

SSLV146 – Cube plein renforcé par des armatures sous chargement triaxial

Résumé

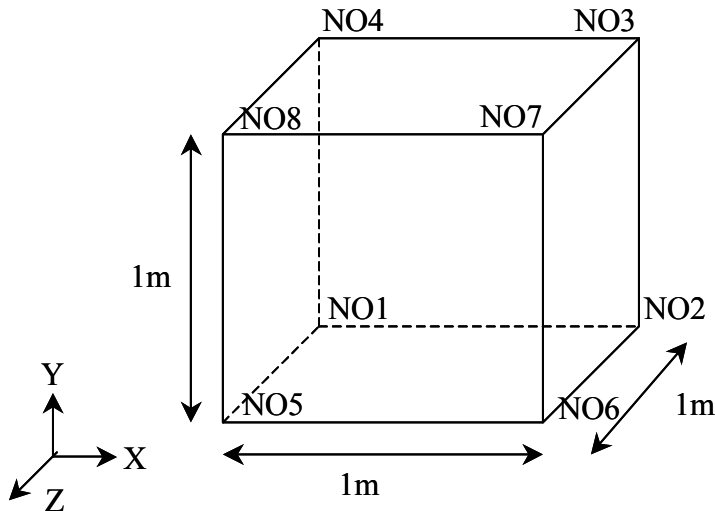
Ce test 3D entre dans le cadre de la validation de la formulation `GRILLE_MEMBRANE`. Il s'agit d'un cube plein de dimension unitaire. On place sur chaque face une nappe d'armatures d'acier de manière à balayer toutes les directions possibles. Le chargement consiste en des déplacements imposés sur tous les nœuds de la structure.

L'intérêt principal de ce test est de tester la modélisation `GRILLE_MEMBRANE` pour différentes orientations et pour différents éléments (linéaire et quadratique). Les résultats sont comparés à une solution analytique.

Les unités de toutes les valeurs numériques sont en SI.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



On définit six nappes d'armatures (une par côté du cube) :

- *GEOX* (2 nappes) : faces *NO1NO4NO8NO5* et *NO2NO6NO7NO3*
- *GEOY* (2 nappes) : faces *NO1NO2NO6NO5* et *NO4NO3NO7NO8*
- *GEOZ* (2 nappes) : faces *NO1NO2NO3NO4* et *NO5NO6NO7NO8*

1.2 Propriétés des matériaux

Pour le cube plein :

| Modélisation | <i>A</i> | <i>B</i> | <i>C</i> | <i>D</i> |
|---------------|----------|----------|----------|----------|
| <i>E</i> (Pa) | 2 | 2 | 2E14 | 2E14 |
| ν | 0 | 0 | 0 | 0 |

Pour les nappes d'armatures (toute modélisation confondue)

$$E = 2E11 \text{ Pa} , \nu = 0$$

- Nappe *GEOX* : section par mètre linéaire $0.01 \text{ m}^2/\text{ml}$, excentrement 0, orientation (ANGL_REP) (30;0)
- Nappe *GEOY* : section par mètre linéaire $0.02 \text{ m}^2/\text{ml}$, excentrement 0, orientation (ANGL_REP) (0;40)
- Nappe *GEOZ* : section par mètre linéaire $0.03 \text{ m}^2/\text{ml}$, excentrement 0, orientation (ANGL_REP) (15;70)

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites sont les suivantes :

$$DX = 0 \text{ sur la face } NO2NO3NO7NO6$$

$$DY = 0 \text{ sur la face } NO1NO2NO6NO5$$

$$DZ = 0 \text{ sur la face } NO1NO2NO3NO4$$

Le chargement est appliqué en un incrément de la manière suivante (déplacements imposés) :

$DX = 1$ sur la face $NO1NO4NO8NO5$
 $DY = 2$ sur la face $NO4NO3NO7NO8$
 $DZ = 3$ sur la face $NO5NO6NO7NO8$

2 Solution de référence

2.1 Solution formelle

On cherche à définir la déformation ε selon la direction principale d'une nappe d'armature située dans le plan $(x_1; y_1)$.

