

## SSNV256 – Validation de la loi d'endommagement GTN à gradient avec des simulations d'un barreau en axisymétrique

---

### Résumé :

Ce cas-test permet de valider l'algorithme d'intégration de la loi d'endommagement de Gurson – Tvergaard – Needleman ( *GTN* ) à gradient avec les éléments finis standard sous-intégrés ou mixtes en grandes déformations. On y modélise un barreau contenant 10 éléments finis.

Les différentes modélisations traitées sont :

- **Modélisation A** ( *3D* ) : 3D\_GRAD\_VARI
- **Modélisation B** ( *3D* ) : 3D\_GRAD\_INCO
- **Modélisation C** ( *2D* ) : AXIS\_GRAD\_VARI
- **Modélisation D** ( *2D* ) : AXIS\_GRAD\_INCO

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Selon la modélisation 2D (déformation plane) ou 3D, on considère respectivement un rectangle ou un barreau (voir Figure. 1.1-1).

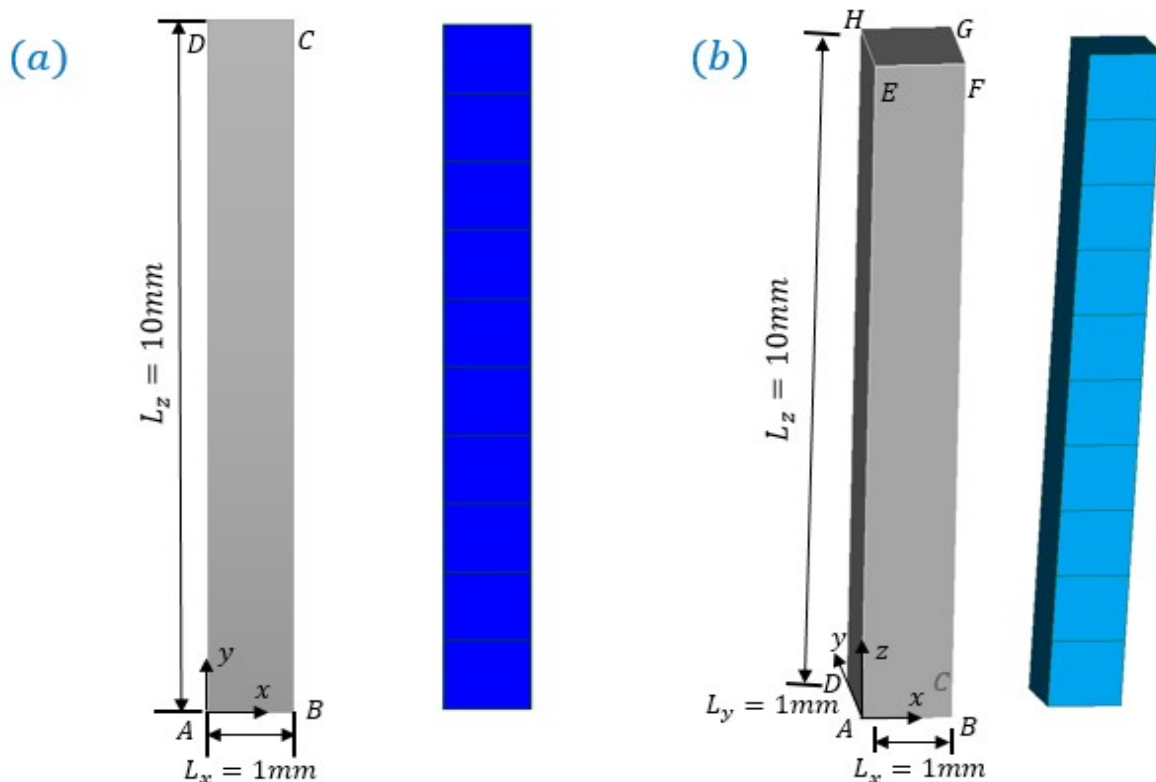


Figure 1.1-a: Géométrie et Maillage d'un rectangle (a) et d'un barreau (b)

