

## SSNV105 - Modèle BETON\_GRANGER\_V : essai de fluage avec prise en compte de l'humidité relative et du vieillissement.

---

### Résumé :

Ce cas-test de mécanique quasi-statique non linéaire simule un essai de fluage uniaxial. Il a pour objectif de valider la relation de comportement de « Granger », permettant de modéliser le fluage propre des bétons. Ce modèle permet de prendre en compte les effets de l'hygrométrie et du vieillissement.

Il s'agit d'un cas-test sur le point matériel, réalisés à l'aide de la commande `SIMU_POINT_MAT`.

La contrainte appliquée est constante. On étudie séparément l'effet de l'hygrométrie et du vieillissement :

- `ssnv105a` : l'humidité relative décroît linéairement, le béton est non-vieillissant ;
- `ssnv105b` : l'humidité relative est constante et égale à la valeur de référence, le béton est vieillissant.

Les résultats obtenus par *Code\_Aster* sont comparés avec la solution analytique de référence.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Le test est réalisé sur le point matériel, à l'aide de la commande SIMU\_POINT\_MAT.

### 1.2 Propriétés des matériaux

Elasticité isotrope (mot-clé ELAS\_FO)

$$E = 30000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,2$$

$$\alpha = 10^{-5}$$

Fonction de vieillissement  
(mot-clé V\_BETON\_GRANGER)

$$k(t_c) = \frac{28^{0,2} + 0,1}{t_c^{0,2} + 0,1}$$

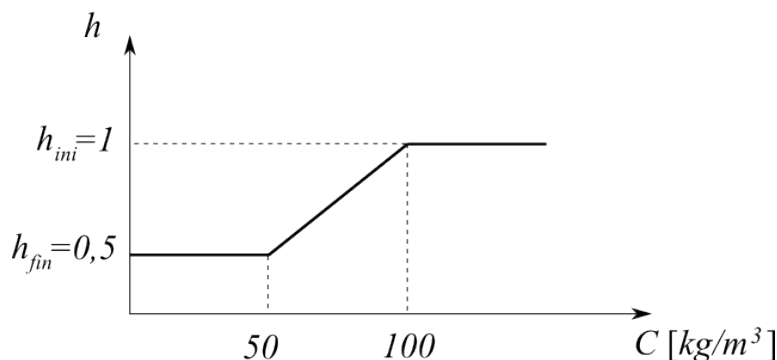
Fluage propre : propriétés des chaînes de Kelvin  
(mot-clé BETON\_GRANGER)

$J_1 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ jours}$
$J_2 = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ jours}$
$J_3 = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_3 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ jours}$
$J_4 = 2,71 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_4 = 2 \text{ jours}$
$J_5 = 8,08 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_5 = 2 \cdot 10 \text{ jours}$
$J_6 = 1,808 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_6 = 2 \cdot 10^2 \text{ jours}$
$J_7 = 1,901 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_7 = 2 \cdot 10^3 \text{ jours}$
$J_8 = 1,139 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_8 = 2 \cdot 10^4 \text{ jours}$

Tableau 1.2-1

La **fonction de désorption** (à renseigner sous le mot-clé ELAS\_FO) décrit l'allure de l'humidité relative  $h$  en fonction de la teneur en eau  $C$  (qui correspond à la variable de commande Code\_Aster SECH).

- Pour la modélisation A, cette fonction est linéaire si  $50 \text{ kg/m}^3 \leq C \leq 100 \text{ kg/m}^3$  et constante au dehors de ces bornes ; l'humidité varie entre la valeur initiale  $h_0 = 1$  et la valeur finale  $h_f = 0,5$  et, comme montré dans la Figure 1.2-1.
- Pour la modélisation B, elle est constante et égale à  $h = 1$  (ou 100%)



## 1.3 Conditions aux limites et chargements

- **Conditions aux limites en mécanique** : traction uniaxiale. La contrainte imposée (composante SIZZ) est égale à  $\sigma_{zz} = \sigma_0 = 10 \text{ MPa}$ . On maintient le chargement pendant 1 an.
- **Température** : on impose uniformément sur la structure une température constante de  $T = 20^\circ \text{C}$ , égale à la température de référence. De ce fait, le retrait thermique est nul.
- **Teneur en eau** :
  - Pour la modélisation A, cette fonction a une allure linéaire. Elle vaut  $C_0 = 100$  au temps initial  $t_0 = 0$  et  $C_f = 50$  au temps final  $t_f = 365$  jours.
  - Pour la modélisation B, elle est constante et égale à  $h = h_0 = 1$  (ou 100%)

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Il s'agit d'un test 1D. La contrainte uniaxiale vaut :  $\sigma = \sigma_0 \cdot H(t_0)$  où  $t_0$  est l'instant de chargement. La fonction de Heavyside  $H(t_0)$  permet d'appliquer le chargement  $\sigma_0$  instantanément.