Compte tenu des conditions aux limites choisies, on peut écrire :

$$\varepsilon = u_{x_1} \cos^2(\theta) + u_{y_1} \sin^2(\theta)$$

avec (u_{x_1}, u_{y_1}) les composantes du vecteur déplacement dans le plan $(x_1; y_1)$ et θ l'angle entre la direction principale de la nappe d'armature et x_1 .

Pour définir la direction principale de la nappe, on utilise les angles nautiques $(\alpha; \beta)$ donnés par le mot clé ANGL_REP. Ils définissent un vecteur v dont la projection x_p sur le plan tangent de la nappe fixe la direction principale.

$$v = \cos(\alpha) \cos(\beta) \overset{1}{x} + \sin(\alpha) \cos(\beta) \overset{1}{y} + \sin(\beta) \overset{1}{z}$$

avec (x, y, z) le repère initial. Pour notre application, le vecteur déplacement U s'écrit :

$$v = 1 \overset{1}{x} + 2 \overset{1}{y} + 3 \overset{1}{z}$$

Pour la nappe $GEOX$ (plan $(y; z)$) :

$$x_p = \sin(30) \overset{1}{y}$$

La direction principale de la nappe est $\overset{1}{y}$ ($\theta = 90^\circ$). La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_y = 2$$

Pour la nappe $GEOY$ (plan $(x; z)$) :

$$x_p = \cos(40) \overset{1}{x} + \sin(40) \overset{1}{z}$$

La direction principale de la nappe fait donc un angle de 40° avec le plan de la nappe. La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_x \cos^2(40) + u_z \sin^2(40) = 1.82635$$

Pour la nappe $GEOZ$ (plan $(x; y)$) :

$$x_p = \cos(15) \cdot \cos(70) \overset{1}{x} + \sin(15) \cos(70) \overset{1}{y}$$

La direction principale de la nappe fait donc un angle de 15° avec le plan de la nappe. La déformation s'écrit alors :

$$\varepsilon = u_x \cos^2(15) + u_y \sin^2(15) = 1.067$$

Ces trois valeurs seront les valeurs de référence analytiques pour la validation des calculs.

3 Modélisations

En fonction des modélisations, les objets sont maillés avec des éléments différents :

Modélisation A : cube : 1 élément HEXA8 à 8 nœuds
faces : 1 élément QUAD4 à 4 nœuds

Modélisation B : cube : 6 éléments TETRA4 à 4 nœuds
faces : 2 éléments TRIA3 à 3 nœuds

Modélisation C : même modélisation qu'en A avec des éléments quadratiques

Modélisation D : même modélisation qu'en B avec des éléments quadratiques

3.1 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

La modélisation A est constituée d'un élément CUB8 pour le cube et d'un élément QUA4 pour chaque face. Le comportement est élastique (commandes MECA_STATIQUE puis STAT_NON_LINE (vérification)).

On teste les valeurs données par EPSI_ELGA ; EPSI_ELNO, SIEF_ELGA, SIEF_ELNO, SIGM_ELNO en différents points dans les directions principales des nappes d'armature, obtenues respectivement avec les commandes MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE.

Pour MECA_STATIQUE :

| Points d'intégration | EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|-------------------------------|--|-----------|-----------|--|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA3 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8264 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA4 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8264 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA5 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA6 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

| Noeud | EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIGM_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|---------------------|--|-----------|-----------|--|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| NO1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| NO1 (nappe GEOY) | 1.8264 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| NO1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

Pour STAT_NON_LINE

| Points d'intégration | EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|-------------------------------|---|-----------|--------------|---|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA3 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8264 | 1.8263 | 0.003 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA4 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8264 | 1.8263 | 0.003 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA5 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA6 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

| Noeud | EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIEF_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|---------------------------|---|-----------|--------------|---|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 - NO1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 - NO1 (nappe GEOY) | 1.8264 | 1.8263 | 0.003 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA3 - NO1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

La valeur de l'énergie potentielle totale est aussi testée à partir du calcul STAT_NON_LINE. La solution analytique est calculée à partir de toutes les déformations uniaxiales dans les grilles, à partir de l'équation :

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \int_{\text{element}} \varepsilon . A . \varepsilon dv$$

où A désigne le tenseur d'élasticité.