### 1.2 Propriétés du matériau

Élasticité :

$$E = 190\,000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

Module d'Young

Coefficient de Poisson

Courbe d'érouissage :

$$R(\kappa) = 488.36 + 57.13(1 - \exp(-8613\kappa)) + 238.73(1 - \exp(-10.39\kappa))$$

Loi d'endommagement ductile GTN :

$$q_1 = 1.5$$

$$q_2 = 1.07$$

$$f_0 = 0.0002 i$$

$$f_n = 0$$

$$f_c = 0.05$$

Paramètre du modèle GTN

Paramètre du modèle GTN

Porosité initial

Paramètre de germination

Porosité de coalescence

$\delta = 3$  Coefficient d'accélération lié à la coalescence  
 $c = 1 N$  Paramètre non local  
 $r = 5000 MPa$  Paramètre de pénalisation de Lagrange

En particulière, la distribution de la porosité initiale n'est pas homogène. Elle augmente avec l'altitude :  
 $f_0 = 0.0002i$  où  $i$  désigne le  $i$ -ème couche d'élément et  $1 \leq i \leq 10$ .

Dans `DEFI_MATERIAU`, les informations suivantes doivent être renseignées :

<b>ELAS</b>	<b>ECRO_NL</b>	<b>GTN</b>	<b>NON_LOCAL</b>
E = 190000	R0 = 488.361123569	Q1 = 1.5	C_GRAD_VARI = 1
NU = 0.3	R1 = 57.1333673502	Q2 = 1.07	PENA_LAGR = 5000
	GAMMA_1 = 8613	PORO_INIT = 0.0002i	
	R2 = 238.731127339	COAL_PORO = 0.05	
	GAMMA_2 = 10.386585592	COAL_ACCE = 3	

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Pour la modélisation  $2D$  (axisymétrique), les déplacements selon l'axe  $X$  de tous les nœuds sont contrôlés :  $u_x = 1.22x$ , les déplacements selon l'axe  $Y$  des nœuds de même altitude restent uniformes, le nœud  $A$  est bloqué selon l'axe  $Y$  (voir Figure 1.1-1(a) pour la géométrie).

Pour la modélisation  $3D$ , les déplacements selon l'axe  $X$  et les déplacements selon  $Y$  de tous les nœuds sont contrôlés :  $u_x = 1.22x$  et  $u_y = 1.22y$ , les déplacements selon l'axe  $Z$  des nœuds de même altitude restent uniformes, le nœud  $A$  est bloqué selon  $Z$ . (voir Figure 1.1-1(b) pour la géométrie).

Les conditions aux limites et les chargements sont imposés de cette façon de sorte que le problème en  $2D$  et celui en  $3D$  soient identiques entre eux.

Le chargement est imposé à l'aide de 1000 pas de temps identiques. Le pseudo-temps de calcul est 1.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Résultats de référence

Les solutions de référence sont obtenues en réalisant les mêmes calculs dans le code de calcul par éléments finis Z-set (développé par Mines ParisTech et l'ONERA).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D\_GRAD\_VARI .

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage est obtenu par SALOME.

Nombre de nœuds : 128.

Nombre et types de mailles : 10 HEXA20, 51 QUAD8, 84 SEG3.

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On récupère des valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.8 : la contrainte  $\sigma_{xx}$  ('SIEF\_ELGA', 'SIXX'), la variable d'érouissage  $\kappa$  ('VARI\_ELGA', 'V1') et la porosité  $f$  ('VARI\_ELGA', 'V2') de deux points d'intégration. Le premier point d'intégration est celui le plus proche du nœud  $A$  (on le note  $G1$ ), le deuxième est celui le plus éloigné du nœud  $A$  (on le note  $G2$ ).

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

INST	Point d'intégration	Identification	Valeur de référence	Type	Tolérance
0.5	G1	SIXX	724.3507	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	SIXX	776.6714	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	SIXX	409.9964	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	SIXX	758.6364	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V1	0.9318300	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V1	0.9450810	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V1	1.280017	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V1	1.350605	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V2	0.03292354	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V2	0.003668169	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V2	0.1174330	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V2	0.01256342	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D\_GRAD\_INCO .

