

## SSNS501 - Grands déplacements d'un panneau cylindrique simplement supporté

---

### Résumé :

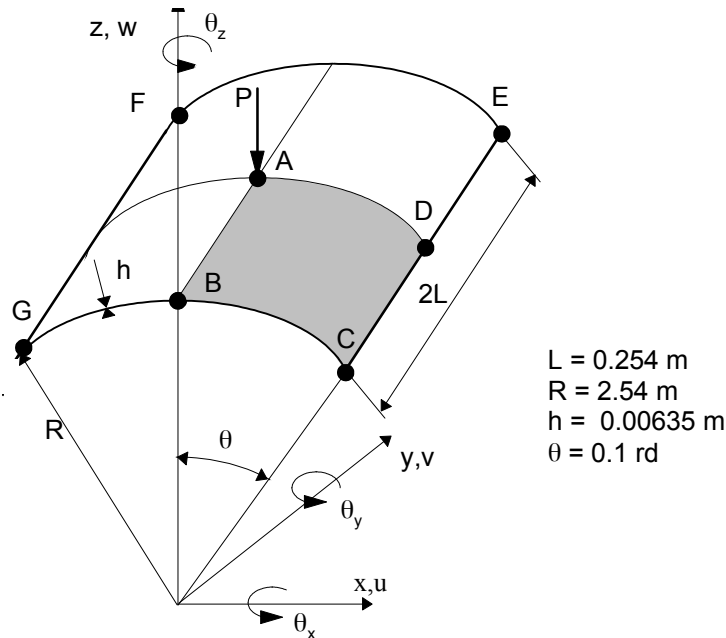
Ce test représente un calcul de stabilité d'un panneau cylindrique simplement supporté soumis à un effort concentré en son centre. Le comportement du panneau change complètement et montre nettement des points de retour en charge et en déplacement « snap-through/snap-back ». Dans ce cas un pilotage en déplacement diverge et un pilotage en longueur d'arc doit être choisi.

Il permet de valider la modélisation éléments finis `COQUE_3D` avec les mailles `TRIA7` et `QUAD9` et `DKT` avec les mailles `TRIA3` dans le domaine quasi-statique non-linéaire géométrique en présence de fortes instabilités.

Les déplacements et la charge critique sont comparés à une solution de référence numérique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E = 3.10275 \times 10^9 \text{ Pa}$	Module d'Young
$\nu = 0.3$	Coefficient de poisson

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

- Conditions aux limites : panneau simplement supporté sur les côtés  $CE$  et  $GF$  (déplacements nuls, rotations libres)
- On cherche les états successifs d'équilibre sous une charge  $P$  imposée au point  $A$ .

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet

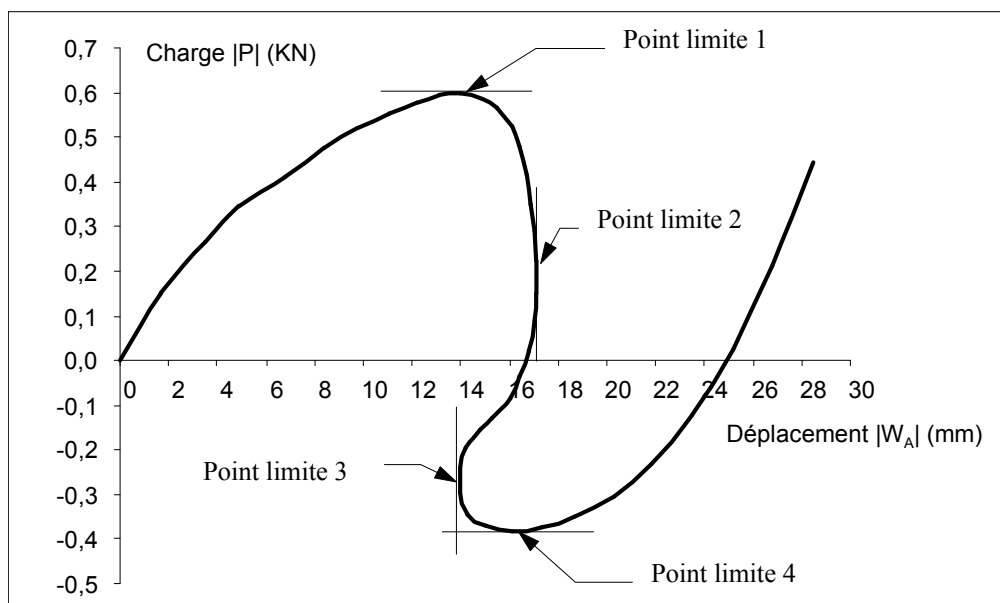
## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La solution de référence a été obtenue avec un élément fini de coque DKT24 (maillage 4x6) à 4 nœuds avec 6 degrés de liberté par nœud en Formulation Lagrangienne Totale. Cette solution est décrite en détails dans [bib2].

