

## SSNV102 - Essai de traction cisaillement avec le modèle de TAHERI

---

### Résumé :

Le problème est quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

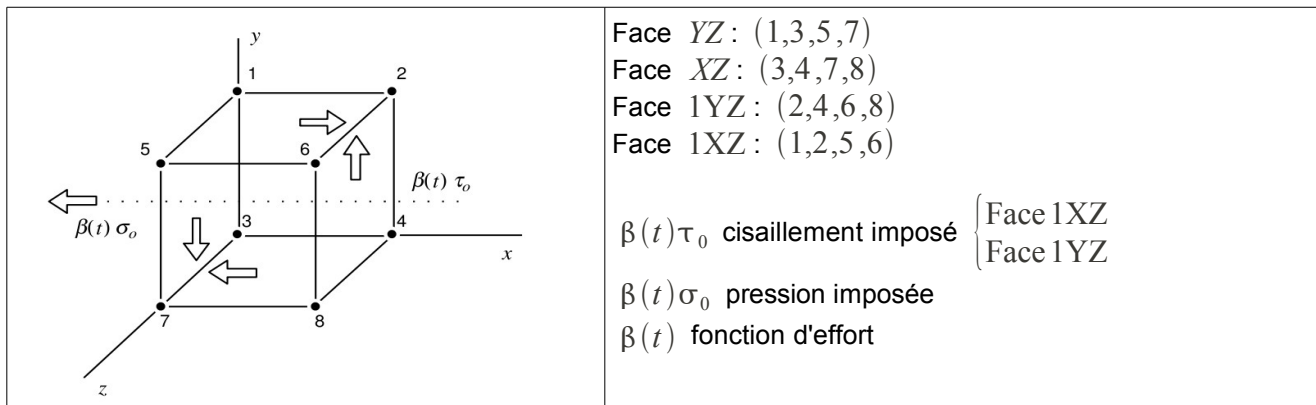
On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme dans l'élément.

Il y a 2 modélisations : une en 3D volumique et une autre en contraintes planes 2D .

On valide par ce test l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique de Saïd Taheri.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

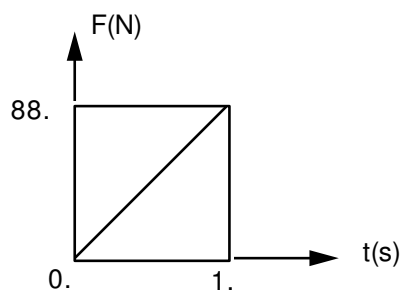


### 1.2 Propriétés de matériaux

élasticité isotrope	$E = 200\,000\text{ MPa}$	$\nu = 0,3$		
plasticité Taheri	$C_{inf} = 0.065\text{ MPa}$	$C_1 = -0.012\text{ Mpa}$	$s = 450$	$b = 30$
	$m = 0.1$	$a = 312$	$\alpha = 0.3$	$R_o = 72$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

N04	$dx = dy = 0$	Face YZ :	$F_X = F_Y = -F(t)$
N08	$dx = dy = dz = 0$	Face XZ :	$F_X = -F(t)$
N02, N06	$dx = 0$	Face 1YZ :	$F_Y = F(t)$
		Face 1XZ :	$F_X = F(t)$



### 1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à  $t=0$ .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On intègre numériquement le système suivant entre  $t=0$  et  $t=1$ .

(Système différentiel ordinaire non linéaire de 6 équations à 6 inconnues résolu à l'aide de la bibliothèque NAG par une 'Backward difference method')

$$\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_p = \dot{\beta} \frac{\sigma_o}{E} \quad \text{éq 2.1- 1}$$

$$\dot{\gamma} - \dot{\gamma}_p = \dot{\beta} \frac{\tau_o}{2\mu} \quad \text{éq 2.1- 2}$$

$$\dot{\varepsilon}_p - \dot{p} \frac{\partial F}{\partial \sigma} = 0 \quad \text{éq 2.1- 3}$$

$$\dot{\gamma}_p - \dot{p} \frac{\partial F}{\partial \tau} = 0 \quad \text{éq 2.1- 4}$$

$$\begin{aligned} & - \frac{3}{2} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left( Kx + C_s \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) - 2 \frac{\partial F}{\partial \tau} \left( Ky + C_s \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) - HR - a D \alpha Z^{(\alpha-2)} \\ & \left( \varepsilon_p - \varepsilon_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + \frac{4}{3} \left( \gamma_p - \gamma_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \tau} \dot{p} + \frac{3}{2} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \left( Qx + C \varepsilon_p^n \right) + 2 \frac{\partial F}{\partial \tau} \left( Qy + C \gamma_p^n \right) + JR \dot{\sigma}_p \\ & = - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \dot{\beta} \sigma_o - 2 \frac{\partial F}{\partial \tau} \dot{\beta} \tau_o \end{aligned} \quad \text{éq 2.1- 5}$$