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 128.

Nombre et types de mailles : 10 HEXA20, 51 QUAD8, 84 SEG3.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On récupère des valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.8 : la contrainte  $\sigma_{xx}$  ('SIEF\_ELGA', 'SIXX'), la variable d'érouissage  $\kappa$  ('VARI\_ELGA', 'V1') et la porosité  $f$  ('VARI\_ELGA', 'V2') de deux points d'intégration. Le premier point d'intégration est celui le plus proche du nœud  $A$  (on le note  $G1$ ), le deuxième est celui le plus éloigné du nœud  $A$  (on le note  $G2$ ).

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

INST	Point d'intégration	Identification	Valeur de référence	Type	Tolérance
0.5	G1	SIXX	723.4025	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	SIXX	777.6955	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	SIXX	403.3388	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	SIXX	762.0270	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V1	0.9317218	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V1	0.9451845	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V1	1.278955	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V1	1.350926	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V2	0.03314310	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V2	0.003517353	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V2	0.1185293	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V2	0.01191797	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `AXIS _GRAD _VARI` .

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 53.

Nombre et types de mailles : 10 `QUAD8`, 31 `SEG3`.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

On récupère des valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.8 : la contrainte  $\sigma_{xx}$  ('SIEF\_ELGA', 'SIXX'), la variable d'érouissage  $\kappa$  ('VARI\_ELGA', 'V1') et la porosité  $f$  ('VARI\_ELGA', 'V2') de deux points d'intégration. Le premier point d'intégration est celui le plus proche du nœud  $A$  (on le note  $G1$ ), le deuxième est celui le plus éloigné du nœud  $A$  (on le note  $G2$ ).

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

INST	Point d'intégration	Identification	Valeur de référence	Type	Tolérance
0.5	G1	SIXX	724.3507	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	SIXX	776.6714	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	SIXX	409.9964	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	SIXX	758.6364	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V1	0.9318300	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V1	0.9450810	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V1	1.280017	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V1	1.350605	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V2	0.03292354	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V2	0.003668169	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V2	0.1174330	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V2	0.01256342	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `AXIS _GRAD_INCO` .

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 53.

Nombre et types de mailles : 10 `QUAD8` , 31 `SEG3` .

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

On récupère des valeurs suivantes à l'instant 0.5 et 0.8 : la contrainte  $\sigma_{xx}$  ('SIEF\_ELGA', 'SIXX'), la variable d'écroissage  $\kappa$  ('VARI\_ELGA', 'V1') et la porosité  $f$  ('VARI\_ELGA', 'V2') de deux points d'intégration. Le premier point d'intégration est celui le plus proche du nœud  $A$  (on le note  $G1$  ), le deuxième est celui le plus éloigné du nœud  $A$  (on le note  $G2$  ).

Le tableau suivant rassemble les valeurs obtenues par le logiciel de calcul par éléments finis Z-set.

INST	Point d'intégration	Identification	Valeur de référence	Type	Tolérance
0.5	G1	SIXX	723.4025	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	SIXX	777.6955	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	SIXX	403.3388	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	SIXX	762.0270	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V1	0.9317218	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V1	0.9451845	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V1	1.278955	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V1	1.350926	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G1	V2	0.03314310	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.5	G2	V2	0.003517353	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G1	V2	0.1185293	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%
0.8	G2	V2	0.01191797	SOURCE EXTERNE	RELATIF - 1%



## 7 Synthèse des résultats

---

Ce cas-test est réalisé sur un barreau en  $2D$  axisymétrique ou en  $3D$ . Les solutions de référence sont obtenues en réalisant les mêmes calculs dans le code de calcul par éléments finis Z-set (développé par Mines ParisTech et l'ONERA). On a une bonne concordance entre les résultats calculés et les solutions de référence.