### 2.2 Résultats de référence

$W_A$ $\times 10^{-3m}$	Charge $P$ (KN)	Charge $P/P_{max}$	$W_A$ $\times 10^{-3m}$	Charge $P$ (KN)	Charge $P/P_{max}$	$W_A$ $\times 10^{-3m}$	Charge $P$ (KN)	Charge $P/P_{max}$
0.0	0.000	0.0000	-16.4	0.480	0.8000	-14.0	-0.295	-0.4916
-1.7	0.150	0.2500	-16.7	0.415	0.6916	-14.3	-0.345	-0.5750
-3.5	0.265	0.4416	-16.9	0.350	0.5833	-15.0	-0.370	-0.6166
-4.9	0.345	0.5750	-17.0	0.290	0.4833	-16.1	-0.380	-0.6333
-6.8	0.410	0.6833	-17.1	0.225	0.3750	-17.3	-0.375	-0.6250
-8.4	0.475	0.7916	-17.1	0.150	0.2500	-18.7	-0.350	-0.5833
-9.8	0.520	0.8666	-17.0	0.090	0.1500	-20.3	-0.305	-0.5083
-11.1	0.555	0.9250	-16.8	0.020	0.0333	-21.8	-0.230	-0.3833
-12.2	0.580	0.9666	-16.4	-0.035	-0.0583	-23.5	-0.120	-0.2000
-13.1	0.595	0.9916	-16.0	-0.085	-0.1416	-25.2	0.025	0.0416
-14.0	0.600	1.0000	-15.3	-0.130	-0.2166	-26.8	0.210	0.3500
-14.9	0.585	0.9750	-14.8	-0.155	-0.2583	-28.5	0.445	0.7416
-15.5	0.565	0.9416	-14.2	-0.195	-0.3250			
-16.1	0.525	0.8750	-14.0	-0.240	-0.4000			



### 2.3 Incertitudes sur la solution

Inférieures à 2%, solution numérique

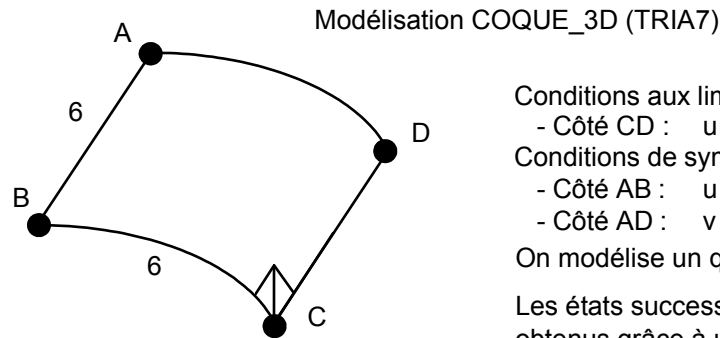
### 2.4 Références bibliographiques

- 1) HAMMADI Fodil : Formulation et évaluation d'éléments finis à continuité  $C^0$  de la géométrie pour l'analyse linéaire et non-linéaire des coques.

- 2) JAAMEI S., : Etude de différentes formulations lagrangiennes pour l'analyse non linéaire de plaques et coques minces élasto-plastique en grands déplacements et grandes rotations, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne 1986.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



Conditions aux limites :

- Côté CD :  $u = v = w = 0$

Conditions de symétrie :

- Côté AB :  $u = \theta_y = \theta_z = 0$

- Côté AD :  $v = \theta_x = \theta_z = 0$

On modélise un quart de la plaque.

Les états successifs d'équilibre sont obtenus grâce à une méthode de pilotage par longueur d'arc.