On définit la contrainte équivalente  $S(t) = h(t) \cdot \sigma(t)$ . On a :  $S_0 = S(t_0) = \sigma_0 \cdot h_0$ .

On peut expliciter le saut initial de contrainte en écrivant la déformation de fluage de la manière suivante :

$$\varepsilon^fl(t) = S_0 J(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} J(t, \tau) \dot{S} \, d\tau$$

#### 2.1.1 Modélisation A

Dans la modélisation A, on a :

- Pour  $t > t_0^+$  on a :  $S(t) = \sigma_0 \left( h_0 + (h_f - h_0) \frac{t - t_0}{t_f - t_0} \right)$  donc :  $\dot{S} = \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0}$
- $J(t, \tau) = \sum_{s=1}^8 J_s \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t - \tau}{\tau_s} \right] \right)$

$$\varepsilon^fl(t) = \sigma_0 h_0 J(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} J(t, \tau) \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \, d\tau$$

En remplaçant  $J(t, \tau)$  on a :

$$\varepsilon^fl(t) = \sigma_0 h_0 J(t, t_0) + \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \sum_{s=1}^8 J_s \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t - \tau}{\tau_s} \right] \right) \, d\tau$$

On obtient :

$$\varepsilon^f(t) = \sigma_0 h_0 \sum_{s=1}^8 J_s \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right) - \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \sum_{s=1}^8 \tau_s J_s \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right) + \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \left( \sum_{s=1}^8 J_s \right) (t - t_0)$$

La déformation totale se calcule comme la somme de la déformation de fluage et de la déformation élastique :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^e(t) + \varepsilon^f(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \varepsilon^f(t)$$

## 2.1.2 Modélisation B

Dans la modélisation B, on a :

- Pour  $t > t_0^+$  on a :  $S(t) = \sigma_0 h_0 = \text{constante}$  donc :  $\dot{S} = 0$
- $J(t, \tau) = k(\tau) \sum_{s=1}^8 J_s \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-\tau}{\tau_s} \right] \right)$

On a donc :

$$\varepsilon^f(t) = \sigma_0 h_0 \sum_{s=1}^8 k(t_0) J_s \cdot \left( 1 - \exp \left[ -\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right)$$

La déformation totale vaut :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^e(t) + \varepsilon^f(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \varepsilon^f(t)$$

## 2.2 Résultats de référence

On s'intéressera aux valeurs des déformations à 365 jours.

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un test sur le point matériel.

L'humidité relative varie de manière linéaire sur l'intervalle de temps considéré dans l'étude :  $h_0=1$  au temps initial  $t_0=0$  et  $h_f=50$  au temps final  $t_f=365$  jours.

Il n'y a pas de vieillissement.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Néant

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation longitudinale (dans la direction du chargement)  $\varepsilon_{zz}^f$  à 365 jours.

Variables	Instant	Référence
$\varepsilon_{zz}^f$	31536000.0 sec (365 jours)	0.0005328650

Tableau 3.3-1

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un test sur le point matériel.

L'humidité relative est constante sur l'intervalle de temps considéré dans l'étude :  $h_0 = 1$ .

L'instant initiale du calcul est  $t_0 = 0$ , l'instant final est  $t_f = 365$  jours.

On prend en compte le vieillissement. Le matériau est chargé à trois âges différents : 2, 10 et 28 jours.

Afin de modifier l'âge de chargement, on initialise la variable interne correspondante (V55) dans ETAT\_INIT de STAT\_NON\_LINE.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Néant

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la déformation longitudinale  $\varepsilon_{zz}^f$  aux numéros d'ordre correspondant à 365 jours.

Age au chargement	Variable testé	Instant	Référence
2	$\varepsilon_{zz}^f$	365 jours	0.0008647473
10	$\varepsilon_{zz}^f$	365 jours	0.0007271718
28	$\varepsilon_{zz}^f$	365 jours	0.0006574566

Tableau 4.3-1

## 5 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus avec *Code\_Aster* sont proches de ceux de la solution de référence (écarts  $< 10^{-4}\%$  )