

## SSNV164 - Mise en tension de câbles de précontrainte dans une poutre 3D

---

### Résumé

On considère une poutre en béton armé de section carré, composée de deux tronçons de 10 mètres de longueur, ayant respectivement un et quatre mètres carré de section. La poutre est verticale, la plus faible section en bas. Elle est encastree à sa base, et contient 5 câbles de précontrainte rectilignes.

On teste ici le phasage de la mise en précontrainte, c'est-à-dire la mise en tension successive des différents câbles.

Les fonctionnalités particulières à tester sont les suivantes :

- l'opérateur `DEFI_CABLE_BP` : détermination des relations cinématiques entre les degrés de liberté des nœuds d'un câble et les degrés de liberté des nœuds «voisins» d'une structure en béton modélisée par des éléments 3D et calcul des tensions dans un câble sous l'effet de frottement et du recul d'ancrage,
- l'opérateur `AFFE_CHAR_MECA` associé au mot-clé `RELA_CINE_BP`,
- l'opérateur `CALC_PRECONT` : mise en tension des câbles de précontrainte avec la méthode de `NEWTON` classique ou avec la méthode `IMPLEX`.
- l'opérateur `CALC_PRECONT` : mise en tension des câbles de précontrainte modélisés par des éléments `BARRE` avec présence d'éléments `CABLE_GAINE` dans le modèle et inversement (modélisation C et D).

Les résultats obtenus sont validés par comparaison au code de calcul CASTEM 2000.

La modélisation `B` permet de valider plus spécifiquement l'utilisation du mot-clé `CONE` dans `DEFI_CABLE_BP`.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On considère une poutre en béton armé de section carré, composée de deux tronçons de 10 mètres de longueur, ayant respectivement un et quatre mètres carré de section. La poutre est verticale, la plus faible section en bas. Elle est encastrée à sa base, et contient 5 câbles de précontrainte rectilignes.

Les cinq câbles qui traversent toute la longueur de la poutre sont situés comme sur le plan ci-dessous :

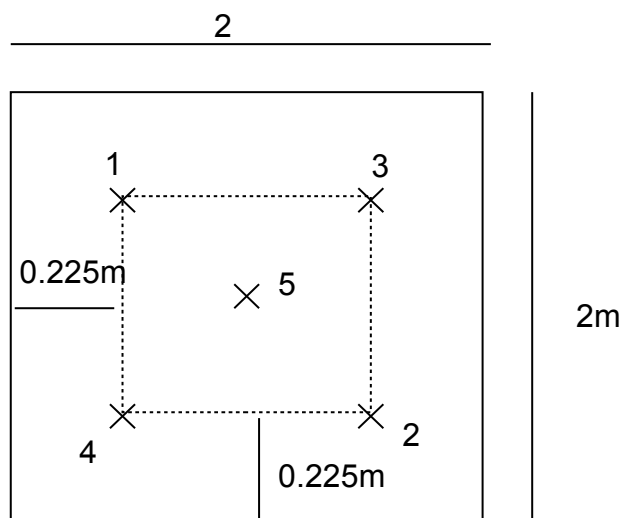


Figure 1.1-a : Positionnement des câbles dans la poutre

La section de chaque câble est de  $25\text{ cm}^2$ .

### 1.2 Propriétés des matériaux

Matériau béton constituant la poutre :

- module d'Young :  $E_b = 4.10^5\text{ MPa}$
- coefficient de Poisson :  $\nu = 0,2$
- masse volumique :  $\rho = 2500\text{ kg/m}^3$
- limite en traction :  $\sigma_y = 3\text{ MPa}$
- module d'érouissage :  $E_{bT} = -10000\text{ MPa}$

Matériau acier constituant le câble :

- module d'Young :  $E_c = 1,93\text{ }10^5\text{ MPa}$
- coefficient de Poisson :  $\nu = 0,3$
- masse volumique :  $\rho = 7850\text{ kg/m}^3$
- limite en traction :  $\sigma_y = 19400\text{ MPa}$
- module d'érouissage :  $E_{cT} = 10\text{E-}3\text{ MPa}$

Caractéristique concernant la mise en tension des câbles :

- recul d'ancrage :  $1\text{ mm}$
- coefficient de frottement linéaire :  $0,0015\text{ m}^{-1}$

- force de tension à l'extrémité d'un câble :  $3,75 \cdot 10^6 \text{ N}$
- âge de décoffrage 150 jours
- âge de mise en tension du premier câble : 300 jours

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

La base de la poutre est bloquée dans la direction  $Z$ . Les deux mouvements de translation par rapport à  $OX$  et  $OY$  sont bloqués ainsi que le mouvement de rotation autour de  $OZ$ .

