

---

## SSNL119 - Réponse statique d'une poutre en béton armé (section rectangulaire) à comportement non linéaire

---

### Résumé :

Le problème consiste à analyser la réponse d'une poutre en béton armé en flexion 3 points jusqu'à la ruine par l'intermédiaire d'une modélisation poutre multifibres [R3.08.08] ou d'une modélisation de plaque utilisant une loi de béton armé homogénéisée. Ce test correspond à une analyse statique d'une poutre ayant un comportement non-linéaire. Les modélisations du test sont :

- modélisation A : le béton est modélisé avec la loi endommageable adoucissante de comportement de Mazars dans sa version 1D [R7.01.08] et l'acier est élasto-plastique, le type d'éléments utilisé est `POU_D_EM` ;
- modélisation B : la poutre en béton armé est modélisée avec la loi homogénéisée `GLRC_DM` et une grille d'acier suivant une loi élasto-plastique représentant les aciers inférieurs ;
- modélisation C : la poutre en béton armé est modélisée avec la loi homogénéisée `GLRC_DM` avec une section d'armature moyennée ;
- modélisation D : la poutre en béton armé est modélisée avec la loi homogénéisée `DHRC`.
- Modélisation E : copie de la modélisation A avec les éléments `POU_D_TGM` servant à valider les options `EPSI_ELGA` et `EPSP_ELGA` pour ce type d'éléments.

## 1 Caractéristiques générales

### 1.1 Géométrie

La poutre en flexion trois points étudiée mesure 5m de long. Sa section est de 0,2x0,5m. Sa géométrie ainsi que le positionnement des aciers qui la constituent sont définis sur la Figure 1.1-a.

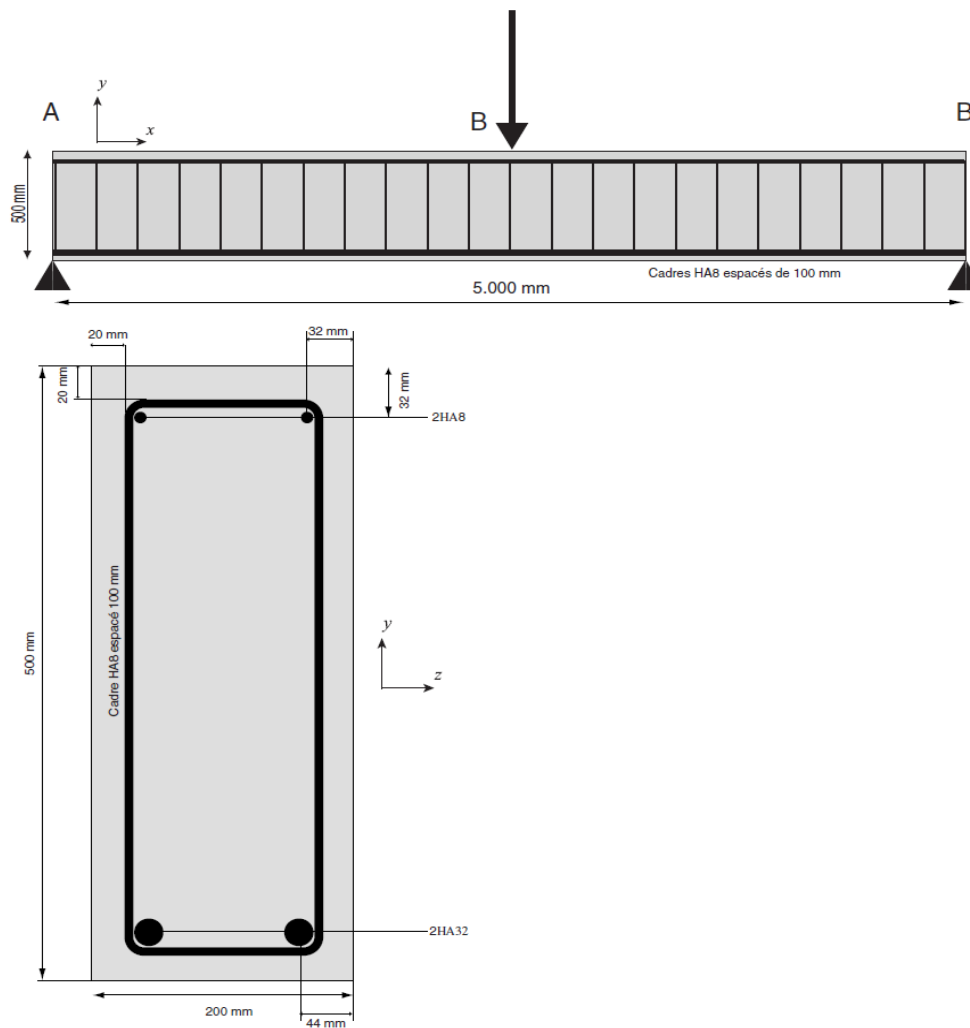


Figure 1.1-a : plan de la poutre.

### 1.2 Propriétés de matériaux

- Béton :  
Module de Young :  $E = 37272 \text{ MPa}$   
Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.2$   
Seuil d'élasticité en traction :  $\sigma_{ft} = 3.9 \text{ MPa}$   
Seuil d'élasticité en compression :  $\sigma_{fc} = 38.3 \text{ MPa}$   
Seuil de déformation élastique en compression :  $\varepsilon_{fc} = 2.0 \cdot 10^{-3}$   
Énergie de fissuration  $G_f^1 = 110 \text{ J/m}^2$
- Acier :  
Module de Young :  $E = 200\,000 \text{ MPa}$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.33$

Limite élastique :  $\sigma_e = 400 \text{ MPa}$

Module tangent (pente plastique)  $E_T = 3280 \text{ MPa}$

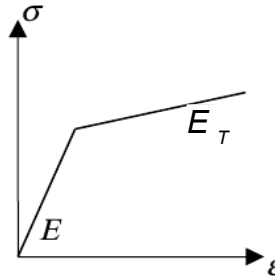


Figure 1.2-a : courbe de contrainte – déformation de l'acier

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Appui simple en  $B$  :  $DY = 0$ .

