

SSNV103 - Essai de traction cisaillement modèle de Rousselier

Résumé :

Il s'agit d'un problème quasi-statique non linéaire en mécanique des structures.

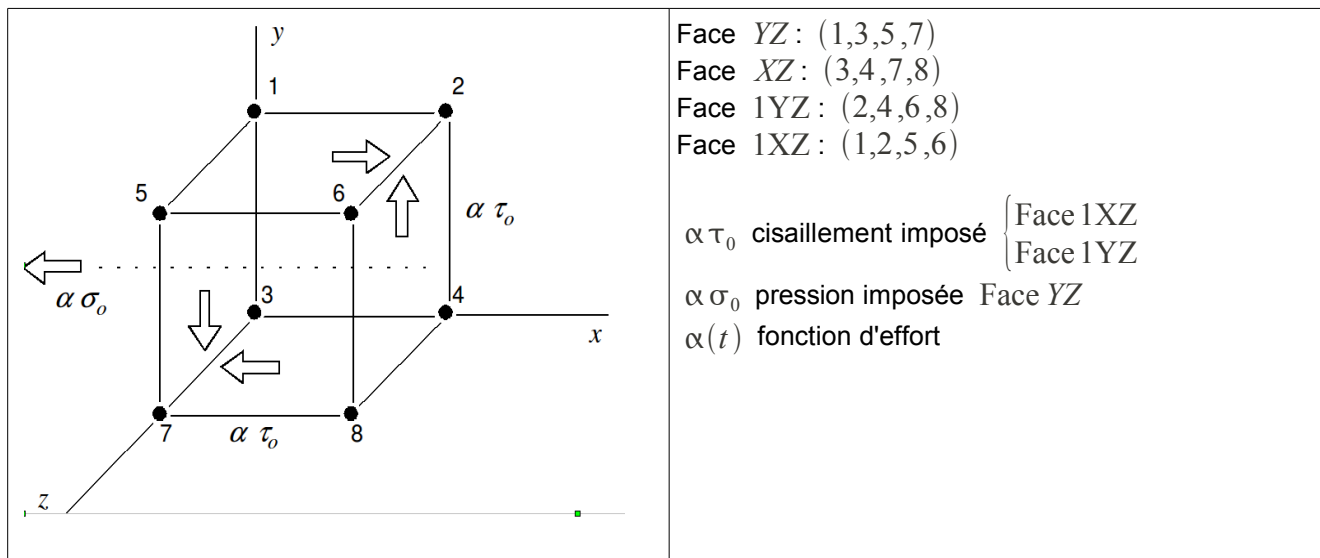
On analyse la réponse d'un élément de volume à un chargement en traction-cisaillement, effectué de telle façon que cela impose un état de contrainte-déformation uniforme.

Le cas test comprend 1 modélisation : en 3D .

Il valide l'intégration numérique du modèle de comportement élasto-plastique avec endommagement de G. Rousselier.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

élasticité isotrope : $E = 206\,400.\text{MPa}$ $\nu = 0.3$

plasticité : $D = 2.$
(coefficients du modèle de $f_0 = 5.10^{-4}$
Rousselier) $\sigma_1 = 490.\text{MPa}$

La courbe de traction rationnelle est entrée point par point avec :

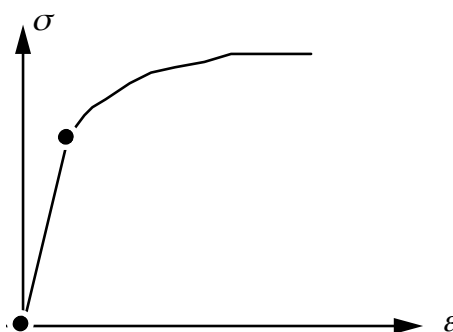
$$R(p) = r_i + (r_0 - r_i) e^{-bp}$$

avec P : déformation plastique cumulée

et $r_i = 1500 \text{ MPa}$

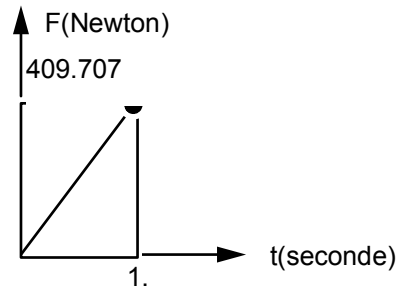
$r_0 = 520.\text{MPa}$

$b = 2.4$



1.3 Conditions aux limites et chargements

| | | | |
|----------|--------------------|------------|---------------------|
| N04 | $dx = dy = 0$ | Face YZ : | $F_X = F_Y = -F(t)$ |
| N08 | $dx = dy = dz = 0$ | Face XZ : | $F_X = -F(t)$ |
| N02, N06 | $dx = 0$ | Face 1YZ : | $F_Y = F(t)$ |
| | | Face 1XZ : | $F_X = F(t)$ |



1.4 Conditions initiales

Contraintes et déformations nulles à $t=0$.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le modèle 3D en vitesse s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\sigma} - \dot{\rho} \Lambda \varepsilon_e - \rho \Lambda \dot{\varepsilon}_e = 0 & (\Lambda \text{ tenseur élasticité isotrope linéaire}) \\ \dot{\beta} - \dot{p} D \exp\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right) = 0 \\ \dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_e - \rho \dot{p} \frac{\partial f}{\partial \sigma} = 0 \\ \dot{f} = 0 \end{cases}$$

ce qui, dans le cas d'un chargement de traction-cisaillement imposé $\sigma(t) = \alpha(t) \begin{bmatrix} \sigma_0 & \tau_0 & 0 \\ \tau_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

conduit à intégrer un système de 6 équations différentielles ordinaires en $y = (\varepsilon, \gamma, \varepsilon_e, \gamma_e, \beta, p)$ de la forme $A(y, t) \dot{y} = G(y, t)$.