La séquence de chargement est la suivante :

- à 300 jours, mise en tension de 2 câbles (1 et 2) par leur extrémité inférieure,
- à 450 jours, mise en tension de 2 câbles supplémentaires (3 et 4) toujours par leur extrémité inférieure,
- à 600 jours, mise en tension du dernier câble (5) par ses deux extrémités.

La poutre est bien évidemment soumise à la pesanteur.

## 2 Solution de référence

La solution de référence a été obtenue par le CEA avec CASTEM 2000, avec un maillage contenant 2080 éléments cubiques à 20 nœuds et 100 éléments de câble.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

La poutre en béton est représentée par 2080 éléments `MECA_HEXA8`, supportés par autant de mailles hexaèdres à 8 nœuds. Les 5 câbles sont représentés à l'aide de 20 éléments `MECA_BARRE` chacun supportés par autant de segments à 2 nœuds. La figure ci-dessous montre le maillage de la poutre.

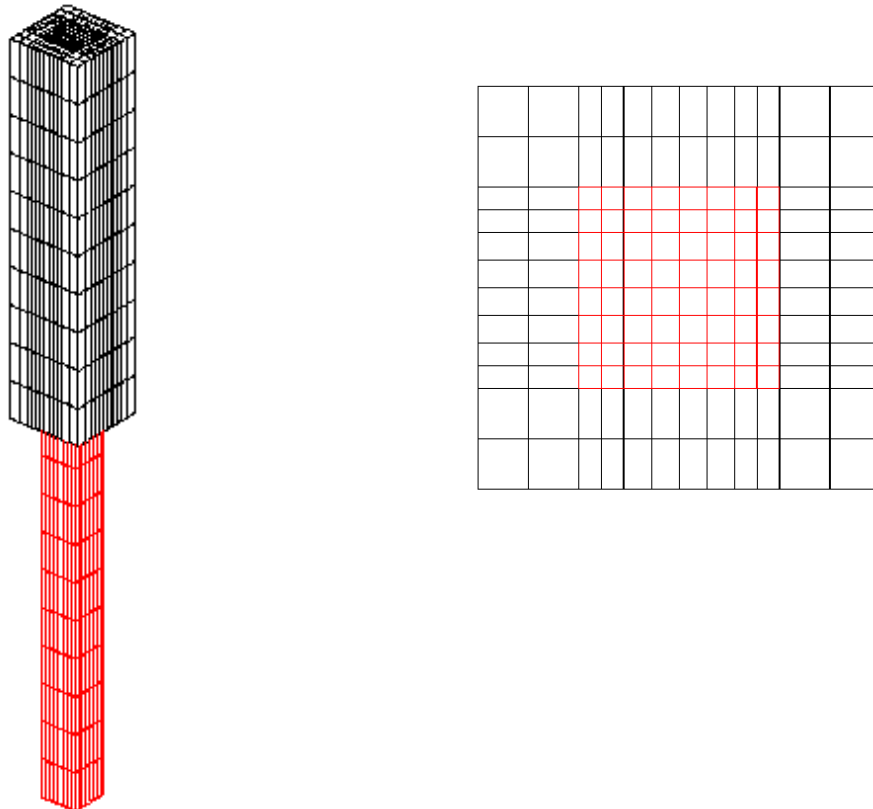


Figure 3.1-a : Description du maillage

Le matériau béton est défini par les comportements `ELAS` et `BPEL_BETON` : les paramètres caractéristiques de cette relation sont fixés à 0 car on ne souhaite pas inclure les pertes de tension dues au retrait et au fluage du béton.

Le matériau acier pour les câbles est défini par les comportements `ELAS` et `BPEL_ACIER`. Les valeurs non nulles pour `BPEL_ACIER` concernent le frottement ( $FROT\_LINE = 1,510^{-3} m^{-1}$ ) et la limite d'élasticité puisqu'une valeur nulle est illicite ( $SY = 1,94 10^{11} Pa$ ). Le rayon des câbles est de  $2,8209 10^{-2} m$ .

