

## SSLV121 - Etirement d'un parallélépipède isotrope transverse sous son propre poids

---

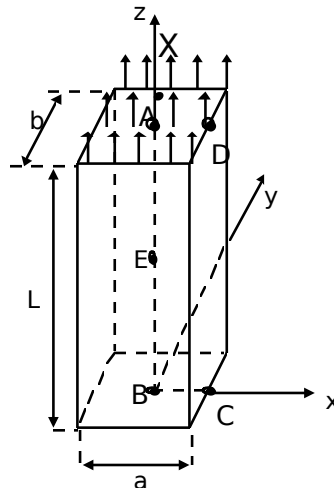
### Résumé :

Ce test de mécanique des structures permet l'évaluation des déplacements et des contraintes d'un parallélépipède se déformant sous son propre poids. Le matériau est élastique linéaire isotrope transverse. La modélisation est tridimensionnelle. Le modèle est similaire au test VPCS SSLV07 (mais dans ce cas le matériau est isotrope) et au test SSLV120 (dans ce cas le matériau est orthotrope.).

Les écarts des résultats obtenus par *Aster* se situent entre 0,00% et 0,4% de la référence calculée analytiquement.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Hauteur :  $L = 3$  m      Largeur :  $a = 1$  m      Epaisseur :  $b = 1$  m

Coordonnées des points (en mètres) :

|          | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> | <i>E</i> | <i>X</i> |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <i>x</i> | 0.       | 0.       | 0.5      | 0.5      | 0.       | 0.       |
| <i>y</i> | 0.       | 0.       | 0.       | 0.       | 0.       | 0.5      |
| <i>z</i> | 3.       | 0.       | 0.       | 3.       | 1.5      | 3.       |

### 1.2 Propriétés de matériaux

Modules de YOUNG dans le plan  $xy$  et la direction  $z$  :

$$E_L = 5.10^{11} \text{ Pa} , E_N = 2.10^{11} \text{ Pa} .$$

Coefficients de POISSON relatifs au plan  $xy$  et à la direction  $z$  :

$$\nu_{LT} = 0.1 , \nu_{LN} = 0.3 .$$

Module de cisaillement relatif à la direction  $z$  :

$$G_{LN} = 7.69231 \cdot 10^{10} \text{ Pa} .$$

Masse volumique:  $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$  .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Point *A* : (  $u=v=w=0$  ,  $\theta_x=\theta_y=\theta_z=0$  )

Poids propre suivant l'axe  $z$  :  $\rho g z$

Contrainte uniforme à la traction pour la face supérieure :

$$\sigma_z = \rho g L = +229\,554. Pa$$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence est issue de celle donnée dans la fiche SSLV07/89 du guide VPCS (en considérant en plus une matrice élastique isotrope transverse). L'expression analytique de la solution est la suivante :

Déplacements :

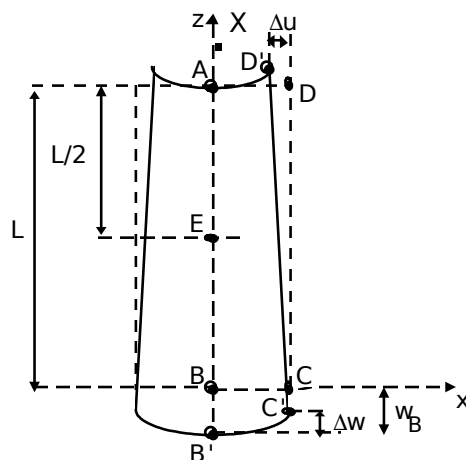
$$u = -\frac{\nu_{NL} \rho g x z}{E_N}$$

$$v = -\frac{\nu_{NL} \rho g y z}{E_N}$$

$$w = \frac{\rho g z^2}{2 E_N} + \frac{\rho g \nu_{NL}}{2 E_N} (x^2 + y^2) - \frac{\rho g L^2}{2 E_N}$$

Contraintes :

$$\sigma_{zz} = \rho g z \quad \sigma_{zz} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = 0$$



### 2.2 Résultats de référence

Déplacement des points  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  et  $X$ .

Contraintes  $\sigma_{zz}$  en  $A$  et  $E$

### 2.3 Incertitude sur la solution

Résultats analytiques exacts.