$$\begin{aligned} & 1 + JR + \frac{3C}{2U} \left( \frac{3}{2} C \left( \varepsilon_p s - \sigma_p \varepsilon_p^n \right) \varepsilon_p^n + 2C \left( s \gamma_p - \sigma_p \gamma_p^n \right) \gamma_p^n \right) \dot{\sigma}_p \\ & - \left[ HR + a D \alpha Z^{(\alpha-2)} \left( \left( \varepsilon_p - \varepsilon_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + \frac{4}{3} \left( \gamma_p - \gamma_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) + KX \right. \\ & \left. + 3 \frac{CS}{2U} \left( \frac{3}{2} C \left( s \varepsilon_p - \sigma_p \varepsilon_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \sigma} + 2C \left( s \gamma_p - \sigma_p \gamma_p^n \right) \frac{\partial F}{\partial \tau} \right) \dot{p} \right] = 0 \end{aligned} \quad \text{éq 2.1- 6}$$

<p>avec</p> $u = b \left( 1 - \frac{\sigma_p}{S} \right)$ $v = \frac{C_\infty - C}{C}$ $D = 1 - m e^{-up} \quad w = \frac{1 - D}{D}$ $C = C_\infty - C_1 e^{-up}$ $K = v u \quad Q = v \frac{bp}{s}$ $H = w u \quad J = w \frac{bp}{s}$	<p>et</p> $X = C \left( s \varepsilon_p - \sigma_p \varepsilon_p^n \right)$ $Y = C \left( s \gamma_p - \sigma_p \gamma_p^n \right)$ $U = \left[ \frac{9}{4} X^2 + 3 Y^2 \right]^{1/2}$ $R = D \left( a Z^\alpha + r_0 \right)$ $Z = \left[ \left( \varepsilon_p - \varepsilon_p^n \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \gamma_p - \gamma_p^n \right)^2 \right]^{1/2}$
---	---

avec les conditions initiales :

$$\beta(0) = \frac{R(0)}{(\sigma_o^2 + 3\tau_o^2)^{1/2}}$$

$$\varepsilon(0) = \beta(0) \frac{\sigma_o}{E}$$

$$\gamma(0) = \beta(0) \frac{\tau_o}{2\mu}$$

$$p(0) = \varepsilon_p(0) = \varepsilon_p^n = 0$$

$$R(0) = (1-m)r_o = \sigma_p(o)$$

$$\text{d'où } \sigma(t=1) = \begin{pmatrix} 88. & 88. & 0 \\ 88. & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## 2.2 Résultats de référence

Valeurs de  $\varepsilon$ ,  $\gamma$ ,  $\varepsilon_p$ ,  $\gamma_p$ ,  $P$  et  $\sigma_p$  aux noeuds à  $t=1$  s .

## 2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude de la bibliothèque NAG.

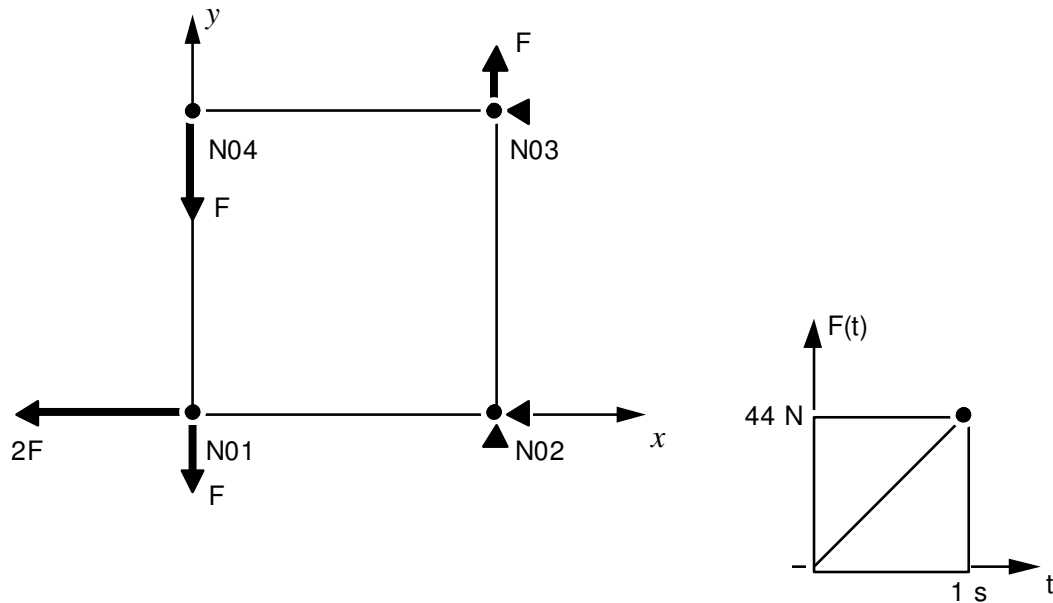
## 2.4 Références bibliographiques

- 1) Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.
- 2) S. ANDRIEUX - P. SCHOENBERGER - S. TAHERI : A three dimensional cyclic constitutive law for metals with a semi-discret memory variable - HI-71/8147 (1992)
- 3) P. GEYER - J.M. PROIX - P. SCHOENBERGER - S. TAHERI : Modélisation des phénomènes de déformation progressive - Collection des notes internes de la DER 93NB00153

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation en contraintes planes 2D , C\_PLAN



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Quadrangle carré à 4 nœuds en contraintes planes avec :

- *largeur* = 1 mm ,
- *épaisseur* = 1 mm .

