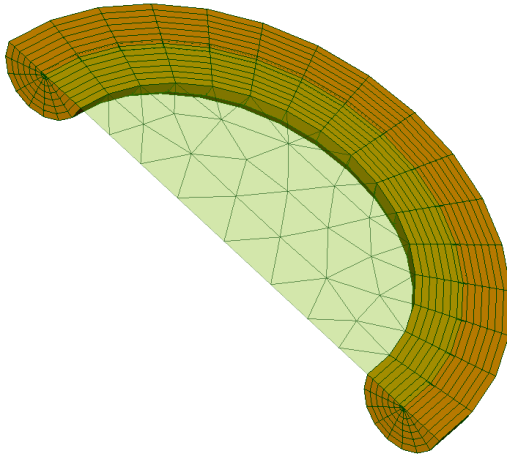


Figure 3.1: maillage rayonnant

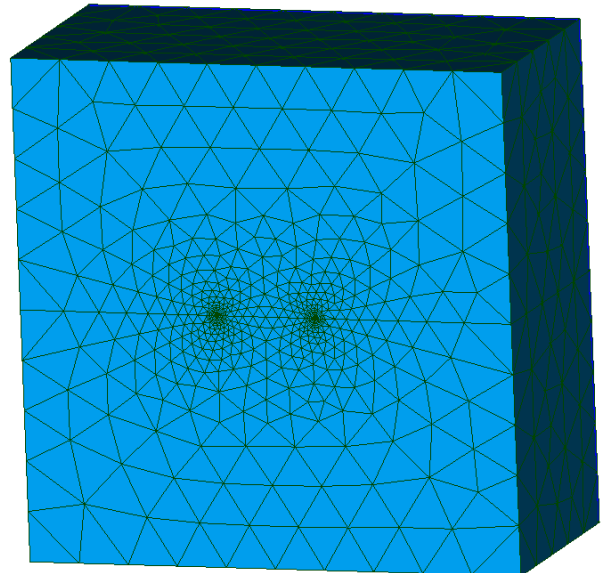


Figure 3.2: maillage de la structure

#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 26673

Nombre de mailles et type : 16 SEG3, 1540 TRIA6, 416 QUAD8, 12818 TETRA10, 256 PENTA15, 256 PYRAM13, et 1536 HEXA20.

Au niveau du tore (figure 3.1), la longueur des prismes dans la direction radiale est de  $h_{pris} = 0,04 m$  (couche de PENTA15 connectés aux fond de fissure), et la longueur des hexaèdres dans la direction radiale est de  $h_{hexa} = 0,06 m$  (6 couches d'éléments HEXA20).

Les nœuds milieu des arêtes des mailles touchant le fond de fissure (PENTA15) sont déplacés au quart de ces arêtes (éléments de Barsoum).

#### 3.3 Résultats

Trois couronnes d'intégration du champ  $\theta$  pour la commande CALC\_G sont utilisées :

- Couronne 1 :  $RINF = h_{pris} + 0,25 h_{hexa}$  et  $RSUP = h_{pris} + 3,25 h_{hexa}$  ;
- Couronne 2 :  $RINF\_2 = h_{pris} + 0,25 h_{hexa}$  et  $RSUP\_2 = h_{pris} + 5,25 h_{hexa}$  ;
- Couronne 3 :  $RINF\_3 = h_{pris} + 2,25 h_{hexa}$  et  $RSUP\_3 = h_{pris} + 5,25 h_{hexa}$  .

On choisit un lissage de type LEGENDRE.

Le paramètre ABS\_CURV\_MAXI de l'opérateur POST\_K1\_K2\_K3 est choisi de manière à retenir 5 nœuds sur le segment d'extrapolation.

Le  $K_I$  est testé uniquement au point tel que  $\theta = 90^\circ$  (voir figure 1.2).

#### 3.4 Grandeurs testées

On teste ici de nombreuses grandeurs, afin de contrôler la référence thermique et l'état initial.