Dans ce cas,  $\text{ETA\_PILOTAGE} = \frac{P}{P_{\max}}$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 241

Nombre de mailles et type : 72 TRIA7

### 3.3 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Point limite n°1				
DZ	1.03	-0.0140	-0.01322	-5.573
Eta_PILOTAGE	1.03	1.0	0.9729	-2.471
Point limite n°2				
DZ	1.78	-0.0171	-0.01696	-0.847
Eta_PILOTAGE	1.78	0.375 0.250	0.07513	-75.96
Point limite n°3				
DZ	2.3	-0.0140	-0.01458	4.176
Eta_PILOTAGE	2.3	-0.400 -0.492	-0.533	19.67
Point limite n°4				
DZ	2.48	-0.0161	-0.01617	0.452
Eta_PILOTAGE	2.48	-0.633	-0.6442	1.717

## 3.4 Remarques

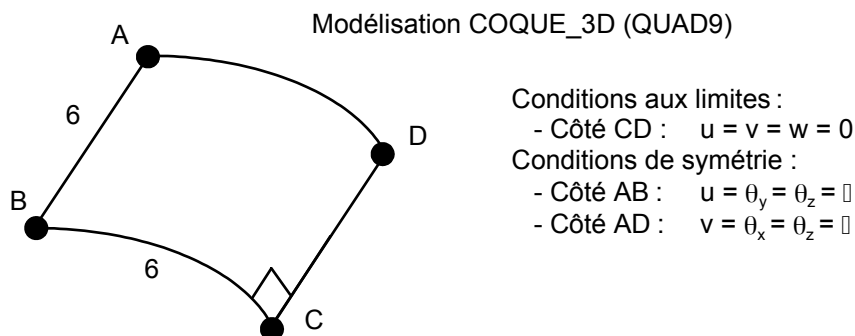
La stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- calcul en chargement imposé jusqu'à  $P=582.N$  correspondant à 97% de la charge critique,
- calcul en "déplacement imposé" : ensuite, on impose un déplacement imposé en utilisant la technique de la longueur d'arc imposée sur toute la structure (option `LONG_ARC` dans `STAT_NON_LINE`).

L'utilisation de la technique de longueur d'arc rend difficile la définition de la valeur de référence à introduire dans la commande `TEST_RESU`, puisque ces valeurs ne peuvent pas être imposées. Pour définir les valeurs de référence, nous avons recherché les valeurs de  $DZ$  les plus proches possibles de celles listées dans le tableau du [§2.2] et nous avons reporté les valeurs du paramètre de pilotage que l'on devait obtenir pour les valeurs de  $DZ$  en question.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 169  
Nombre de mailles et type : 36 QUAD9

### 4.3 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Point limite n°1				
DZ	1.03	-0.0140	-0.01318	-5.886
Eta_PILOTAGE	1.03	1.0	0.9724	-2.760
Point limite n°2				
DZ		-0.0171	-0.01702	-0.462
Eta_PILOTAGE		0.375 0.250	0.101	-67.69
Point limite n°3				
DZ		-0.0140	-0.01446	3.269
Eta_PILOTAGE		-0.400 -0.492	-0.558	25.177
Point limite n°4				
DZ		-0.0161	-0.0161	-0.007
Eta_PILOTAGE		-0.633	-0.640	1.120

## 4.4 Remarques

La stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

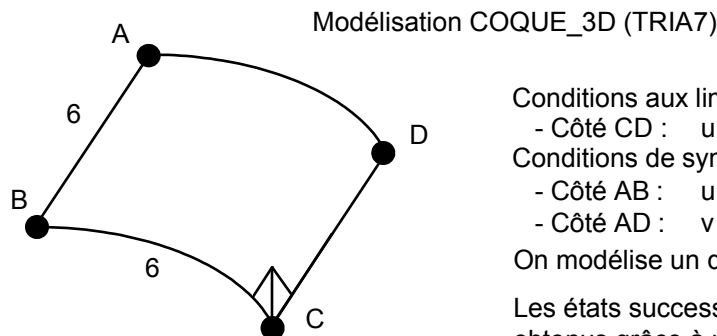
- calcul en chargement imposé jusqu'à  $P=582.N$  correspondant à 97% de la charge critique,
- calcul en déplacement imposé : ensuite, on impose un déplacement imposé en utilisant la technique de la longueur d'arc imposée (option `LONG_ARC` dans `STAT_NON_LINE`).

L'utilisation de la technique de longueur d'arc rend difficile la définition de la valeur de référence à introduire dans la commande `TEST_RESU`, puisque ces valeurs ne peuvent pas être imposées. Pour définir les valeurs de référence, nous avons recherché les valeurs de  $DZ$  les plus proches possibles de celles listées dans le tableau du [§2.2] et nous avons reporté les valeurs du paramètre de pilotage que l'on devait obtenir pour les valeurs de  $DZ$  en question.



## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



Conditions aux limites :

- Côté CD :  $u = v = w = 0$

Conditions de symétrie :

- Côté AB :  $u = \theta_y = \theta_z = 0$

- Côté AD :  $v = \theta_x = \theta_z = 0$

On modélise un quart de la plaque.

Les états successifs d'équilibre sont obtenus grâce à une méthode de pilotage par longueur d'arc.