Les résultats obtenus sont les suivants :

| | Code_Aster | Référence analytique | Ecart |
|----------------------------------|------------|----------------------|-------|
| Energie potentielle totale (J) | 2.8173E10 | 2.8173E10 | 0 |

3.2 Grandeurs testées et résultats de la modélisation B

La modélisation B est constituée de six éléments TETRA4 pour le cube et de deux éléments TRIA3 pour chaque face.

Le comportement est élastique en utilisant la commande MECA_STATIQUE puis la commande STAT_NON_LINE (vérification).

On teste les valeurs données par EPSI_ELGA ; EPSI_ELNO, SIEF_ELGA, SIEF_ELNO ; SIEF_ELGA ; SIGM_ELNO en différents points dans les directions principales des nappes d'armature, obtenues respectivement avec les commandes MECA_STATIQUE et STAT_NON_LINE.

Pour MECA_STATIQUE :

| Points d'intégration | EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|-----------------------------|--|-----------|-----------|--|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA3 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA4 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA5 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA6 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA11 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA21 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA31 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA41 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA51 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA61 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

| Noeud | EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIGM_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|------------------------|--|-----------|-----------|--|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 - NO1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 - NO1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA3 - NO1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA11 - NO1 | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |

| | | | | | | |
|----------------------------|--------|--------|---|-----------|-----------|---|
| (nappe GEOZ) | | | | | | |
| MA21 - NO1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA31 - NO1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

Pour STAT_NON_LINE

| Points d'intégration | EPSI_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIEF_ELGA (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|--------------------------------|---|-----------|--------------|---|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA3 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA4 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA5 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA6 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA11 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA21 – Point 1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA31 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA41 – Point 1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA51 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA61 – Point 1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

| Noeud | EPSI_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | | SIEF_ELNO (dans la direction principale de la nappe d'armature) | | |
|----------------------------|---|-----------|--------------|---|------------|-------|
| | Code_Aster | Référence | Ecart (%) | Code_Aster | Référence | Ecart |
| MA1 - NO1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA2 - NO1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA3 - NO1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |
| MA11 - NO1 (nappe GEOZ) | 1.067 | 1.067 | 0.001 | 2.13397E11 | 2.13397E11 | 0 |
| MA21 - NO1 (nappe GEOY) | 1.8263 | 1.8263 | 0 | 3.6527E11 | 3.6527E11 | 0 |
| MA31 - NO1 (nappe GEOX) | 2 | 2 | 0 | 4E11 | 4E11 | 0 |

4 Résultats de la modélisation C

La modélisation C est identique à la modélisation A en utilisant des éléments quadratiques (commande `CREA_MALLAGE`, option `LINE_QUAD`).

On retrouve les mêmes résultats que pour la modélisation A (erreur par rapport à la solution de référence inférieure à 0.002 %).

5 Résultats de la modélisation D

La modélisation D est identique à la modélisation B en utilisant des éléments quadratiques.

On retrouve les mêmes résultats que pour la modélisation D (erreur par rapport à la solution de référence inférieure à 0.002 %).

6 Synthèse des résultats et remarques générales

Les résultats obtenus pour ces modélisations sont identiques aux solutions de référence. Ils valident la modélisation `GRILLE_MEMBRANE` pour quatre types d'éléments différents dans le cas d'un calcul mécanique linéaire (`MECA_STATIQUE` et `STAT_NON_LINE`).