Identificatio n	Option de calcul	Remarque	Type de référence	Valeur de référence	% Toléranc e
$\max(Gref)$	CALC_G, thermique	Couronne1	'NON REGRESSION'	1923355,09151	1.E-4 %
$\max(Gref\ 2)$	CALC_G, thermique	Couronne2	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	2.E-2 %
$\max(Gref\ 3)$	CALC_G, thermique	Couronne3	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	4.E-2 %
$\max(Girref)$	CALC_K_G, thermique	Couronne1	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	1.E-4 %
$\max(Gini)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne1 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	2.E-2 %
$\max(Gini2)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	7.E-3 %
$\max(Gini3)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	1.E-3 %
$\max(Gini4)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne1 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	2.E-2 %
$\max(Gini5)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	7.E-3 %
$\max(Gini6)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	1.E-3 %
$\max(Girini)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne1 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	2.E-2 %
$\max(Girini2)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	9.E-3 %
$\max(Girini3)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	5.E-3 %
$\max(Girini4)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne1 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	2.E-2 %
$\max(Girini5)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	9.E-3 %
$\max(Girini6)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne3	'AUTRE ASTER'	1923355,09151	5.E-3 %

	contrainte initiale	contrainte initiale Noeud	ASTER '		
<i>Kref</i> (90°)	POST_K1_K2_ K3		'NON REGRESSION'	621498251,587	5 %
Thermique					
<i>Kini</i> (90°)	POST_K1_K2_ K3		'AUTRE ASTER'	621498251,587	1.E-4 %
Contrainte initiale					
<i>Girini</i> <i>K<sub>I</sub></i> (90°)	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne1, contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	621498251,587	7 %
<i>Girini2</i> <i>K<sub>I</sub></i> (90°)	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	621498251,587	8 %
<i>Girini3</i> <i>K<sub>I</sub></i> (90°)	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	621498251,587	9 %
<i>Girini4</i> <i>K<sub>I</sub></i> (90°)	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne1 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	621498251,587	7 %
<i>Girini5</i> <i>K<sub>I</sub></i> (90°)	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	621498251,587	8 %
<i>Girini6</i> <i>K<sub>I</sub></i> (90°)	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	621498251,587	9 %

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Dans cette modélisation, la fissure n'est pas maillée (cas X-FEM).

On utilise le même maillage que pour le cas test sslv154b.

Afin d'obtenir une meilleure précision sur les résultats, le maillage initial libre a été raffiné au niveau du fond de fissure à l'aide de la commande `MACR_ADAP_MAIL`.

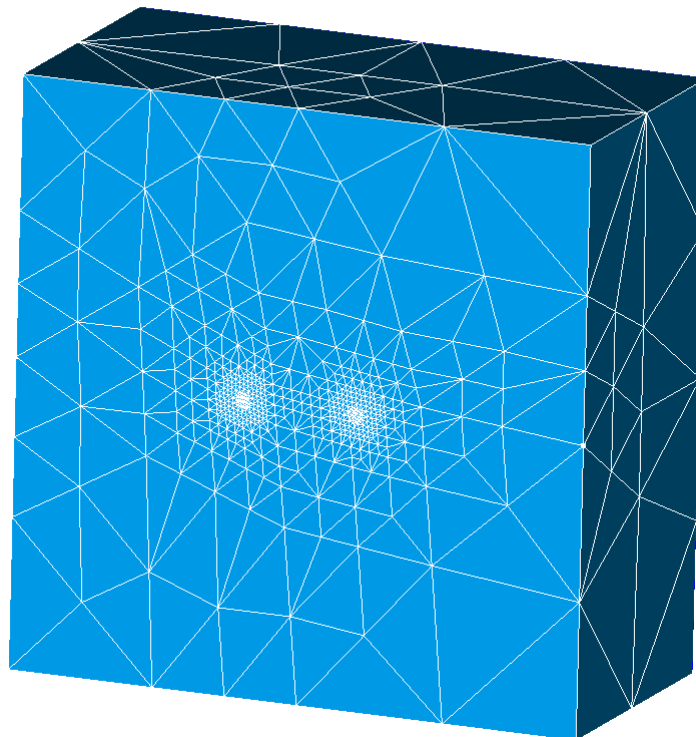


Figure 4.1: maillage raffiné de la structure

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1146

Nombre de mailles et type : 64573 TETRA4

La longueur caractéristique d'un élément près du fond de fissure est de  $0,07\text{ m}$ .

### 4.3 Résultats

Trois couronnes d'intégration du champ  $\theta$  pour la commande `CALC_G` sont utilisées :

- Couronne 1 :  $RINF=0,12\text{ m}$  et  $RSUP=0,528\text{ m}$ .
- Couronne 2 :  $RINF\_2=0,5\text{ RINF}$  et  $RSUP\_2=0,5\text{ RSUP}$
- Couronne 3 :  $RINF\_2=1,5\text{ RINF}$  et  $RSUP\_2=1,5\text{ RSUP}$

On choisit un lissage de type `LEGENDRE`.