Appui double en  $A$  :  $DX = DY = DZ = 0$  de même que  $DRX = DRY = 0$ .

Chargement quasi-statique : déplacement monotone  $DY$  vers le bas appliqué à mi-travée en  $C$  (essai de flexion 3 points), selon une fonction linéaire du temps :

$t$	$DY$
0,0	0,0 cm
3,0	-3,0 cm
5,0	-5,0 cm

Le déplacement final appliqué pour la modélisation A est de  $-3,0 \text{ cm}$ .

Pour la modélisation D, le déplacement imposé se fait suivant  $DZ$ .

**Remarque** : les armatures transversales ne sont pas prises en compte dans les calculs.

## 2 Solution de référence

---

Ce test valide la non-régression.

Pour les modélisations de B à D, les résultats sont également comparés aux résultats expérimentaux issus de [1] et [2].

### 2.1 Références bibliographiques

[1] Pera, J. (1973). 'Reinforced concrete redundant beams. Theoretical and experimental analysis'. Thesis by a doctor-engineer, INSA Lyon.

[2] GHAVAMIAN Sh., DELAPLACE A., Modèles de fissuration de béton (Projet MECA). Revue française de génie civil, volume 7 – n°5/2003.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le béton est modélisé avec la loi d'endommagement de Mazars en version 1D (MAZARS\_GC) [R7.01.08]. Les paramètres matériaux utilisés sont les suivants :

$$AC = 1.71202987 \quad BC = 2.01163780E+03 \quad BT = 1.21892353E+04 \quad BETA = 1.10E+00 \\ AT = 1.0E+00 \quad EPSD0 = 8.20396008E-05$$

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

La flèche est celle du centre de la poutre, les résultats locaux (contraintes, déformations) sont ceux du deuxième point de Gauss du 9<sup>ème</sup> élément (le plus proche du milieu de la poutre).

Réaction d'appui au point A :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1,00E-03	REAC_NODA	DY groupe:A	NON_REGRESSION	3 . 0E -0 4
1.40E-02	REAC_NODA	DY groupe:A	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	REAC_NODA	DY groupe:A	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans les aciers tendus :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1,00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	0,0E+00

Contrainte dans les aciers comprimés :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1,00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	NON_REGRESSION	3.0E-04

Déformation dans les aciers tendus :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1,00E-03	EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:41	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans le béton comprimé :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1,00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:1	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:1	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:1	NON_REGRESSION	3.0E-04

Contrainte dans le béton tendu :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
1,00E-03	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:40	NON_REGRESSION	3.0E-04
1.40E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:40	NON_REGRESSION	3.0E-04
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:40	NON_REGRESSION	3.0E-04

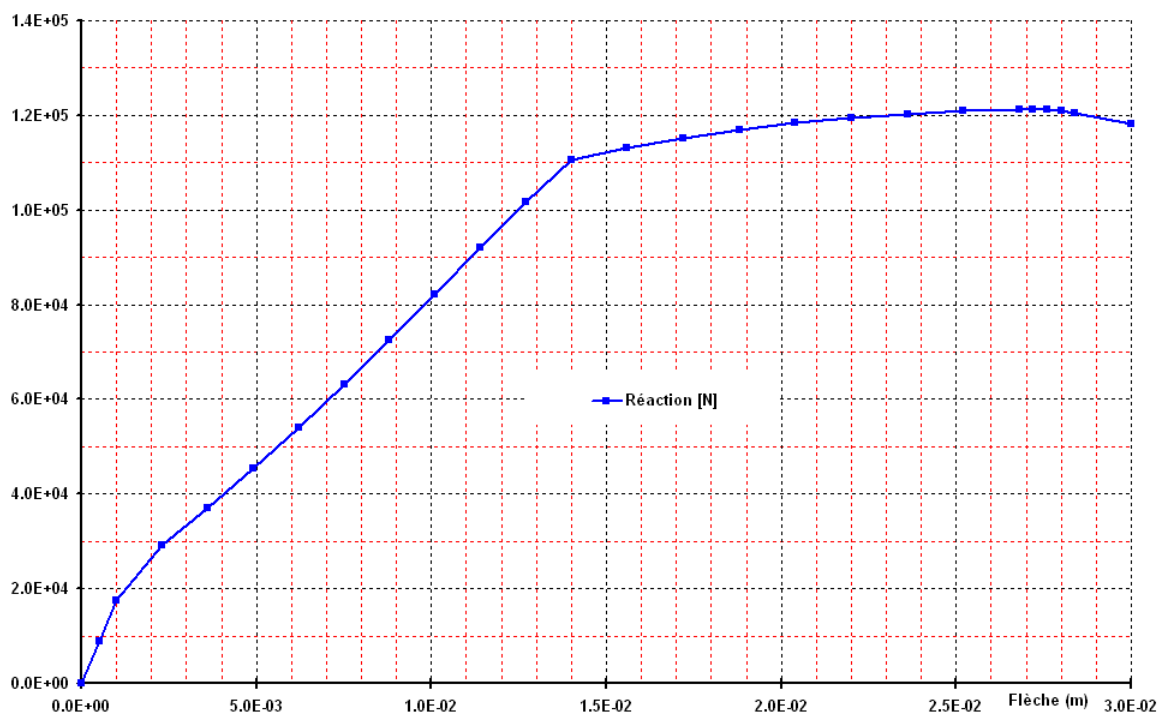


Figure 3.2-a : réaction sur un appui, en fonction de la flèche au centre.

