

## SSNV233 – Essai de torsion avec la loi de Mohr-Coulomb

---

### Résumé :

On réalise un essai de torsion avec la loi de Mohr-Coulomb. L'objectif du test est de vérifier la bonne convergence du modèle en présence de rotation des contraintes principales. La matrice tangente calculée est comparée à celle obtenue par perturbation.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

On reproduit un essai de torsion sur un cylindre creux soumis à des pressions de confinement intérieure  $P_i$  et extérieure  $P_e$ , à une force verticale  $F$  et à un moment de torsion  $M$ . On schématise cet essai par un échantillon cubique (un point matériel) soumis aux contraintes de confinement  $\sigma_z$ ,  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$ , et à une déformation de cisaillement  $\varepsilon_{z\theta} = M(t)$  (**Figure 1.1-a**).

Si  $P_i = P_e = \sigma_0$  et  $F = \frac{2\sigma_0}{\pi}$ , on obtient les valeurs de confinement suivantes :

- $\sigma_\theta = \sigma_r = \sigma_0$
- $\sigma_z = 3\sigma_0$

On a alors les valeurs suivantes des contraintes principales :

- $\sigma_1 = 2\sigma_0 + |\sigma_{z\theta}|$
- $\sigma_2 = \sigma_0$
- $\sigma_3 = 2\sigma_0 - |\sigma_{z\theta}|$

Mais surtout, les axes principaux tournent d'un angle  $\alpha$  égal à [1] :

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2\sigma_{z\theta}(t)}{\sigma_z - \sigma_\theta}\right) = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\sigma_{z\theta}(t)}{\sigma_0}\right)$$

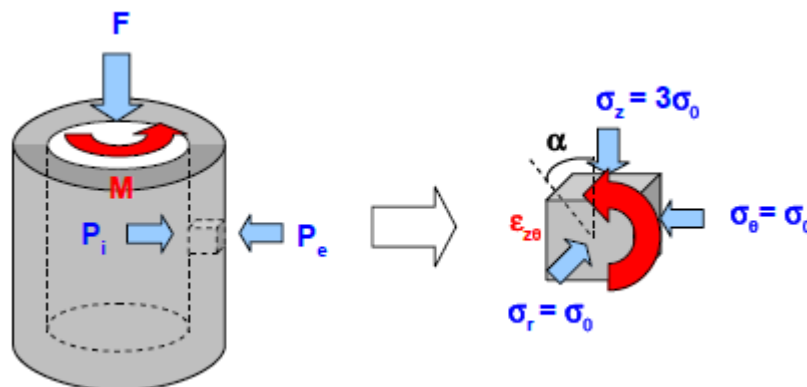


Figure 1.1-a: Schématisation de l'essai de torsion sur un cylindre creux

### 1.2 Propriétés de l'échantillon

Les paramètres élastiques sont :

- le module de compressibilité isotrope :  $K = 516,2 \text{ MPa}$
- le module de cisaillement :  $\mu = 238,2 \text{ MPa}$

Les paramètres de la loi de Mohr-Coulomb sont :

- l'angle de frottement :  $\phi = 33^\circ$
- l'angle caractéristique :  $\Psi = 27^\circ$
- la cohésion :  $c_0 = 1 \text{ kPa}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

L'essai de torsion présenté ici est réalisé sur un point matériel avec la commande `SIMU_POINT_MAT`.

On prend une pression de confinement  $\sigma_0 = -50 \text{ kPa}$ . Les contraintes imposées sont donc les suivantes :

- $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = -50 \text{ kPa}$
- $\sigma_{zz} = -150 \text{ kPa}$

La déformation de cisaillement imposée  $\varepsilon_{yz}$  varie linéairement entre  $t=0$  et  $100 \text{ sec}$  de 0 à 0,01% en  $N=10$  pas de temps.

## 2 Solution de référence

---

On vérifie que  $N^{num} < N^{per}$  à chaque pas de temps.

La matrice tangente calculée est donc meilleure que celle obtenue par perturbation, comme on le montre dans le paragraphe §4, grâce à une meilleure prise en compte des mécanismes multiples de la loi de comportement.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation est effectuée sur un point matériel avec SIMU\_POINT\_MAT.

Le redécoupage du pas de temps est actif.

Le critère de convergence est RESI\_GLOB\_RELA =  $10^{-10}$ .