Dans ce cas,  $\text{ETA\_PILOTAGE} = \frac{p}{p_{\max}}$

On teste la modélisation `DKT` avec des mailles `TRIA3`. On applique les mêmes conditions aux limites et de symétrie comme dans les modélisations A et B.

Les états successifs d'équilibre sont obtenus grâce à une méthode de pilotage par longueur d'arc.

Dans ce cas,  $\text{ETA\_PILOTAGE} = \frac{p}{p_{\max}}$

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 121

Nombre de mailles et type : 200 `TRIA3`

Puisqu'il y a moins de points sur le type de maille `TRIA3` par rapport aux `TRIA7` et `QUAD9`, on raffine le maillage (10x10 mailles).

### 5.3 Valeurs testées

Identification	Instants	Référence	Aster	% différence
Point limite n°1				
DZ	1.03	-0.0131	-0.01314	0,312
Eta_PILOTAGE	1.03	0.9916	0.9818	0,987
Point limite n°2				
DZ	1.78	-0.0170	-0.01704	0.208
Eta_PILOTAGE	1.78	0.15	0.1072	28.55
Point limite n°3				
DZ	2.34	-0.0140	-0.01435	2.511
Eta_PILOTAGE	2.34	-0.4000	-0.5461	11.08
Point limite n°4				
DZ	2.50	-0.0161	-0.01584	1.606
Eta_PILOTAGE	2.50	-0.6333	-0.6426	1.462

## 5.4 Remarques

La stratégie de calcul utilisée se décompose en deux étapes :

- calcul en chargement imposé jusqu'à  $P=582.N$  correspondant à 97% de la charge critique,
- calcul en "déplacement imposé" : ensuite, on impose un déplacement imposé en utilisant la technique de la longueur d'arc imposée sur toute la structure (option `LONG_ARC` dans `STAT_NON_LINE`).

L'utilisation de la technique de longueur d'arc rend difficile la définition de la valeur de référence à introduire dans la commande `TEST_RESU`, puisque ces valeurs ne peuvent pas être imposées. Pour définir les valeurs de référence, nous avons recherché les valeurs de  $DZ$  les plus proches possibles de celles listées dans le tableau du [§2.2] et nous avons reporté les valeurs du paramètre de pilotage que l'on devait obtenir pour les valeurs de  $DZ$  en question.

## 6 Synthèse des résultats

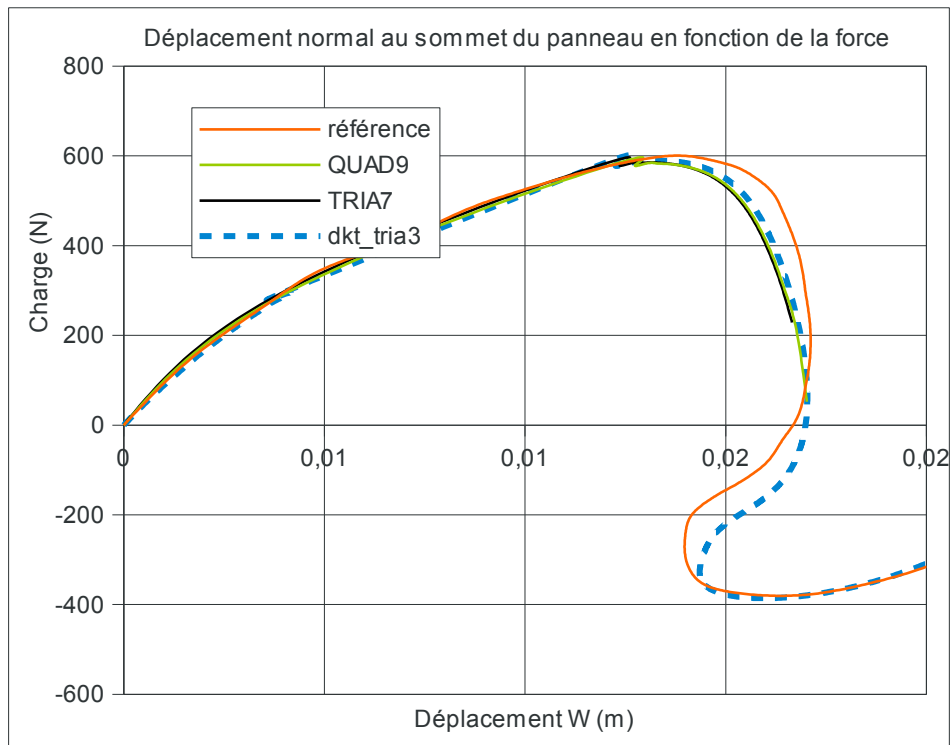


Figure 7-a : Déplacement normal au sommet du panneau en fonction de la force appliquée.  
Agrandissement autour du point limite 1