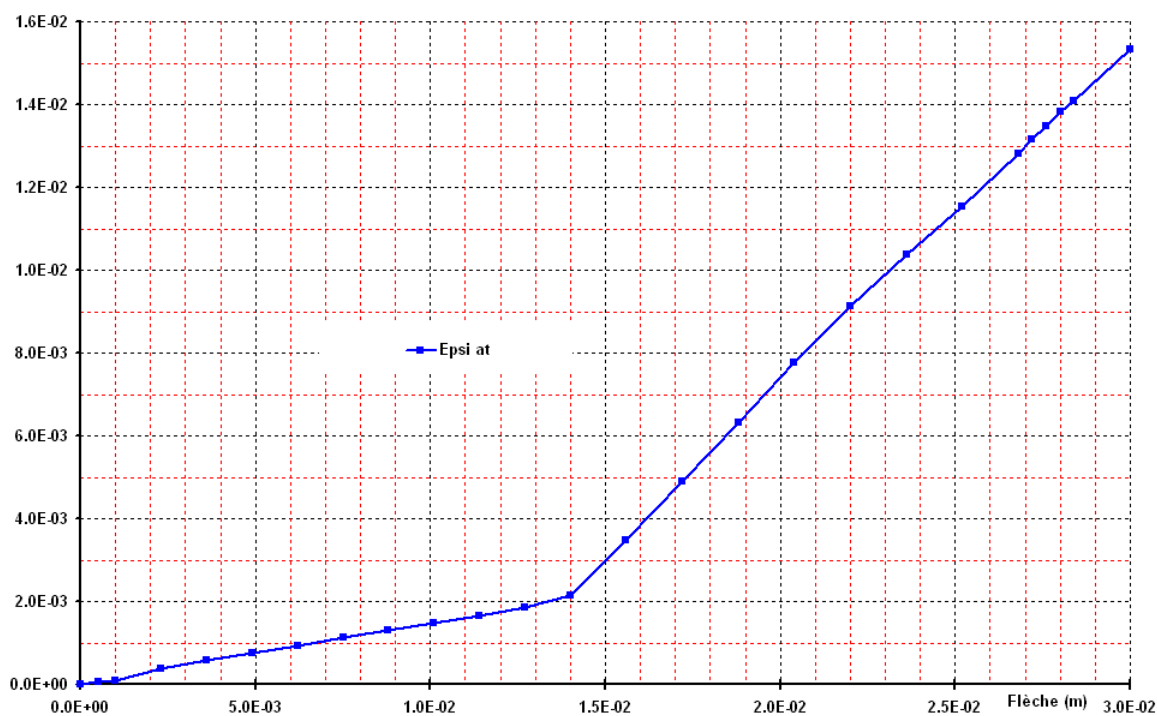


Figure 3.2-b : déformation des aciers tendus, en fonction de la flèche au centre.

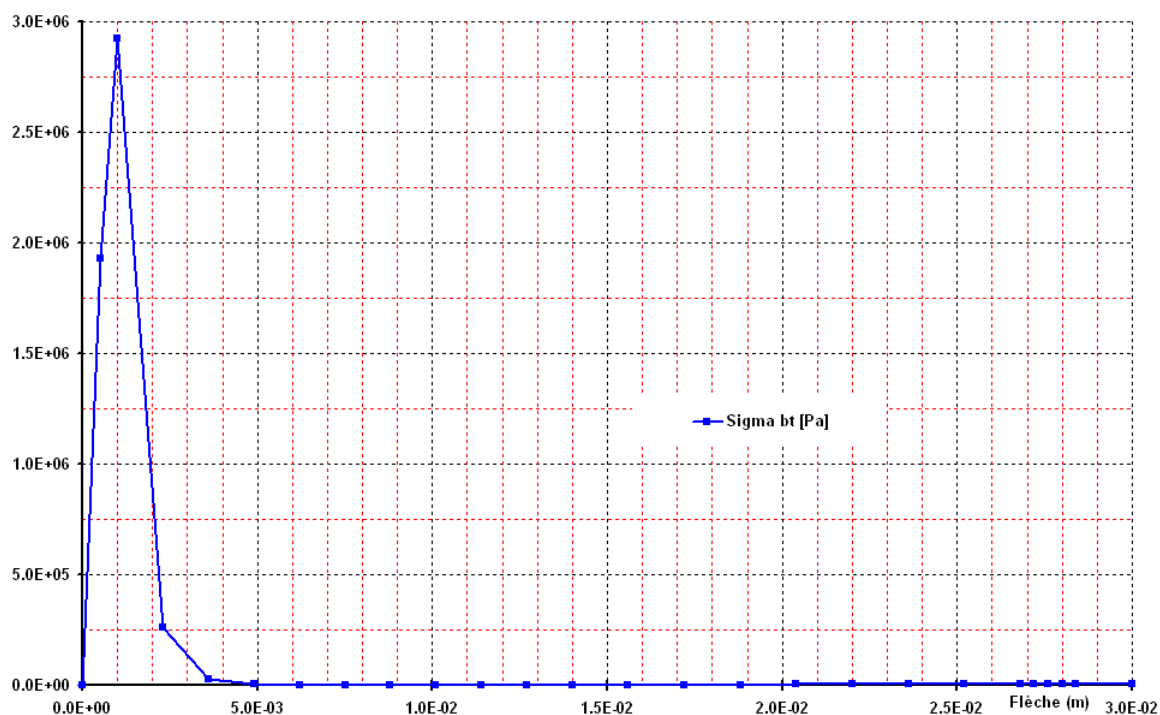


Figure 3.2-c : contrainte béton tendu, en fonction de la flèche au centre.