Le paramètre `ABS_CURV_MAXI` de l'opérateur `POST_K1_K2_K3` est choisi de manière à retenir 5 nœuds sur le segment d'extrapolation.

Le  $K_I$  est testé uniquement au point tel que  $\omega = 90^\circ$ .

Option de calcul	Cas considéré	Couronne	Max G (J/m <sup>2</sup> )	K1(90°) (MPa.m <sup>1/2</sup> )
<code>POST_K1_K2_K3</code>	Thermique			639,E6
	Contrainte initiale			612E6
<code>CALC_G</code>	Thermique		2,06E6	
	Contrainte initiale	1	2,03E6	
		2	1,95E6	
		3	2,06E6	
<code>CALC_K_G</code>	Contrainte initiale	1	1,92E6	677E6
		2	1,94E6	661E6
		3	2,07E6	688E6

Tableau 1- Résultats de la modélisation FEM.

- On note alors que les résultats sont :
- Conformes aux références à 6% pour G et 8% pour K1. Notons que la référence `POST_K1_K2_K3` présente un écart de 4% entre le cas thermique et le cas avec contraintes initiales
- Différents de 5% maximum pour G entre les options `CALC_G` et `CALC_K_G`,
- Indépendants de la couronne à 5% près pour G de `CALC_G`, 7% pour G de `CALC_K_G` et 4% pour K1.

## 4.4 Grandeurs testées

Comme pour la modélisation A, on teste la valeur maximale des taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité des contraintes pour un angle de 90°, pour 3 couronnes, dans les cas de calcul thermique et d'état initial.

Cependant, en X-FEM, les contraintes ne peuvent être données qu'aux nœuds, ce qui limite le nombre de tests.

On teste de nombreuses grandeurs, afin de contrôler la référence thermique et l'état initial.

Identificatio n	Option de calcul	Remarque	Type de référence	Valeur de référence	% Tolér ance
$max(Gref)$	CALC_G, thermique	couronne1	'NON REGRESSION'	$2,06919 \cdot 10^6$	1%
$max(Gini)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne1	'AUTRE ASTER'	$2,06919 \cdot 10^6$	2%
$max(Gini2)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne2	'AUTRE ASTER'	$2,06919 \cdot 10^6$	6%
$max(Gini3)$	CALC_G, contrainte initiale	Couronne3	'AUTRE ASTER'	$2,06919 \cdot 10^6$	2%
$max(Girini)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne1	'AUTRE ASTER'	$2,06919 \cdot 10^6$	7 %
$max(Girini2)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne2	'AUTRE ASTER'	$2,06919 \cdot 10^6$	7 %
$max(Girini3)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne3	'AUTRE ASTER'	$2,06919 \cdot 10^6$	3 %
$max(Girini4)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne1 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	$1,92013 \cdot 10^6$	1,5 %
$max(Girini5)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	$1,95458 \cdot 10^6$	1,5 %
$max(Girini6)$	CALC_K_G, contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Noeud	'AUTRE ASTER'	$1,93471 \cdot 10^6$	1,5 %
$Kref(90^\circ)$	POST_K1_K2_K 3 Thermique		'NON REGRESSION'	$6,397943 \cdot 10^8$	1 %
$Girini$ $K_I(90^\circ)$	CALC_K_G, Contrainte	Couronne1,	'AUTRE ASTER'	$6,397943 \cdot 10^8$	7%

---

	initiale				
<i>Girini2</i> $K_I(90^\circ)$	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne2 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	6,397943 10 <sup>8</sup>	5%
<i>Girini3</i> $K_I(90^\circ)$	CALC_K_G, Contrainte initiale	Couronne3 contrainte initiale Gauss	'AUTRE ASTER'	6,397943 10 <sup>8</sup>	8%

---

## 5 Synthèse des résultats

---

Ce cas-test valide la calcul des facteurs d'intensité de contrainte d'une fissure 3D en présence d'état initial.

La modélisation par une fissure maillée est plus satisfaisante que la modélisation X-FEM. Elle montre en particulier une dépendance moindre à la couronne.