WTNV141 – Validation d'un chargement évolutif pour un problème hydromécanique saturé

Résumé :

Ce test a pour but de valider le mot-clef `EVOL_CHAR` en THM en 2D et en 3D. On dispose d'une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

En 2D, on considère un carré de côté $1\mathrm{m}$. En 3D, on considère un cube de côté $1\mathrm{m}$.

1.2 Propriétés du matériau

Perméabilité intrinsèque : $\kappa=0.05\,m^2.Pa^{-1}.s^{-1}$
Coefficient de Biot : $b=1.$
Module de Young : $E=2.5\,Pa$
Coefficient de Poisson : $\nu=0.25$

On a donc les coefficients de Lamé suivants : $\lambda=\mu=1.0\,\mathrm{Pa}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites sont les conditions de Dirichlet correspondantes à la solution analytique dont on dispose.

En 2D, on définit $A=2\times\pi^2\times\kappa$ et on définit le chargement mécanique volumique :

$$f(t,x,y)=\begin{bmatrix}\cos(\pi x)\sin(\pi y)\\ \sin(\pi x)\cos(\pi y)\end{bmatrix}\pi e^{-At}\left[-(\lambda+2\mu)+b\right]$$

En 3D, on définit $A=3\times\pi^2\times\kappa$ et on définit le chargement mécanique volumique :

$$f(t,x,y,z)=\begin{bmatrix}\cos(\pi x)\sin(\pi y)\sin(\pi z)\\ \sin(\pi x)\cos(\pi y)\sin(\pi z)\\ \sin(\pi x)\sin(\pi y)\cos(\pi z)\end{bmatrix}\pi e^{-At}\left[-(\lambda+2\mu)+b\right]$$

1.4 Conditions initiales

Les conditions initiales correspondent à la solution analytique dont on dispose.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On rappelle le système d'équations que l'on résout :

$$\begin{cases} -\nabla\cdot\sigma(u)+b\nabla p & =f \\ \partial_t(\nabla\cdot u)-\kappa\Delta p & =0 \end{cases}$$

où $\sigma(u)=\lambda\nabla\cdot u I_d+2\mu\varepsilon(u)$ et I_d désigne la matrice identité en dimension d .

En 2D, on a la solution analytique suivante:

$$p(t,x,y)=e^{-At}\sin(\pi x)\sin(\pi y)$$

$$u(t,x,y)=-\begin{bmatrix}\cos(\pi x)\sin(\pi y)\\ \sin(\pi x)\cos(\pi y)\end{bmatrix}\frac{e^{-At}}{2\pi}$$

En 3D, on a la solution analytique suivante :

$$p(t,x,y)=e^{-At}\sin(\pi x)\sin(\pi y)\sin(\pi z)$$

$$u(t,x,y)=-\begin{bmatrix}\cos(\pi x)\sin(\pi y)\sin(\pi z)\\ \sin(\pi x)\cos(\pi y)\sin(\pi z)\\ \sin(\pi x)\sin(\pi y)\cos(\pi z)\end{bmatrix}\frac{e^{-At}}{3\pi}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On compare la solution numérique à la solution analytique en 3 points distincts du maillage (en déplacements et en pression).

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est `D_PLAN_HMS`. La durée de la simulation est fixée à $T_1=0.1\,s$ avec 10 pas de temps.

3.2 Caractéristiques du maillage

2048 mailles `TRIA6`.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la solution numérique à l'instant final $T_1=0.1\,s$ en 3 nœuds.

Nom nœud	X (m)	Y (m)	Solution analytique		Erreur relative
$N25$	0.75	0.75	PRE1	4.53E-1	0.7%
			DX	7.21E-2	0.2%
			DY	7.21E-2	0.2%
$N40$	0.875	0.125	PRE1	1.33E-1	0.75%
			DX	5.10E-2	0.2%
			DY	-5.10E-2	0.2%
$N35$	0.375	0.625	PRE1	7.73E-1	0.8%
			DX	-5.10E-2	0.2%
			DY	5.10E-2	0.2%

Tableau 3.3-1

3.4 Remarques

Les résultats numériques sont en très bon accord avec les résultats analytiques.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D_HMS. La durée de la simulation est fixée à $T_1=0.01\,s$ avec 4 pas de temps.

4.2 Caractéristiques du maillage

1000 mailles HEXA20.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la solution numérique à l'instant final $T_1=0.1\,s$ en 3 nœuds distincts.

Nom nœud	X (m)	Y (m)	Z (m)	Solution analytique		Erreur relative
N1948	0.8	0.2	0.2	PRE1	2.00E-1	1.2%
				DX	2.92E-2	0.2%
				DY	-2.92E-2	0.2%
				DZ	-2.92E-2	0.2%
N1900	0.2	0.8	0.2	PRE1	2.00E-1	1.2%
				DX	-2.92E-2	0.2%
				DY	2.92E-2	0.2%
				DZ	-2.92E-2	0.2%
N2380	0.2	0.2	0.8	PRE1	2.00E-1	1.2%
				DX	-2.92E-2	0.2%
				DY	-2.92E-2	0.2%
				DZ	2.92E-2	0.2%

Tableau 4.3-1

4.4 Remarques

Les résultats numériques sont en très bon accord avec les résultats analytiques.

5 Synthèse des résultats

Les résultats numériques sont en parfait accord avec les solutions analytiques.