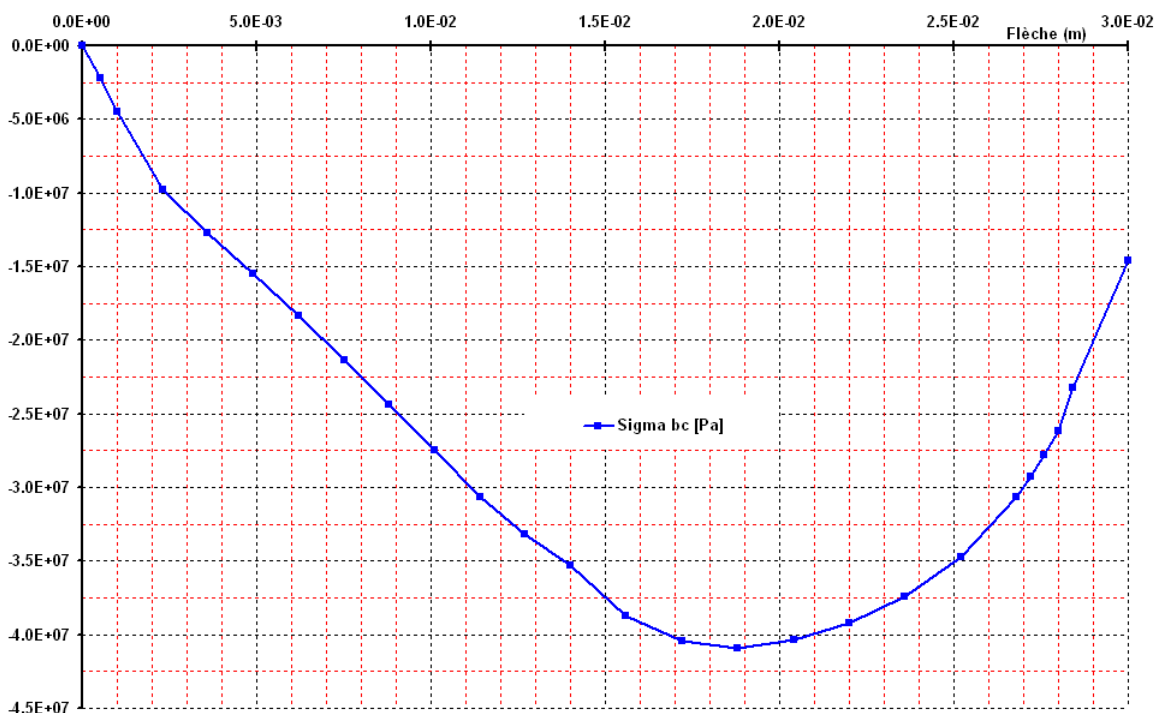


Figure 3.2-d : contrainte béton comprimé, en fonction de la flèche au centre.

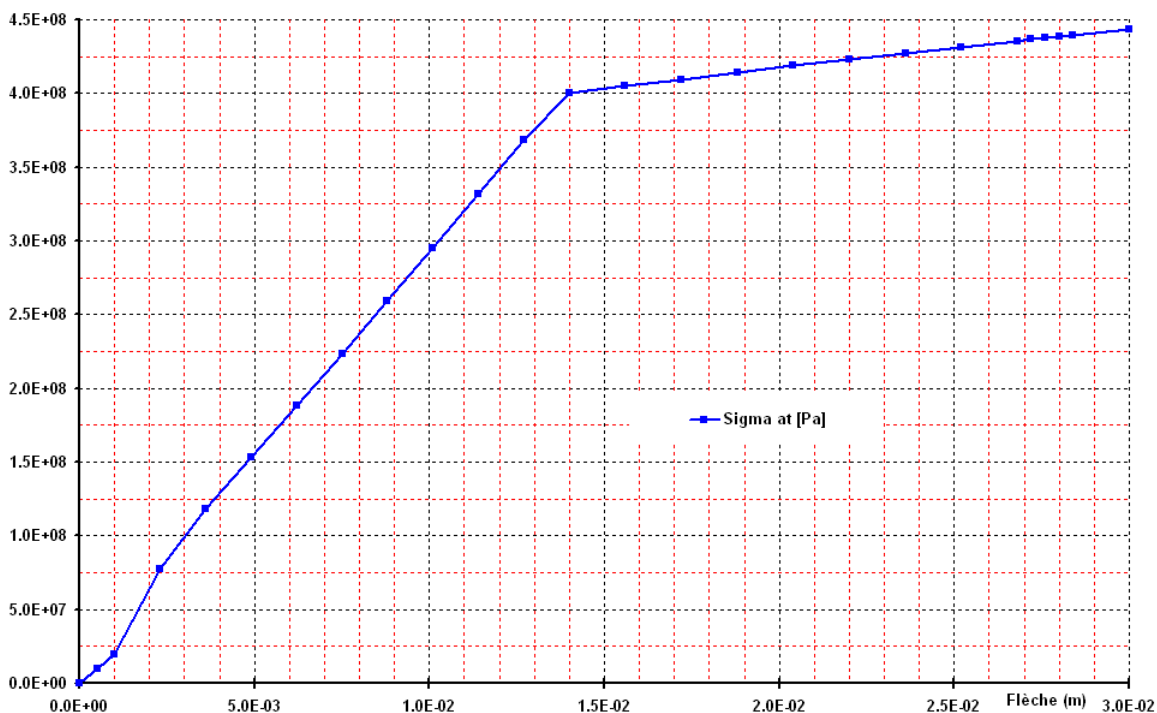


Figure 3.2-e : contrainte acier tendu, en fonction de la flèche au centre.

