

## TTNP201-Transfert thermique avec conductivité dépendante du temps

---

### Résumé :

Ce test consiste à imposer une conductivité variable fonction du temps lors d'un transfert thermique. On applique sur un bord du mur une condition de flux imposé et sur le bord opposé la température reste constante. La conductivité augmente avec le temps et on observe un saut de température sur le bord où l'on impose le flux.

Le problème est traité en PLAN, AXIS et 3D.

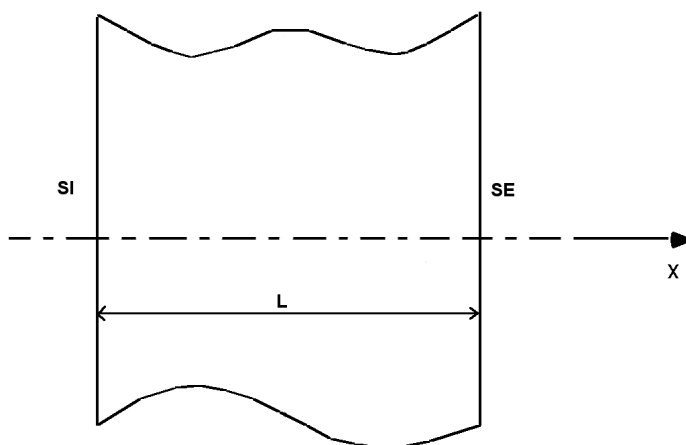
La solution de référence est obtenue par la méthode itérative de Crank-Nicholson.

On teste la prise en compte d'un conductivité fonction du temps.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

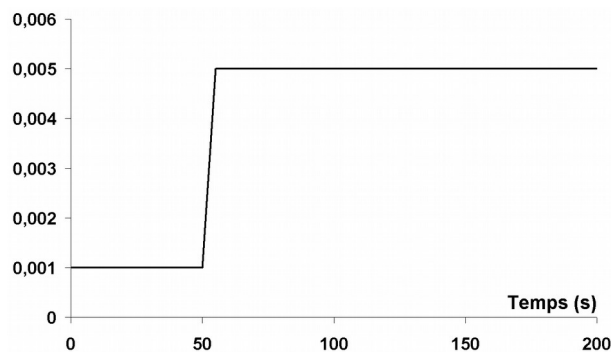
On considère un mur d'épaisseur  $L=2\text{ m}$ .



### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés thermiques sont :

- $\rho C_p = 1\text{ J/m}^3\text{ }^\circ\text{C}$
- $\lambda\text{ (W/m}^\circ\text{C)}$  varie comme suit:



### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur le bord  $SI$ , on impose un flux refroidissant de  $-1\text{ W/m}^2$ .

Sur le bord  $SE$ , on impose une température de  $100\text{ }^\circ\text{C}$ .

### 1.4 Conditions initiales

A l'instant initial, la température est uniforme et égale à  $100\text{ }^\circ\text{C}$ .

## 1.5 Discrétisation temporelle

Le calcul se déroule sur 200s avec un pas de temps de : 0,1s entre 0 et 40s puis 0,05s entre 40s et 80s et enfin 0,1s jusqu'à 200s .

## 2 Solution de référence

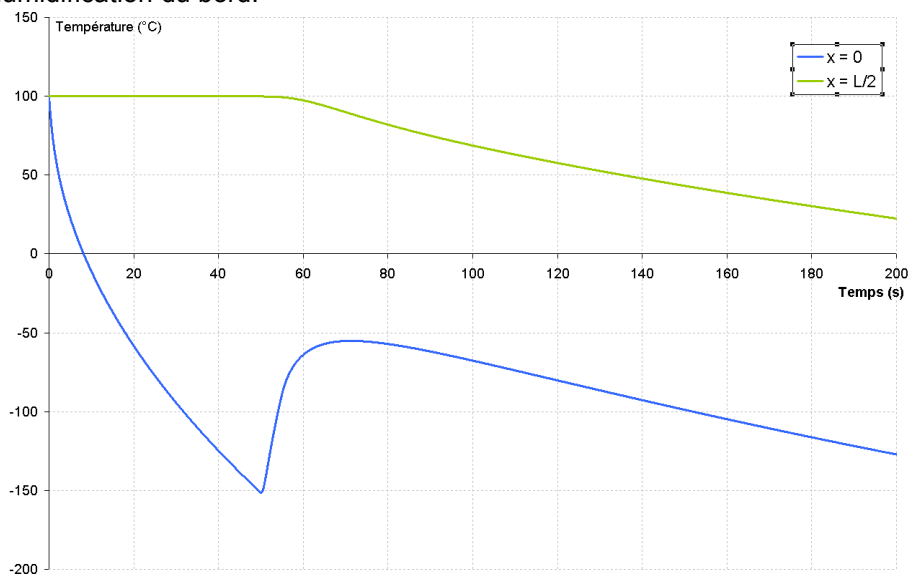
### 2.1 Méthode de calcul

Il faut résoudre :  $\rho C_p \frac{dT(x,t)}{dt} = \lambda(t) \frac{dT(x,t)}{dx}$  avec la condition initiale  $T(x,0)=100$  et les conditions aux limites :  $-\lambda(t) \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = -1$  et  $T(L,t)=100$

