

---

## HSNV125 - Élément de volume en traction / cisaillement et température variables

---

### Résumé :

Ce test, proposé par l'IPSI pour la journée Phi2As du 30 Mars 2000 sur les comportements non linéaires permet de valider la bonne prise en compte de la variation des coefficients avec la température pour trois modèles de comportement élastoplastiques (plasticité parfaite, écrouissage cinématique linéaire, et écrouissage cinématique non linéaire) et un modèle élasto-visco-plastique en 3D, et de montrer la capacité de ces modèles à mettre en évidence un effet de rochet ou d'accommodation.

On teste également le modèle `VMIS_CIN2_MEMO`, permettant de prendre en compte l'effet de mémoire maximum d'écrouissage, avec des paramètres choisis pour correspondre à `VMIS_CIN2_CHAB`.

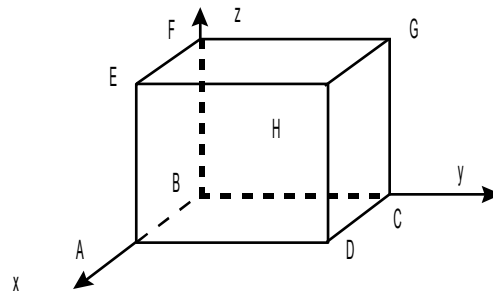
Cinq modélisations permettent de valider chacun de ces comportements. Deux modélisations supplémentaires permettent de tester d'une part l'optimisation du pas de temps en chargement thermique, et d'autre part le mot clé `TEMP_DEF_ALPHA`.

Les solutions de référence sont numériques. Elles sont obtenues avec le code Zébulon™.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Élément de volume matérialisé par un cube de côté unitaire ( 1 mm ) :



### 1.2 Propriétés des matériaux

Module d'Young :  $E(T) = 2 \cdot 10^5 - 10^5 \left( \frac{T-100}{960} \right)^2$  (en MPa)  $T$  en °Celsius

Coefficient de Poisson :  $n = 0.3$  ,

Coefficient de dilatation thermique sécant défini à partir de 20 °C :

$$\alpha(T) = 10^{-5} + 10^{-5} \left( \frac{T-100}{960} \right)^4 \quad (\text{en } ^\circ\text{C}^{-1})$$

Le matériau est élastoplastique avec différents types de comportement :

C1 : Plasticité parfaite :

$$\sigma_y(T) = 500 - 25 \left( \frac{T-100}{96} \right) \quad (\text{en MPa})$$

C2 : Écrouissage cinématique linéaire : (expression uniaxiale)

$$(\sigma - X)_{eq} = \sigma_y(T)$$

$$X = \frac{2}{3} C(T) \varepsilon^P$$

$$\sigma_y(T) = 100 \quad (\text{en MPa})$$

$$C(T) = 40000 - 3500 \left( \frac{T-100}{96} \right) \quad (\text{en MPa})$$

C3 : Écrouissage cinématique non linéaire : (expression uniaxiale)

$$(\sigma - X)_{eq} = \sigma_y(T)$$

$$X = \frac{2}{3} C(T) \alpha$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\varepsilon}^P - D(T) \alpha \dot{p}$$

$$\sigma_y(T) = 100 \quad (\text{en MPa})$$

$$C(T) = 2 \cdot 10^6 - 192500 \left( \frac{T-100}{96} \right) \quad (\text{en MPa})$$

$$D(T) = 5000 - 450 \left( \frac{T-100}{96} \right)$$

C4 : Viscoplasticité à écrouissage cinématique non linéaire : (expression uniaxiale)

$$(\sigma - X)_{eq} = R(T, p) + \sigma_y(T)$$

$$X = \frac{2}{3} C(T) \alpha$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\varepsilon}^P - D(T) \alpha \dot{p}$$