On valide également le calcul de l'option `EPSP_ELGA` (déformation plastique) pour les éléments `POU_D_EM`. Pour cela on profite du fait que la déformation plastique équivalente est la première variable interne de la loi `VMIS_ISOT_TRAC`, cela fourni donc une valeur de référence.



Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Valeur de référence	Type référence	Tolérance
2.68E-02	VARI/V1	maille:M9, point:2 sous_point:44	-	NON_REGRESSION	-
2.68E-02	EPSP_EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:44	-5.67130306951E-04	AUTRE_ASTER	3.0E-04

### 3.3 Remarques

Il n'y a pas de raffinement particulier des pas de temps à réaliser. Il y a 26 pas de temps (déclenchement d'une subdivision pour non-convergence en 10 itérations), ce qui correspond à 110 itérations de Newton pour le calcul complet.

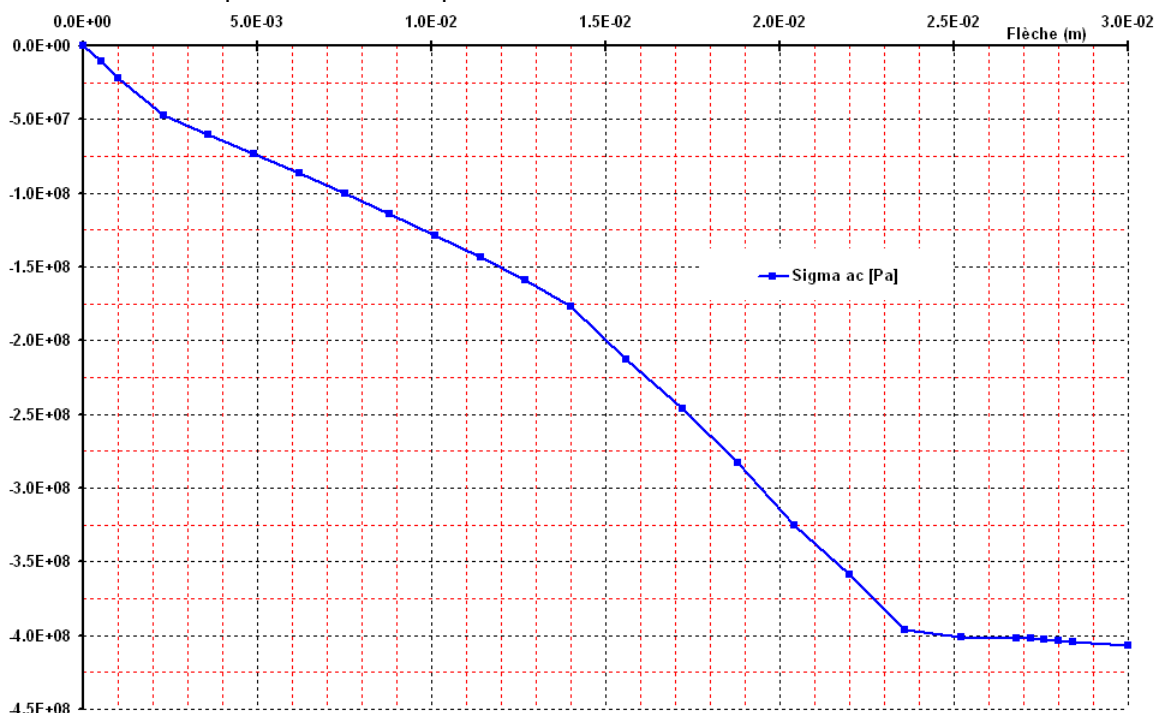


Figure 3.3-a : contrainte acier comprimé, en fonction de la flèche au centre.