On résout cette équation différentielle avec un schéma itératif de Crank-Nicholson [1] sous scilab.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On observe la température au bord  $x=0$  et au milieu du mur  $x=\frac{L}{2}$ . Lorsque la conductivité augmente entre 50 et 55 secondes, la température au milieu diminue plus rapidement. La chaleur perdue se propage vers les bords où on observe un réchauffement. Ce phénomène est aussi observé lors de calcul de séchage lorsque le coefficient de diffusion dépend de la température. On voit alors une ré-humidification du bord.



Pour la référence du cas test, on relève les valeurs de la température en  $x=0$  et en  $x=\frac{L}{2}$  à différents instants correspondant à l'apparition du saut de température au pic et à la fin du calcul.

	50s	51s	72s	200s
x=0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
x=L/2	0,0000	Non testée	0,0000	0,0000

### 2.3 Incertitudes sur la solution

La méthode de résolution nécessite des pas en temps et en espace suffisamment petits pour capter correctement le pic de température. Ici on a utilisé  $dx=0,05 m$  et  $dt=0,01 s$ .

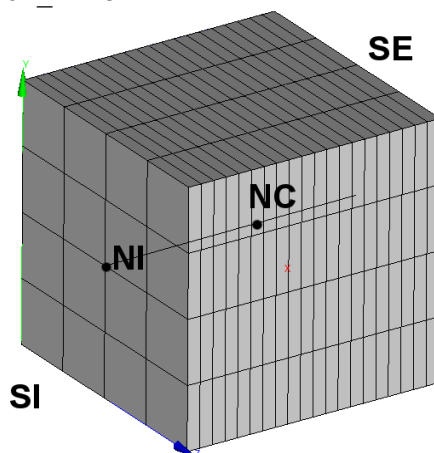
## 2.4 Références bibliographiques

- [1] J. Crank, The mathematics of diffusion, Oxford University Press, second edition 1975.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation 3D\_DIAG.



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 320 éléments de type HEXA8.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

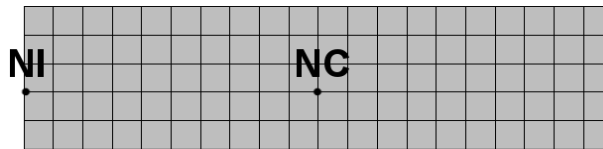
Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point NI - <i>TEMP</i>	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		-151,52	2,00%
t=51s		-143,51	2,00%
t=72s		-55,17	0,50%
t=200s		-127,18	0,50%
Point NC - <i>TEMP</i>	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		99,85	0,50%
t=72s		88,24	0,50%
t=200s		22,43	0,50%

Les valeurs obtenues avec *Code\_Aster* en version 10.3.18 sont testées en 'NON\_REGRESSION' avec une précision de 0,1%.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation `PLAN_DIAG`.



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 100 éléments de type `QUAD4`.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

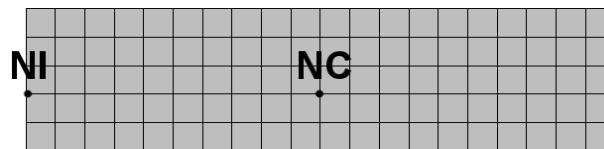
Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point NI - <i>TEMP</i>	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		-151,52	2,00%
t=51s		-143,51	2,00%
t=72s		-55,17	0,50%
t=200s		-127,18	0,50%
Point NC - <i>TEMP</i>	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		99,85	0,50%
t=72s		88,24	0,50%
t=200s		22,43	0,50%

Les valeurs obtenues avec `Code_Aster` en version 10.3.18 sont testées en '`NON_REGRESSION`' avec une précision de 0,1% .

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On utilise une modélisation `AXIS_DIAG`.



### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 100 éléments de type `QUAD4`.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
Point NI - <i>TEMP</i>	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		-151,52	2,00%
t=51s		-143,51	2,00%
t=72s		-55,17	0,50%
t=200s		-127,18	0,50%
Point NC - <i>TEMP</i>	'SOURCE_EXTERNE'		
t=50s		99,85	0,50%
t=72s		88,24	0,50%
t=200s		22,43	1,00%

Les valeurs obtenues avec *Code\_Aster* en version 10.3.18 sont testées en '`NON_REGRESSION`' avec une précision de 0,1%.



## 6 Synthèse des résultats

---

La qualité des résultats est satisfaisante, on représente le pic de température au bord. Les erreurs restent inférieures à 1,6% par rapport à la solution de référence. Les résultats peuvent être améliorés par un raffinement temporel et spatial.