$$\begin{aligned} & \dot{\alpha} \sigma_0 + \rho^2 F_0 e^\beta E \varepsilon_e \dot{\beta} - \rho E \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ & \dot{\alpha} \tau_0 + \rho^2 F_0 e^\beta 2\mu \gamma_e \dot{\beta} - 2\rho \mu \dot{\gamma}_e = 0 \\ & \dot{\varepsilon} - \frac{\sigma_0}{\sigma_{eq0}} \rho \dot{p} - \dot{\varepsilon}_e = 0 \\ & \dot{\gamma} - \frac{3\tau_0}{2\sigma_{eq0}} \rho \dot{p} - \dot{\gamma}_e = 0 \\ (S) \quad & \dot{\beta} - \dot{p} D \exp\left[\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right] = 0 \\ & \dot{\alpha} \sigma_0 \left[\frac{\sigma_0}{\rho \sigma_{eq0}} + \frac{1}{3} D F_0 e^\beta \exp\left[\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right] + 3 \dot{\alpha} \frac{\tau_0^2}{\rho \sigma_{eq0}} - \frac{\partial R}{\partial p} \dot{p} \right. \\ & \left. + \left[\sigma_{eq0} F_0 e^\beta + D \sigma_1 \rho F_0 e^\beta \exp\left[\frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho}\right] \right] \left[1 - \rho F_0 e^\beta \left[1 - \frac{\sigma_H}{\sigma_1 \rho} \right] \right] \dot{\beta} = 0 \end{aligned}$$

avec à $t=0$:

$$f=0, \rho(0)=1, \beta(0)=0$$

d'où :

$$\alpha(0) \sigma_{eq0} - R(0) + D \sigma_1 F_0 \exp\left(\frac{\alpha(0) \sigma_0}{3 \sigma_1}\right)$$

qui est résolu par une méthode de NEWTON pour $\alpha(0)$:

$$\begin{cases} \varepsilon(0) = \frac{1}{E}\alpha(0)\sigma_0 = \varepsilon_e(0) \\ \gamma(0) = \frac{1}{2\mu}\alpha(0)\tau_0 = \gamma_e(0) \\ p(0) = 0 \end{cases}$$

2.2 Résultats de référence

On impose $\alpha(t) = \alpha(0) + t$ avec $\sigma_0 = \tau_0 = 150 \text{ MPa}$.

On obtient $\alpha(0) = 1.73138$ et $\alpha(1) = 2.73138$.

Le système (S) est alors résolu numériquement par une 'Backward difference formula' à l'aide de la bibliothèque scientifique NAG sur CRAY. Résultat de référence = $(\varepsilon, \gamma, \beta, \rho)$ aux nœuds à $t = 1$.

2.3 Incertitude sur la solution

Incertitude liée à la bibliothèque NAG.

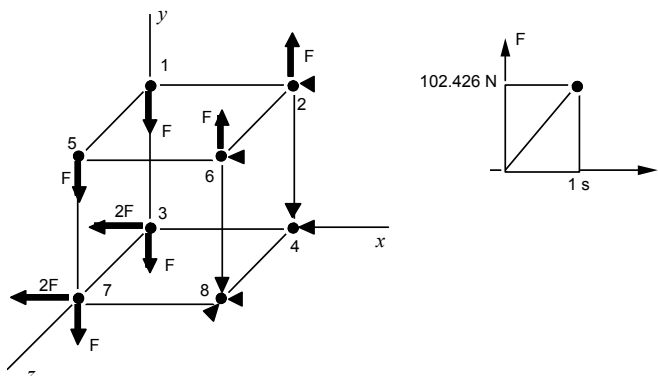
2.4 Références bibliographiques

- 1) Manuel utilisateur bibliothèque NAG sur CRAY.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D



3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage contient 1 élément de type HEXA8.

3.3 Grandeurs testées et résultats de la modélisation A

| Identification | Référence | Test | Tolérance |
|---------------------------------------|-----------|------------|-----------|
| ε sur <i>NO1</i> à $t=1s$ | 0,07830 | ANALYTIQUE | 0,11 % |
| γ sur <i>NO1</i> à $t=1s$ | 0,11700 | ANALYTIQUE | 0,20 % |
| p sur <i>NO1</i> à $t=1s$ | 0,15260 | ANALYTIQUE | 0,10 % |
| σ_{11} sur <i>NO1</i> à $t=1s$ | 409,70700 | ANALYTIQUE | 0,05% |

On teste également les paramètres de la structure de données résultats :

| Identification | Référence | Test | Tolérance |
|-----------------------------|-----------|----------------|-----------|
| INST pour NUME_ORDRE=8 | 1 | ANALYTIQUE | 0 % |
| ITER_GLOB pour NUME_ORDRE=8 | 4 | NON_REGRESSION | 0 % |

3.4 Remarques

On pourrait s'attendre à une meilleure corrélation, mais il faut souligner que la bibliothèque NAG utilise la fonction $R(p)$ sous forme algébrique, alors que *Code_Aster* l'utilise sous forme d'une courbe donnée point par point.

De plus, il semble que l'intégration du taux de la fonction seuil pose des problèmes à NAG, quelle que soit la précision requise par ailleurs (la valeur du seuil f étant sensiblement différente de 0 en fin d'intégration). Cependant, on peut noter la constance de cette corrélation tout au long de l'intégration ($t \in [0,1]$).

4 Synthèse des résultats

Les valeurs de *Code_Aster* sont en bon accord avec les valeurs de référence.