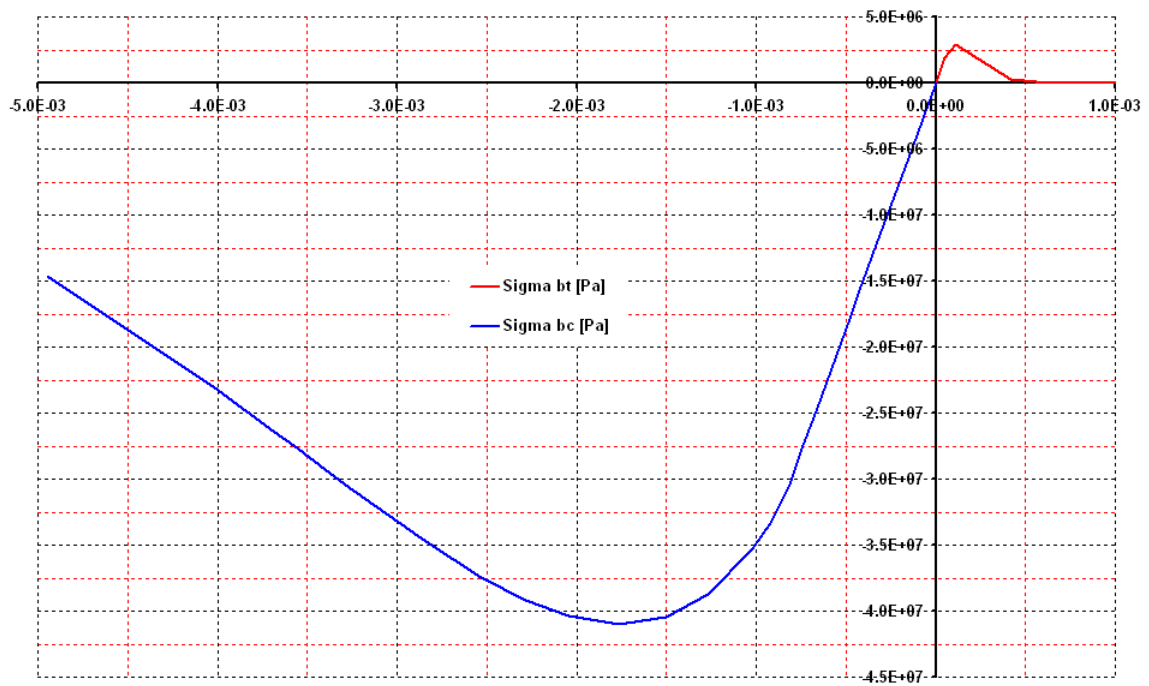


Figure 3.3-b : comportement du béton.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

La poutre est modélisée par des éléments DKTG et GRILLE\_EXCENTRE. On utilise 16 éléments dans la direction longitudinale  $X$  et un seul dans la direction transversale  $Z$ .

Le béton armé est modélisé par la loi de comportement GLRC\_DM. Les paramètres de la loi de comportement GLRC\_DM sont obtenus grâce à la macro-commande DEFI\_GLRC. Les données matériaux utilisées sont définies en 1.2. Pour les nappes d'armatures du modèle GLRC, on définit une section d'armature  $OMX = OMY = 5,03E-4 m^2/m$  et l'excentrement  $RX = RY = 0,872$ .

On ajoute une grille d'armature inférieure avec une section de  $S = 7,54 E - 4 m^2/m$  et un excentrement de  $-0,218 m$ .

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs sont issues de résultats expérimentaux ( SOURCE\_EXTERNE ). La flèche est celle du centre de la poutre, les résultats locaux (déformations) sont ceux du point de Gauss d'un élément de la grille d'armature (le plus proche du milieu de la poutre).

La loi GLRC\_DM étant une loi de béton armé homogénéisée, les contraintes et déformations du béton ou des armatures incluses dans la loi ne sont pas accessibles.

Réaction d'appui sur centre du bord A :

Flèche (m)	Grandeur		Lieu	Type référence	Référence	Tolérance
3,00E-03	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	2,95780E+04	0,11
0.50E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	4,02560E+04	0,16
0.7E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	4,98640E+04	0,19
1.1E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	6,97240E+04	0,23
1.6E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	8,95840E+04	0,21
1.9E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	9,9940E+04	0,2
5.0E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	1.1768E+05	0,06

Flèche (m)	Grandeur		Lieu	Type référence	Tolérance
3,00E-03	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
0.50E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
0.7E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.1E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.6E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.9E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
5.0E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6

Déformation dans les aciers tendus :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Référence	Tolérance
3,00E-03	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	4.3175E-04	0,18
0.50E-02	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	4.1754E-04	0,34
0.7E-02	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	8.3099E-04	0,1
1.1E-02	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	1.2757E-03	0,13
1.6E-02	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	2.0344E-03	0,23
1.9E-02	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	2.5815E-03	0,29
5.0E-02	EXX	maille:HM52, point:1	SOURCE_EXTERNE	2.1200E-02	0,7

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Tolérance
3,00E-03	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6
0.50E-02	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6
0.7E-02	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.1E-02	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.6E-02	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.9E-02	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6
5.0E-02	EXX	maille:HM52, point:1	NON_REGRESSION	1.0E-6

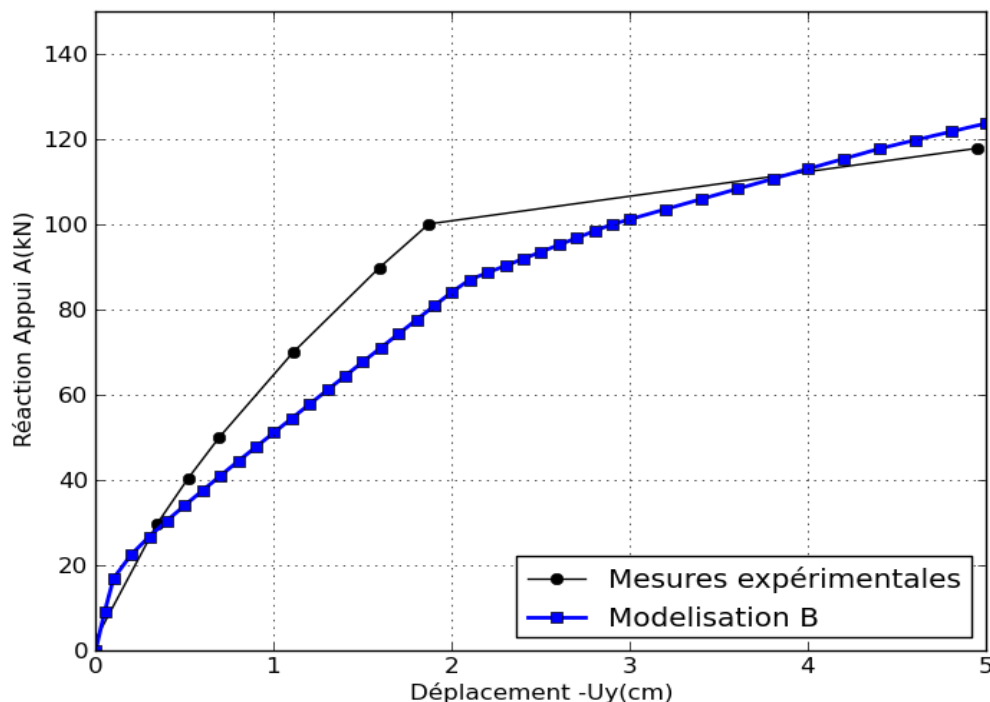


Figure 4.2-a : réaction sur un appui, en fonction de la flèche au centre.