Les degrés de liberté bloqués sont les suivants :

$DZ$  pour la face inférieure

$DX$  et  $DY$  pour les points situés sur l'axe de symétrie de la poutre

$DX$  pour le point  $(0.50.0.)$  et  $DY$  pour le point  $(-0.50.0.)$

La tension  $F_0 = 3,75 10^6 N$  est appliquée sur les nœuds inférieurs des câbles 1, 2, 3 et 4 et aux deux extrémités pour le câble 5.

Le chargement est réalisé en 6 pas de temps :

- $t=50$  et  $100$  s, les deux premier pas en élasticité avec la méthode `IMPLEX` : ceci sert à tester la convergence de la méthode dans le domaine élastique en un seul pas de temps
- $t=150$  s, prise en compte de la pesanteur : `STAT_NON_LINE` avec les conditions aux limites, la pesanteur et les relations cinématiques pour tous les câbles. Les câbles ne contribuant pas à la rigidité du modèle, on leur affecte une loi de comportement 'SANS' (contrainte nulle),
- $t=300$  s, mise en tension des câbles 1 et 2 : `CALC_PRECONT` avec les conditions aux limites, les câbles 1 et 2 étant les câbles à mettre en tension, les câbles 3, 4 et 5 étant inactifs,
- $t=450$  s, mise en tension des câbles 3 et 4 : `CALC_PRECONT` avec les conditions aux limites, les relations cinématiques pour les câbles 1 et 2, les câbles 3 et 4 étant les câbles à mettre en tension, le câble 5 étant inactif,
- $t=600$  s, mise en tension du câble 5 : `CALC_PRECONT` avec les conditions aux limites, les relations cinématiques pour les câbles 1, 2, 3 et 4, le câble 5 étant le câble à mettre en tension.

## 3.2 Etapes de calcul

Les principales étapes de calcul correspondent aux fonctionnalités que l'on souhaite valider :

- opérateur `DEFI_MATERIAU` : définition des relations de comportement `BPEL_BETON` avec les valeurs par défaut et `BPEL_ACIER`, dans le cas de perte par frottement linéaire,
- opérateur `DEFI_CABLE_BP` : détermination d'un profil de tension le long du câble de précontrainte, en prenant en compte les pertes par frottement linéaire et les pertes par recul d'ancrage ; calcul des coefficients des relations cinématiques entre les degrés de liberté des nœuds du câble et les degrés de liberté des nœuds «voisins» de la poutre en béton, dans le cas d'une poutre modélisée par des éléments 3D ,
- opérateur `AFFE_CHAR_MECA` : définition d'un chargement de type `RELA_CINE_BP` (`RELA_CINE = 'OUI'`),
- opérateur `STAT_NON_LINE`, option `COMPORTEMENT` : calcul de l'état d'équilibre en tenant compte du chargement de type `RELA_CINE_BP`, dans le cas d'une poutre modélisée par des éléments 3D ,
- loi de comportement `SANS`,
- macro-commande `CALC_PRECONT` avec un état initial non vierge, qu'il y ait ou non des câbles inactifs, qu'il y ait un ou plusieurs câbles à mettre en tension.

De plus, on teste le calcul avec la méthode itérative exacte de Newton et la méthode approchée `IMPLEX`. Dans ce cas test, on reste en élasticité ; les résultats obtenus par les deux méthodes de résolution doivent donc être identiques.

### 3.3 Résultats de la modélisation A

On compare la valeur extraite du champ `SIEF_ELNO` à la valeur de référence obtenue avec CASTEM et ceci pour les différents instants caractéristiques (tension non nulle) et pour des nœuds équirépartis le long des câbles.

La composante sur laquelle porte le test est la tension dans les câbles  $N$ .

Les tests sont réalisés 2 fois, une fois lorsque le problème est résolu en implicite (`METHODE='NEWTON'`) et une fois lorsque le problème est résolu avec la méthode `IMPLEX` (`METHODE='IMPLEX'`). Dans les deux cas, les tolérances sont identiques.