$$\dot{p} = \left\langle \frac{(\sigma - X)_{eq} - R(T, p)}{K} \right\rangle^n$$

$$R(p, T) = Q(t) (1 - e^{-b(t)p}) + \sigma_y(T)$$

$$\sigma_y(T) = 200 \quad (\text{en MPa}), \quad Q(t) = -100, \quad b(t) = 20$$

$$C(T) = 1 \cdot 10^6 - 98500 \left( \frac{T-100}{96} \right)$$

$$K(T) = 300 - 300 \left( \frac{T-700}{700} \right) \quad (\text{en MPa})$$

$$n(T) = 7 - \left( \frac{T-100}{160} \right)$$

$$D(T) = 5000 - 5(T-100)$$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

Tels que les états de contraintes et de déformation soient uniformes dans l'élément de volume :

- Point *B* bloqué en *x*, *y* et *z*. Point *A* bloqué en *z*,  $Dx=0$  sur la face *ADHE*
- Déplacement imposé sur la face *BCFG* :  $Dx$

Forces tangentielles réparties  $F_c$  produisant un état de cisaillement constant dans le cube SIXY :

- $F_y$  sur les faces *ADHE* et *BCFG*
- $F_x$  sur les faces *DCHG* et *ABEF*.

Température uniforme  $T(t)$  sur le cube. La température de référence vaut  $20^\circ\text{C}$ .

$Dx$ ,  $F_c$  et  $T$  varient en fonction du temps de la façon suivante :

instant $t(s)$	0	1	61	121	181	241	301	361	421	481
$F_c(t)$ ( Mpa )	0	100	100	100	100	100	100	100	100	100
$Dx(t)$ ( mm )	0	0	-0.02	0	-0.02	0	-0.02	0	-0.02	0
$T(t)$ ( °C )	1060	1060	100	1060	100	1060	100	1060	100	1060

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Résultats numériques obtenus avec le code Zébulon™ et proposés comme solutions de référence pour la journée  $\phi^2As$  [bib1].

### 2.2 Résultats de référence

Évolution de la contrainte axiale  $SIXX$ , de la déformation axiale  $EPXX$  et de la déformation de cisaillement  $EPXY$  (en un point quelconque du volume car les champs  $y$  sont homogènes) en fonction du temps pour le dernier cycle.

**Remarque :**

La déformation  $EPXX$  indiquée en référence est la déformation à partir de l'instant 0. Dans Code\_Aster, on effectue un calcul préliminaire à partir d'un instant où la température est égale à la température de référence. On ajoute donc la déformation correspondante (0.0208) à  $EPXX$ .

plasticité parfaite	Instant (s)	$SIXX$ (Mpa)	$EPXX$	$EPXX$ tot	$EPXY$
	421	-469.15	$-2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$1.4658 \cdot 10^{-2}$
maximum local de $SIXX$	447.4	349.52			$1.4832 \cdot 10^{-2}$
	461.8	281			$1.5527 \cdot 10^{-2}$
	478.6	-195.84			$1.6161 \cdot 10^{-2}$
fin du cycle	481	-180.52	0	$2.08 \cdot 10^{-2}$	$1.7483 \cdot 10^{-2}$
écr. ciné. linéaire	Instant (s)	$SIXX$ (Mpa)	$EPXX$	$EPXX$ tot	$EPXY$
	421	-72.91	$-2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$5.4288 \cdot 10^{-3}$
maximum local de $SIXX$	453.4	200.68			$5.5542 \cdot 10^{-3}$
	461.8	188.66			$5.7411 \cdot 10^{-3}$
	471.4	5.84			$5.9022 \cdot 10^{-3}$
fin du cycle	481	-75.29	0	$2.08 \cdot 10^{-2}$	$8.2185 \cdot 10^{-3}$
écr. ciné. non linéaire	Instant (s)	$SIXX$ (Mpa)	$EPXX$	$EPXX$ tot	$EPXY$
	421	-414.63	$-2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$1.1528 \cdot 10^{-2}$
maximum local de $SIXX$	454.6	369.6			$1.2022 \cdot 10^{-2}$
	465.4	284.24			$1.2302 \cdot 10^{-2}$
	472.6	79.88			$1.2471 \cdot 10^{-2}$
fin du cycle	481	-118.65	0	$2.08 \cdot 10^{-2}$	$1.5157 \cdot 10^{-2}$
écr. ciné. non linéaire	Instant (s)	$SIXX$ (Mpa)	$EPXX$	$EPXX$ tot	$EPXY$
	421	-337.04	$-2 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-4}$	$1.4608 \cdot 10^{-2}$
maximum local de $SIXX$	449.8	320.54			$1.5251 \cdot 10^{-2}$
	465.4	211.13			$1.5917 \cdot 10^{-2}$
	473.8	-31.97			$1.6086 \cdot 10^{-2}$
fin du cycle	481	-89.69	0	$2.08 \cdot 10^{-2}$	$1.9981 \cdot 10^{-2}$