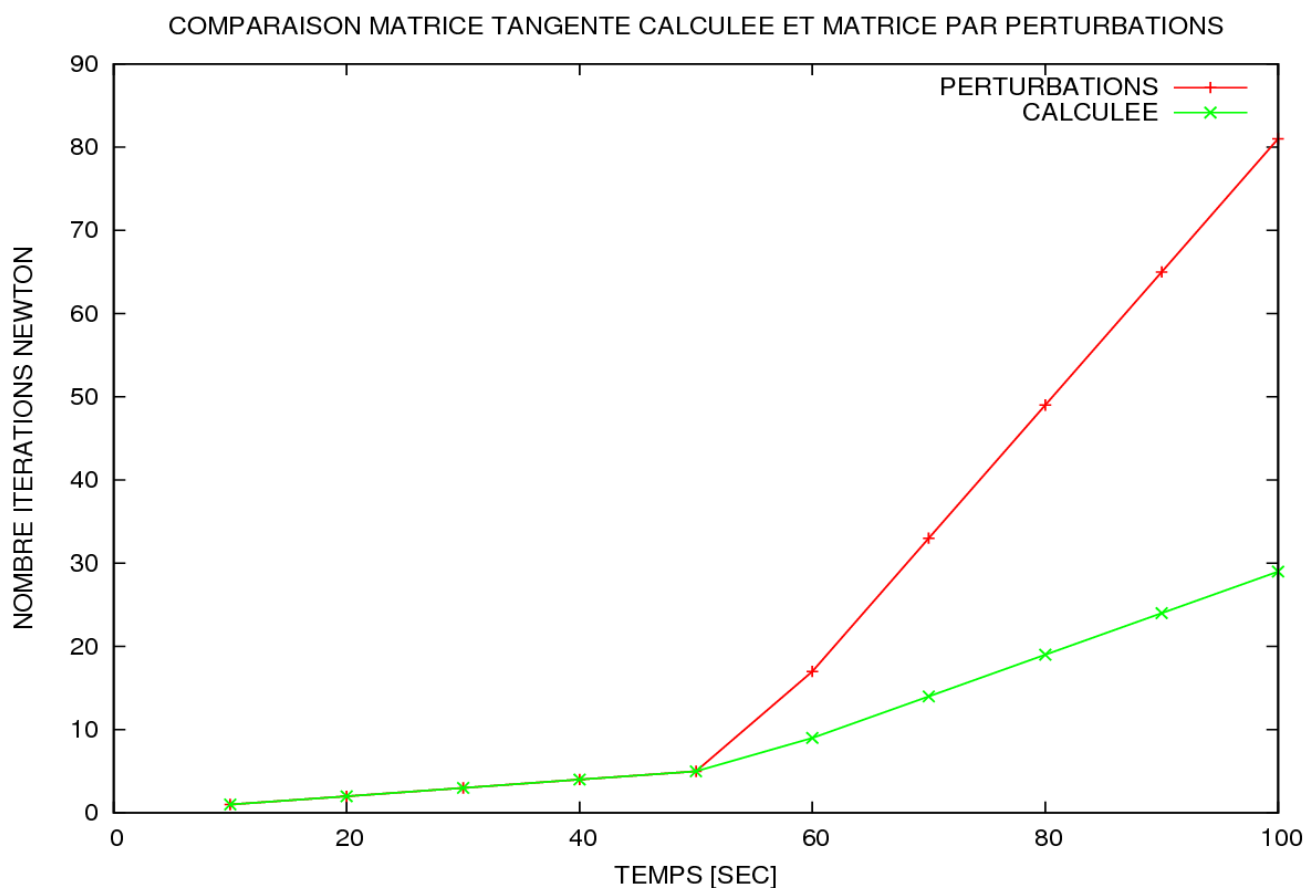
### 3.2 Grandeurs testées et résultats

On mesure l'écart à chaque instant entre le nombre d'itérations de Newton donné par la matrice tangente calculée  $NB\_ITER\_1$  et celui donné par la matrice tangente par perturbation  $NB\_ITER\_2$ . Le test consiste à vérifier que  $NB\_ITER\_1 - NB\_ITER\_2 \leq 0$  à chaque instant :

$t$ [sec]	$NB\_ITER\_1 - NB\_ITER\_2$	Valeur de référence	Tolérance [%]
10	0	0	0
20	0	0	0
30	0	0	0
40	0	0	0
50	-8	0	0
60	-11	0	0
70	-11	0	0
80	-11	0	0
90	-11	0	0
100	-11	0	0

## 4 Synthèse des résultats

Dans la figure ci-dessous, on présente une comparaison des itérations de Newton entre le cas de la matrice tangente calculée et celui de la matrice tangente par perturbation. On constate que la matrice tangente calculée est beaucoup plus performante que celle par perturbation, grâce à une meilleure prise en compte des mécanismes multiples de la loi de comportement.



**Figure 4-a:** Comparaison du nombre cumulé d'itérations de Newton entre les cas « matrice tangente calculée » et « matrice tangente par perturbation »

## 5 Références

---

[1] P. Reiffsteck. « La presse triaxiale pour éprouvettes cylindriques creuses du LCPC adaptée à l'étude des sols naturels ». Bulletin du Laboratoire des Ponts et Chaussées, N°270-271, oct.-déc. 2007.