#### 3.3.1 Tension dans le câble 1

$$T = 150 \text{ s}$$

tests de non-regression pour la méthode `IMPLEX` pour la valeur globale des contraintes et des déplacements.

$$T = 300 \text{ s}$$

Identification (noeud/maile)	Type de référence	Valeur de référence ( $N$ )	Tolérance ( % )
N1 - M5655	'SOURCE_EXTERNE'	3,648.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N6 - M5660	'SOURCE_EXTERNE'	3,675.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N11 - M5664	'SOURCE_EXTERNE'	3,693.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N16 - M5670	'SOURCE_EXTERNE'	3,667.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N101 - M5674	'SOURCE_EXTERNE'	3,640.10 <sup>6</sup> N	0,10%

$$T = 450 \text{ s}$$

Identification (noeud/maile)	Type de référence	Valeur de référence ( $N$ )	Tolérance ( % )
N1 - M5655	'SOURCE_EXTERNE'	3,561.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N6 - M5660	'SOURCE_EXTERNE'	3,588.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N11 - M5664	'SOURCE_EXTERNE'	3,628.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N16 - M5670	'SOURCE_EXTERNE'	3,645.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N101 - M5674	'SOURCE_EXTERNE'	3,629.10 <sup>6</sup> N	1,00%

$$T = 600 \text{ s}$$

Identification (noeud/maile)	Type de référence	Valeur de référence ( $N$ )	Tolérance ( % )
N1 - M5655	'SOURCE_EXTERNE'	3,519.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N6 - M5660	'SOURCE_EXTERNE'	3,546.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N11 - M5664	'SOURCE_EXTERNE'	3,597.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N16 - M5670	'SOURCE_EXTERNE'	3,635.10 <sup>6</sup> N	1,00%

N101 - M5674	'SOURCE_EXTERNE'	3,614.10 <sup>6</sup> N	1,00%
--------------	------------------	-------------------------	-------

### 3.3.2 Tension dans le câble 3

$$T = 450 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N41 - M5695	'SOURCE_EXTERNE'	3,647.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N46 - M5700	'SOURCE_EXTERNE'	3,675.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N51 - M5705	'SOURCE_EXTERNE'	3,695.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N56 - M5710	'SOURCE_EXTERNE'	3,667.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N103 - M5714	'SOURCE_EXTERNE'	3,640.10 <sup>6</sup> N	0,10%

$$T = 600 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N41 - M5695	'SOURCE_EXTERNE'	3,6075.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N46 - M5700	'SOURCE_EXTERNE'	3,6346.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N51 - M5705	'SOURCE_EXTERNE'	3,6720.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N56 - M5710	'SOURCE_EXTERNE'	3,6529.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N103 - M5714	'SOURCE_EXTERNE'	3,6241.10 <sup>6</sup> N	1,00%

### 3.3.3 Tension dans le câble 5

$$T = 600 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N81 - M5735	'SOURCE_EXTERNE'	3,647.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N86 - M5740	'SOURCE_EXTERNE'	3,674.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N91 - M5745	'SOURCE_EXTERNE'	3,695.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N96 - M5750	'SOURCE_EXTERNE'	3,674.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N105 - M5754	'SOURCE_EXTERNE'	3,647.10 <sup>6</sup> N	0,10%

## 4 Modélisation B

---

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Le maillage est identique à la modélisation *A*.

Le chargement est également identique.

On inclut simplement un cône de diffusion à l'extrémité finale du câble 1 : le cône défini a une longueur de  $1,5m$  et un rayon de  $20cm$ , pour valider l'utilisation de la fonctionnalité `CONE` de `DEFI_CABLE_BP`.

### 4.2 Résultats de la modélisation B

Les résultats au niveau de la tension des câbles ne sont que très faiblement modifiés, les tolérances sont identiques à la modélisation *A*.



## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est identique à la modélisation *A* à la différence que les câbles 3 et 4 sont modélisés par des éléments CABLE\_GAINE de type adhérent.

### 5.2 Résultats de la modélisation C

Les résultats au niveau de la tension des câbles ne sont que très faiblement modifiés, les tolérances sont identiques à la modélisation *A* excepté pour les deux premiers tests sur le câble 3 à l'instant 600 s où la tolérance est passée à 2,5%.