On teste aussi le maximum en élasticité de  $SIXX = 884.234 \text{ MPa}$  pour une température de  $668.2^\circ \text{C}$ .

### 2.3 Précision sur les résultats de référence

Les résultats dépendant fortement de la discrétisation temporelle, on peut estimer la précision de la solution, obtenue pour une discrétisation fine, à 1%.

### 2.4 Références bibliographique

[1] IPSI : journée d'étude  $\phi^2$ As du 30 mars 2000 : comportements non linéaires des matériaux.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement  $CI$  : plasticité parfaite, en 3D. 1 pas de temps entre  $t=-1$  et  $t=0$ , 10 pas de temps entre  $t=0$  et  $t=1$  et 1 pas de temps par seconde ensuite.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence
SIXX NEUD 1	421	-469.15
SIXX NEUD 1	447.4	349.52
SIXX NEUD 1	461.8	281
SIXX NEUD 1	478.6	-195.84
SIXX NEUD 1	481	-180.52

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NEUD 1	421	$8 \cdot 10^{-4}$
EPXX NEUD 1	481	$2.08 \cdot 10^{-2}$

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NEUD 1	421	$1.4658 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	447.4	$1.4832 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	461.8	$1.5527 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	478.6	$1.6161 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	481	$1.7483 \cdot 10^{-2}$

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement *C2* : écrouissage cinématique linéaire, en 3D (comportement VMIS\_CINE\_LINE). 972 pas de temps au total (1 pas correspond à 0.5 seconde). On simule aussi ce comportement avec VMIS\_CIN1\_CHAB. Les résultats sont identiques.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence
SIXX NŒUD 1	421	-72.91
SIXX NŒUD 1	453.4	200.68
SIXX NŒUD 1	461.8	188.66
SIXX NŒUD 1	471.4	5.84
SIXX NŒUD 1	481	-75.29

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NŒUD 1	421	$8 \cdot 10^{-4}$
EPXX NŒUD 1	481	$2.08 \cdot 10^{-2}$

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NŒUD 1	421	$5.4288 \cdot 10^{-3}$
EPXY NŒUD 1	453.4	$5.5542 \cdot 10^{-3}$
EPXY NŒUD 1	461.8	$5.7411 \cdot 10^{-3}$
EPXY NŒUD 1	471.4	$5.9022 \cdot 10^{-3}$
EPXY NŒUD 1	481	$8.2185 \cdot 10^{-3}$

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement *C3* : écrouissage cinématique non linéaire en 3D. Il est modélisé avec les comportements VMIS\_CIN1\_CHAB et VMIS\_CIN2\_CHAB, qui donnent le même résultat.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence
SIXX NŒUD 1	421	-414.63
SIXX NŒUD 1	454.6	369.6
SIXX NŒUD 1	465.4	284.24
SIXX NŒUD 1	472.6	79.88
SIXX NŒUD 1	473	-
SIXX NŒUD 1	481	-118.65