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

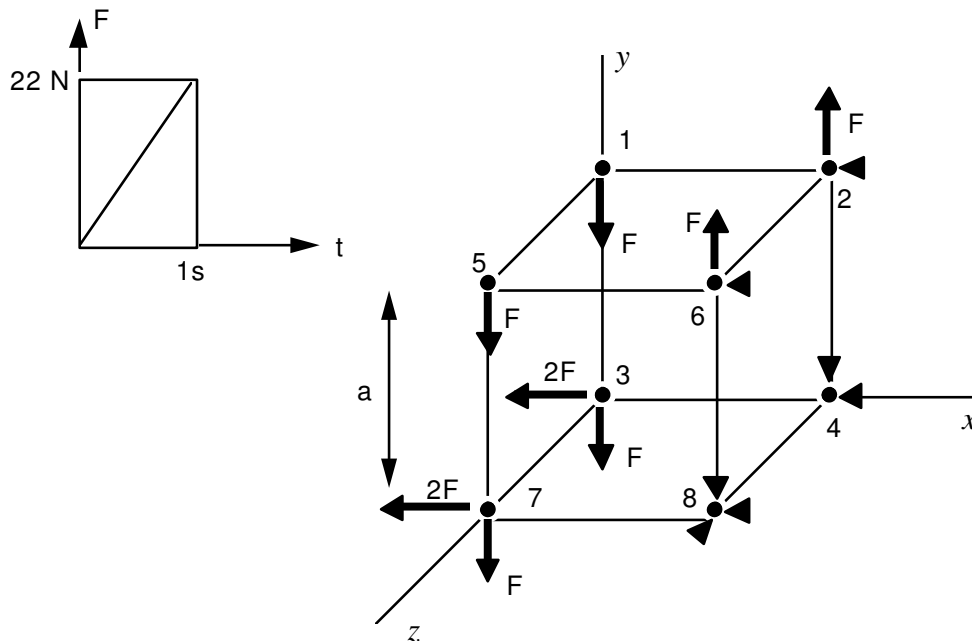
Identification	Référence	Test	Tolérance
$\varepsilon$ sur NO4 à $t=1\text{s}$	0,01721	ANALYTIQUE	2,5 %
$\gamma$ sur NO4 à $t=1\text{s}$	0,02573	ANALYTIQUE	2,5 %
$\varepsilon_p$ sur MA1 , point de Gauss 4 à $t=1\text{s}$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
$\gamma_p$ sur MA1 , point de Gauss 4 à $t=1\text{s}$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
$\varepsilon_p$ sur NO4 à $t=1\text{s}$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
$\gamma_p$ sur NO4 à $t=1\text{s}$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
$\sigma_p$ sur NO1 à $t=1\text{s}$	176,0	ANALYTIQUE	0,10 %

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D :

Cube élémentaire maillé à l'aide d'un hexaèdre à 8 nœuds.



### 4.2 Caractéristiques du maillage

1 maille HEXA8, largeur côté  $a = 1 \text{ mm}$ .

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

#### 4.3.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Test	Tolérance
$\varepsilon$ sur NO4 à $t=1s$	0,01721	ANALYTIQUE	2,5 %
$\gamma$ sur NO4 à $t=1s$	0,02573	ANALYTIQUE	2,5 %
$\varepsilon_p$ sur MA1, point de Gauss 1 à $t=1s$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
$\gamma_p$ sur MA1, point de Gauss 1 à $t=1s$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
$\varepsilon_p$ sur NO4 à $t=1s$	0,01678	ANALYTIQUE	2,5 %
$\gamma_p$ sur NO4 à $t=1s$	0,02515	ANALYTIQUE	2,5 %
$\sigma_p$ sur NO1 à $t=1s$	176,0	ANALYTIQUE	0,10 %

## 4.3.2 Remarques

La diminution de la tolérance sur la convergence globale en déplacement n'apporte pas de gain significatif en précision.

Le nombre d'incréments de charge (6) conduit à une précision satisfaisante du résultat.

## 5 Synthèse des résultats

---

Bonne précision lors de la comparaison avec NAG malgré quelques difficultés de convergence avec cette bibliothèque mathématique.