#### 5.2.1 Tension dans le câble 1

$$T = 300 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N1 - M5655	'SOURCE_EXTERNE'	3,648.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N6 - M5660	'SOURCE_EXTERNE'	3,675.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N11 - M5664	'SOURCE_EXTERNE'	3,693.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N16 - M5670	'SOURCE_EXTERNE'	3,667.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N101 - M5674	'SOURCE_EXTERNE'	3,640.10 <sup>6</sup> N	0,10%

$$T = 450 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N1 - M5655	'SOURCE_EXTERNE'	3,561.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N6 - M5660	'SOURCE_EXTERNE'	3,588.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N11 - M5664	'SOURCE_EXTERNE'	3,628.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N16 - M5670	'SOURCE_EXTERNE'	3,645.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N101 - M5674	'SOURCE_EXTERNE'	3,629.10 <sup>6</sup> N	1,00%

$$T = 600 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N1 - M5655	'SOURCE_EXTERNE'	3,519.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N6 - M5660	'SOURCE_EXTERNE'	3,546.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N11 - M5664	'SOURCE_EXTERNE'	3,597.10 <sup>6</sup> N	1,00%

N16 - M5670	'SOURCE_EXTERNE'	3,635.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N101 - M5674	'SOURCE_EXTERNE'	3,614.10 <sup>6</sup> N	1,00%

## 5.2.2 Tension dans le câble 3

$$T = 450 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N41 - M5695	'SOURCE_EXTERNE'	3,647.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N46 - M5700	'SOURCE_EXTERNE'	3,675.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N51 - M5705	'SOURCE_EXTERNE'	3,695.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N56 - M5710	'SOURCE_EXTERNE'	3,667.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N103 - M5714	'SOURCE_EXTERNE'	3,640.10 <sup>6</sup> N	0,10%

$$T = 600 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N41 - M5695	'SOURCE_EXTERNE'	3,6075.10 <sup>6</sup> N	2,50%
N46 - M5700	'SOURCE_EXTERNE'	3,6346.10 <sup>6</sup> N	2,50%
N51 - M5705	'SOURCE_EXTERNE'	3,6720.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N56 - M5710	'SOURCE_EXTERNE'	3,6529.10 <sup>6</sup> N	1,00%
N103 - M5714	'SOURCE_EXTERNE'	3,6241.10 <sup>6</sup> N	1,00%

## 5.2.3 Tension dans le câble 5

$$T = 600 \text{ s}$$

Identification (noeud/maille)	Type de référence	Valeur de référence ( N )	Tolérance ( % )
N81 - M5735	'SOURCE_EXTERNE'	3,647.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N86 - M5740	'SOURCE_EXTERNE'	3,674.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N91 - M5745	'SOURCE_EXTERNE'	3,695.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N96 - M5750	'SOURCE_EXTERNE'	3,674.10 <sup>6</sup> N	0,10%
N105 - M5754	'SOURCE_EXTERNE'	3,647.10 <sup>6</sup> N	0,10%

## 6 Modélisation D

---

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Le problème est identique à la modélisation *A* à la différence que les câbles 3 et 4 sont modélisés par des éléments CABLE\_GAINE de type frottant.

### 6.2 Résultats de la modélisation D

Les résultats au niveau de la tension des câbles ne sont que très faiblement modifiés, les tolérances sont identiques à la modélisation *A*.

## 7 Synthèse des résultats

---

On constate que la macro-commande permet d'obtenir la tension donnée par le BPEL (garantie par la procédure mise en œuvre par CASTEM) avec une très bonne précision puisque l'écart est inférieur à 0.1% , aussi bien avec la méthode de Newton qu'avec la méthode `IMPLEX`. Par ailleurs, l'effet de la mise en tension des câbles sur le reste de la structure et notamment sur les câbles déjà tendus, est tout à fait satisfaisant puisque l'écart entre la solution de référence et le calcul Aster est inférieur à 1% , alors que le maillage de référence était quadratique et le calcul réalisé ici utilisait des mailles linéaires.

Les résultats sont identiques que le calcul soit résolu à l'aide de l'algorithme de Newton ou avec la méthode `IMPLEX`. L'introduction d'un cône de diffusion ne modifie pas la qualité des calculs.

On constate également qu'il est possible de faire des mises en tension successives avec des câbles modélisés avec les 2 modélisations disponibles `BARRE` et `CABLE_GAINE`.