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NŒUD 1	421	$8 \cdot 10^{-4}$
EPXX NŒUD 1	481	$2.08 \cdot 10^{-2}$

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NŒUD 1	421	$1.1528 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	454.6	$1.2022 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	465.4	$1.2302 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	472.6	$1.2471 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	481	$1.5157 \cdot 10^{-2}$

Comportement	Valeur testée	Instant(s)	Référence
VMIS_CIN1_CHAB	SIXX	24	581.5
	SIXX	61	-273.45
	SIXX	91	404.2
	SIXX	121	-117.1
	EPXY	61	$2.232 \cdot 10^{-3}$
	EPXY	121	$6.017 \cdot 10^{-3}$
VMIS_CIN2_CHAB	SIXX	24	581.5
	SIXX	61	-273.45
	SIXX	91	404.2
	SIXX	121	-117.1
	EPXY	61	$2.232 \cdot 10^{-3}$
	EPXY	121	$6.017 \cdot 10^{-3}$

Tableau 5.3-1: Valeurs de non régression au premier cycle



## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement *C4* : viscoplasticité à écrouissage cinématique non linéaire en 3D. Il est modélisé avec le comportement *viscochab*.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence
SIXX NŒUD 1	481	-337.04
SIXX NŒUD 1	510	320.54
SIXX NŒUD 1	525	211.13
SIXX NŒUD 1	534	-31.97
SIXX NŒUD 1	579	-89.79

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NŒUD 1	481	$8 \cdot 10^{-4}$
EPXX NŒUD 1	579	$2.08 \cdot 10^{-2}$

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NŒUD 1	481	$1.4608 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	510	$1.5251 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	525	$1.5917 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	534	$1.6086 \cdot 10^{-2}$
EPXY NŒUD 1	579	$1.9981 \cdot 10^{-2}$

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Comportement VMIS\_CIN2\_MEMO : écrouissage cinématique non linéaire, pouvant prendre en compte l'effet de mémoire maxi d'écrouissage. Il est comparé avec les comportements VMIS\_CIN1\_CHAB et VMIS\_CIN2\_CHAB.

Les paramètres gérant l'effet de mémoire sont :

- $ETA=0.5$
- $Q0=Qm=0$
- $Mu=0$

Ce qui conduit à effectuer tous les calculs relatifs à l'effet de mémoire sans modifier les résultats en comparaison de VMIS\_CIN2\_CHAB.

### 7.2 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence	Code_Aster	% diff
SIXX NEUD 1	421	-414.63	-415.03	0.1
SIXX NEUD 1	454.6	369.6	369.52	-0.02
SIXX NEUD 1	465.4	284.24	290.9 (t=465)	2.3
SIXX NEUD 1	472.6	79.88	Pas de résultat à cet instant	-
SIXX NEUD 1	473	-	65.45	non régression
SIXX NEUD 1	481	-118.65	-118.98	0.3

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NEUD 1	421	$8 \cdot 10^{-4}$
EPXX NEUD 1	481	$2.08 \cdot 10^{-2}$

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NEUD 1	421	$1.1528 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	454.6	$1.2022 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	465.4	$1.2302 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	472.6	$1.2471 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	481	$1.5157 \cdot 10^{-2}$

Comportement	Valeur testée	Instant(s)	Référence
VMIS_CIN2_MEMO	SIXX	24	581.5
	SIXX	61	-273.45
	SIXX	91	404.2
	SIXX	121	-117.1
	EPXY	61	$2.232 \cdot 10^{-3}$
	EPXY	121	$6.017 \cdot 10^{-3}$

Tableau 7.2-1: Valeurs de non régression au premier cycle

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation B : Comportement C2 : écrouissage cinématique linéaire, en 3D (comportement VMIS\_CINE\_LINE). 972 pas de temps au total (1 pas correspond à 0.5 seconde).