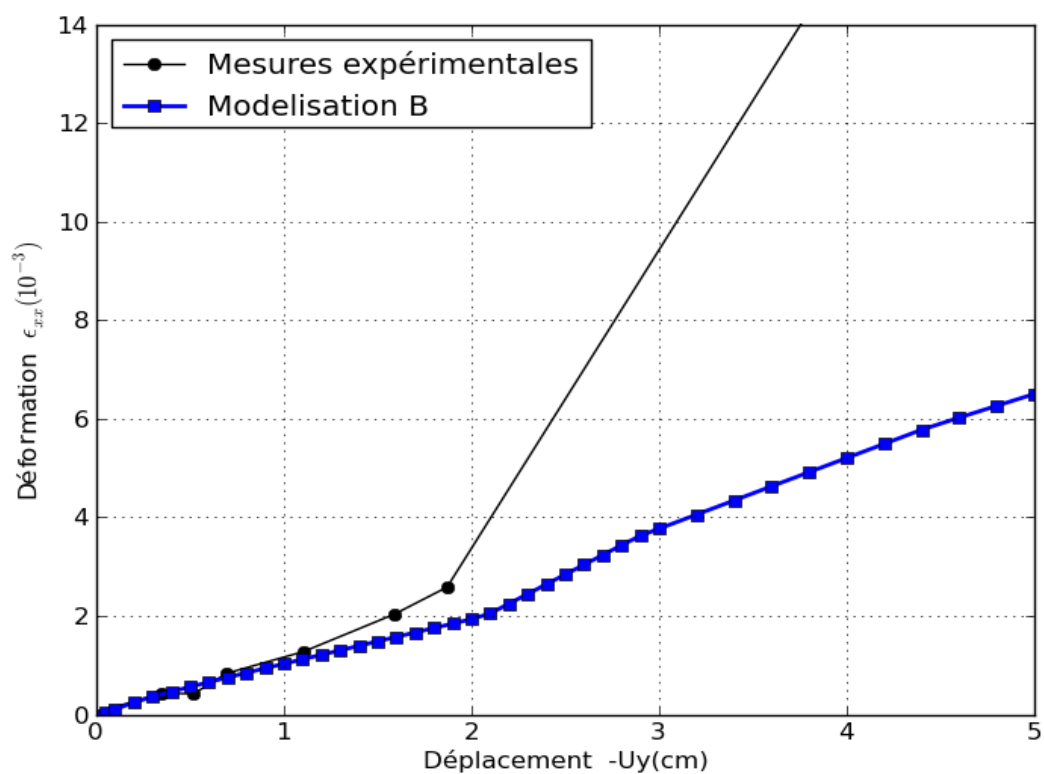


Figure 4.2-b : déformation des aciers tendus, en fonction de la flèche au centre.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

La poutre est modélisée par des éléments DKTG. On utilise 16 éléments dans la direction longitudinale  $X$  et une seule dans la direction transversale  $Z$ .

Le béton armé est modélisé par la loi de comportement GLRC\_DM. Les paramètres de la loi de comportement GLRC\_DM sont obtenus grâce à la macro-commande DEFI\_GLRC. Les données matériaux utilisées sont définies en 1.2. Pour les nappes d'armatures du modèle GLRC, on définit une section d'armature  $OMX = OMY = 4,27E-3 \text{ m}^2/\text{m}$  et l'excentrement  $RX = RY = 0,872$ .

### 5.2 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs sont issues de résultats expérimentaux (SOURCE\_EXTERNE). La flèche est celle du centre de la poutre, les résultats locaux (déformations) sont ceux du point de Gauss d'un élément de la grille d'armature (le plus proche du milieu de la poutre).

La loi GLRC\_DM étant une loi de béton armé homogénéisée, les contraintes et déformations du béton ou des armatures incluses dans la loi ne sont pas accessibles.

Réaction d'appui sur centre du bord A :

Flèche (m)	Grandeur		Lieu	Type référence	Référence	Tolérance
3,00E-03	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	2,95780E+04	0,05
0.50E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	4,02560E+04	0,04
0.7E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	4,98640E+04	0,06
1.1E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	6,97240E+04	0,06
1.6E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	8,95840E+04	0,11
1.9E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	9,9940E+04	0,15
5.0E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	1.1768E+05	1,32

Flèche (m)	Grandeur		Lieu	Type référence	Tolérance
3,00E-03	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
0.50E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
0.7E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.1E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.6E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
1.9E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6
5.0E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	NON_REGRESSION	1.0E-6