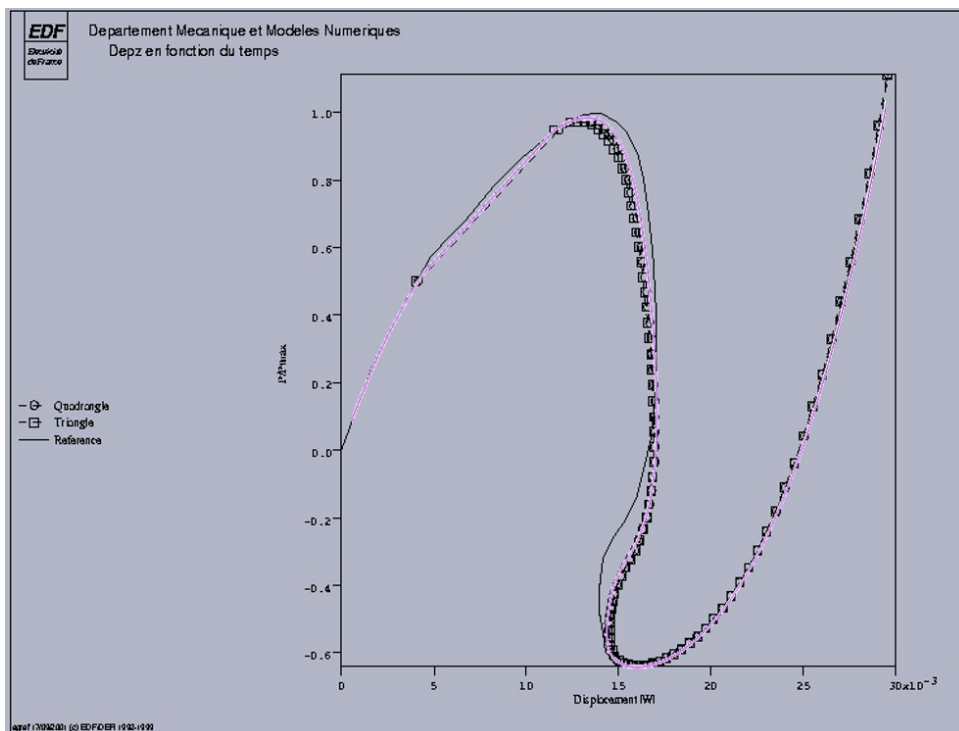


Figure 7-b : Déplacement normal au sommet du panneau en fonction de la force appliquée  
normalisée par sa valeur maximale (DKT TRIA3 en violet)

Les résultats de modélisation `COQUE_3D` pour les deux charges limites 1 et 4 sont corrects. L'erreur maximum est de 2.5% pour la maille `TRIA7` et de 2.8% pour la maille `QUAD9`. Par contre, l'erreur sur le déplacement vertical est plus importante. Elle est de 5.6% pour la maille `TRIA7` et de 5.9% pour la maille `QUAD9`.

Les résultats entre les deux charges limites 1 et 4 sont qualitativement corrects. On détecte bien les points limites 2 et 3. Quantitativement les valeurs des déplacements pour ces points sont bonnes à moins de 1% pour le point limite 2 et à moins de 5% pour le point limite 3. Au niveau des charges correspondantes, la charge au point limite 2 est très fortement sous-estimée (de l'ordre de 70%) et celle au point limite 3 fortement surestimée (de l'ordre de 20%).

Quelle que soit la maille, le comportement pré-flambement est correctement évalué. L'allure en post-flambement permet de déterminer correctement les déplacements aux points limites 2 et 3. Les charges obtenues sont plus éloignées de la solution de référence. A partir du point limite 4, on retrouve un bon accord entre la référence et notre solution.

Le coefficient de correction du cisaillement transverse `A_CIS` a été mis à 0.833, correspondant aux coques épaisses. La valeur ( $2500 = 10^6 \times H/L$ ) qui aurait dû être prise en compte ne permet pas d'effectuer les calculs, du fait d'un mauvais conditionnement des matrices de rigidité.

On trouve les mêmes résultats avec la modélisation `DKT` (mailles `TRIA3`) comme ceux avec la modélisation `COQUE_3D`.

On teste également le même calcul avec la modélisation `DKT` pour les mailles `QUAD4`. Cependant il converge mal à cause de sa mauvaise description pour la coque (courbée).