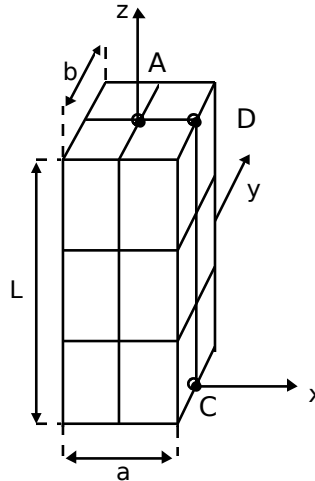
### 2.4 Références bibliographiques

- 1 TIMOSHENKO (S.P) Théorie de l'élasticité - Paris - Librairie Polytechnique Ch. Béranger , p.279 à 282 (1961)
- 2 S.W. TSAI, H.T. HAHN - Introduction to composite materials. Technomic Publishing Company (1980).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

3D



Découpage :

3 éléments en hauteur

2 éléments en largeur et épaisseur

mailles hexa20

Conditions limites :

sur l'axe  $AB$

en  $A$  et  $D$

```
DDL_IMPO: ( GROUP_NO:AbsansA  DX=0.,  DY=0.  )
           ( NOEUD:A    DX=0.,  DY=0.,  DZ=0.  )
           ( NOEUD:D    DY=0.  )
```

Noms des nœuds :

$A = N59$

$B = N53$

$C = N12$

$D = N18$

$E = N56$

$X = N70$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 111

Nombre de mailles et types : 12 HEXA20

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

| Identification | Référence          | Aster                     | % différence |
|----------------|--------------------|---------------------------|--------------|
| $U_B$          | 0.                 | $10^{-22}$                | -            |
| $V_B$          | 0.                 | $10^{-22}$                | -            |
| $W_B$          | $-1.72165510^{-6}$ | $-1.721674 \cdot 10^{-6}$ | 0.001        |
| $U_C$          | 0.                 | $= 10^{-14}$              | -            |
| $V_C$          | 0.                 | $= 10^{-19}$              | -            |

|                   |                           |                           |        |
|-------------------|---------------------------|---------------------------|--------|
| $W_C$             | $-1.715916 \cdot 10^{-6}$ | $-1.715935 \cdot 10^{-6}$ | 0.001  |
| $U_D$             | $-6.88662 \cdot 10^{-8}$  | $-6.88653 \cdot 10^{-8}$  | 0.001  |
| $V_D$             | 0.                        | $= 10^{-23}$              | -      |
| $W_D$             | $5.73885 \cdot 10^{-9}$   | $5.71514 \cdot 10^{-9}$   | 0.413  |
| $U_E$             | 0.                        | $= 10^{-22}$              |        |
| $V_E$             | 0.                        | $= 10^{-23}$              |        |
| $W_E$             | $-1.291241 \cdot 10^{-6}$ | $-1.291260 \cdot 10^{-6}$ | 0.002  |
| (Pa)              |                           |                           |        |
| $\sigma_{zz} (A)$ | $2.29554 \cdot 10^5$      | $2.2956 \cdot 10^5$       | < 0.01 |
| $\sigma_{zz} (E)$ | $1.14777 \cdot 10^5$      | $1.14777 \cdot 10^5$      | < 0.01 |
| $\sigma_{zz} (X)$ | $2.29554 \cdot 10^5$      | $2.29549 \cdot 10^5$      | < 0.01 |
| $U_X$             | 0.                        | $10^{-20}$                | -      |
| $V_X$             | $-6.88662 \cdot 10^{-8}$  | $-6.886534 \cdot 10^{-8}$ | -      |
| $W_X$             | $5.73885 \cdot 10^{-8}$   | $5.71514 \cdot 10^{-9}$   | 0.413  |

La modélisation en HEXA20 est tout à fait acceptable pour ce maillage grossier.

## 4 Synthèse des résultats

---

Les résultats concernant les déplacements et les contraintes sont très proches de la solution analytique avec la modélisation adoptée ( $< 0.2\%$  pour les déplacements,  $< 0.5\%$  pour les contraintes).

Le fait qu'il n'y ait qu'une seule composante des contraintes ( $\sigma_{zz}$ ) dans le problème permet de ne tester que 2 coefficients élastiques ( $E_N$  et  $\nu_{LN}$ ).

Bien que ces coefficients soient constants, ils ont été introduits sous forme de fonctions pour tester la fonctionnalité `ELAS_ISTR_FO`.

Les coefficients élastiques dans le plan  $XY$  et la direction  $Z$  ont été choisis de manière à obtenir les mêmes valeurs des déplacements aux points  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$  que celles calculées pour un matériau isotrope (test SSLV07) ou orthotrope (test SSLV120). Numériquement, ces valeurs sont très proches de celles de ces tests aux points considérés (de l'ordre de  $10^{-6}$ ) la différence résultant du mode de construction des matrices de raideur dans les différents cas. Au point  $X$ , ces valeurs diffèrent mais correspondent bien à la solution de référence.