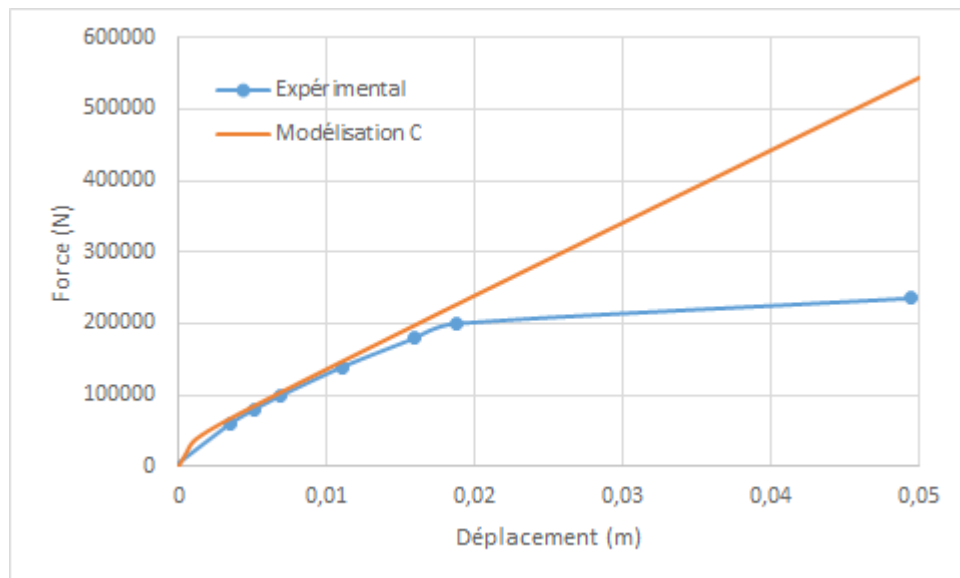


Figure 5.2-a : Réaction d'appui en fonction de la flèche au centre

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

La poutre est modélisée par des éléments `DKTG`. On utilise 16 éléments dans la direction longitudinale  $X$  et une seule dans la direction transversale  $Y$ .

Le béton armé est modélisé par la loi de comportement `DHRC`. Les paramètres de la loi sont obtenus grâce au plugin d'identification éponyme dans Salome-Meca. Les données matériaux utilisées sont définies en 1.2.

### 6.2 Grandeurs testées et résultats

Les valeurs sont issues de résultats expérimentaux ( `SOURCE_EXTERNE` ). La flèche est celle du centre de la poutre.

Réaction d'appui sur centre du bord A :

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Type référence	Référence	Tolérance	
3,00E-03	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	2,95780E+04	0,7
0.50E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	4,02560E+04	0,7
0.7E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	4,98640E+04	0,7
1.1E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	6,97240E+04	0,7
1.6E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	8,95840E+04	0,7
1.9E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	9,9940E+04	0,75
5.0E-02	REAC_NODA	DY	groupe:A	SOURCE_EXTERNE	1.1768E+05	2,2

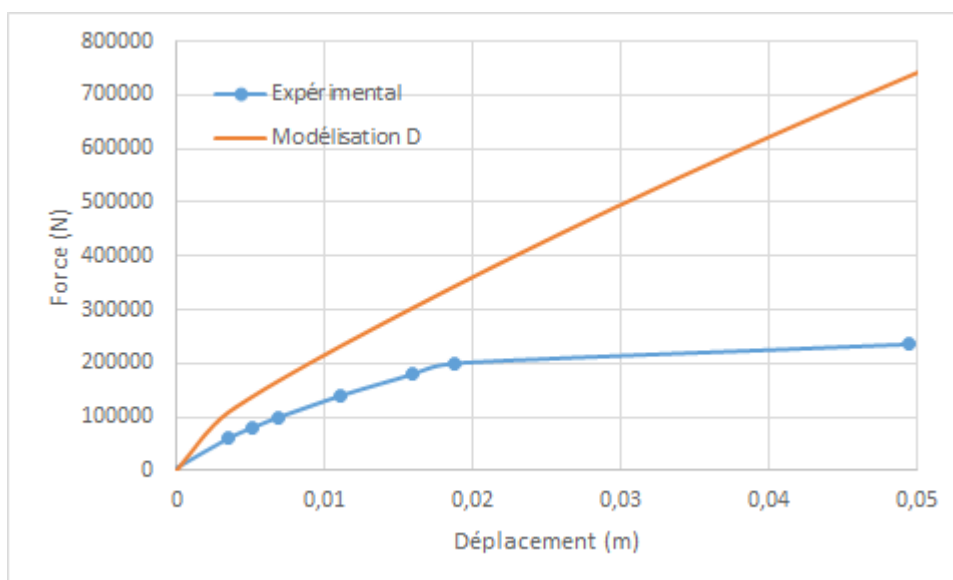


Figure 6.2-a : Réaction d'appui en fonction de la flèche au centre



## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation A excepté que les éléments de poutre sont de type POU\_D\_TGM.

### 7.2 Grandeurs testées et résultats

Cette modélisation a uniquement pour but de valider les options EPSI\_ELGA (déformation totale) et EPSP\_ELGA (déformation plastique) pour les éléments POU\_D\_TGM.

Pour cela on profite du fait que la déformation plastique équivalente est la première variable interne de la loi VMIS\_ISOT\_TRAC, cela fourni donc une valeur de référence pour le champ EPSP\_ELGA. On obtient également une valeur de référence pour la déformation totale, à partir de la valeur de la contrainte, celle du module d'Young et celle de la déformation plastique.

Flèche (m)	Grandeur	Lieu	Valeur de référence	Type référence	Tolérance
2.68E-02	VARI/V1	maille:M9, point:2 sous_point:43	-	NON_REGRESSION	-
2.68E-02	SIXX	maille:M9, point:2 sous_point:43	-	NON_REGRESSION	-
2.68E-02	EPSP/EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:43	0.00603834325985	AUTRE_ASTER	3.0E-04
2.68E-02	EPSI/EPXX	maille:M9, point:2 sous_point:43	0.008139023241	AUTRE_ASTER	3.0E-04

## 8 Synthèse des résultats

---

Les tests sont réalisés en non-régression du fait qu'il n'existe pas de référence avec la loi de comportement de Mazars ou `GLRC_DM`. Les coefficients de la loi de Mazars sont calés de façon à coller au mieux à une courbe de comportement de béton obtenue avec la loi de La Borderie (qui n'est plus disponible dans `Code_Aster`).

Pour les modélisations B, C et D, les résultats sont également comparés à des mesures expérimentales.