La modélisation sert à tester le mot clé TEMP\_DEF\_ALPHA : le coefficient de dilatation sécant est transformé de façon à être défini à partir de TEMP\_DEF\_ALPHA= Tdef = -100 °C : au lieu d'utiliser

$$\alpha(T) \text{ défini auparavant : } \alpha(T) = 10^{-5} + 10^{-5} \left( \frac{T-100}{960} \right)^4 \text{ (en } ^\circ\text{C}^{-1} \text{)}$$

on utilise  $\alpha_{tdef}(T)$  avec :

$$\alpha_{tdef}(T) = \frac{\alpha(T)(T - T_{ref}) + \alpha(T_{Def})(T_{ref} - T_{Def})}{(T - T_{Def})} = \frac{\alpha(T)(T - 20) + \alpha(-100)(20 - (-100))}{(T - (-100))}$$

Cette transformation ne doit pas changer les résultats, qui doivent rester identiques à la modélisation B.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

### 8.3 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence
SIXX NŒUD 1	421	-72.91
SIXX NŒUD 1	453.4	200.68
SIXX NŒUD 1	461.8	188.66
SIXX NŒUD 1	471.4	5.84
SIXX NŒUD 1	481	-75.29

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NŒUD 1	421	8 10 <sup>-4</sup>
EPXX NŒUD 1	481	2.08 10 <sup>-2</sup>

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NŒUD 1	421	5.4288 10 <sup>-3</sup>
EPXY NŒUD 1	453.4	5.5542 10 <sup>-3</sup>
EPXY NŒUD 1	461.8	5.7411 10 <sup>-3</sup>
EPXY NŒUD 1	471.4	5.9022 10 <sup>-3</sup>
EPXY NŒUD 1	481	8.2185 10 <sup>-3</sup>

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Les données de cette modélisation est identique à la modélisation D : Comportement *C4* : écrouissage cinématique non linéaire, viscosité, en 3D, mais avec le comportement VISC\_CIN1\_CHAB. 579 pas de temps au total (60 pas par cycle).

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille HEXA8.

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Contrainte SIXX (MPa)	Instant(s)	Référence
SIXX NEUD 1	481	-337.04
SIXX NEUD 1	510	320.54
SIXX NEUD 1	525	211.13
SIXX NEUD 1	534	-31.97
SIXX NEUD 1	579	-89.79

Déformation EPXX	Instant(s)	Référence
EPXX NEUD 1	481	$8 \cdot 10^{-4}$
EPXX NEUD 1	579	$2.08 \cdot 10^{-2}$

Déformation EPXY	Instant(s)	Référence
EPXY NEUD 1	481	$1.4608 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	510	$1.5251 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	525	$1.5917 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	534	$1.6086 \cdot 10^{-2}$
EPXY NEUD 1	579	$1.9981 \cdot 10^{-2}$

Les écarts relativement importants sont dus à la discrétisation en temps (relativement grossière ici, permettant le calcul complet en 60s environ). En raffinant le pas de temps, la convergence est bonne.

Les tests sont doublés dans le fichier de commandes de tests de non régression.

## 10 Synthèse des résultats

---

Ce test permet de mettre en évidence les effets de chargements cycliques (accommodation ou rochet) avec variation des coefficients des comportements élastoplastiques avec la température.

Ce test permet donc de valider l'intégration des comportements VMIS\_ISOT\_LINE, VMIS\_CINE\_LINE, VMIS\_CIN1\_CHAB, VMIS\_CIN2\_CHAB, VISC\_CIN1\_CHAB, VMIS\_CIN2\_MEMO et VISCOCHAB par rapport à la variation des coefficients avec la température et la prise en compte des chargements cycliques.

Il permet de plus de valider la bonne prise en compte d'une température de définition du coefficient de dilatation sécant différente de la température de référence.