

WTNV141 – Validation d'un chargement évolutif pour un problème hydromécanique saturé

Résumé :

Ce test a pour but de valider le mot-clef `EVOL_CHAR` en THM en 2D et en 3D. On dispose d'une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

En 2D, on considère un carré de côté 1 m . En 3D, on considère un cube de côté 1 m .

1.2 Propriétés du matériau

Perméabilité intrinsèque : $\kappa = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{Pa}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$

Coefficient de Biot : $b = 1$.

Module de Young : $E = 2.5 \text{ Pa}$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.25$

On a donc les coefficients de Lamé suivants : $\lambda = \mu = 1.0 \text{ Pa}$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Les conditions aux limites sont les conditions de Dirichlet correspondantes à la solution analytique dont on dispose.

En 2D, on définit $A = 2 \times \pi^2 \times \kappa$ et on définit le chargement mécanique volumique :

$$f(t, x, y) = \begin{bmatrix} \cos(\pi x) \sin(\pi y) \\ \sin(\pi x) \cos(\pi y) \end{bmatrix} \pi e^{-At} [-(\lambda + 2\mu) + b]$$

En 3D, on définit $A = 3 \times \pi^2 \times \kappa$ et on définit le chargement mécanique volumique :

$$f(t, x, y, z) = \begin{bmatrix} \cos(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z) \\ \sin(\pi x) \cos(\pi y) \sin(\pi z) \\ \sin(\pi x) \sin(\pi y) \cos(\pi z) \end{bmatrix} \pi e^{-At} [-(\lambda + 2\mu) + b]$$

1.4 Conditions initiales

Les conditions initiales correspondent à la solution analytique dont on dispose.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

On rappelle le système d'équations que l'on résout :

$$\begin{cases} -\nabla \cdot \sigma(u) + b \nabla p = f \\ \partial_t (\nabla \cdot u) - \kappa \Delta p = 0 \end{cases}$$

où $\sigma(u) = \lambda \nabla \cdot u I_d + 2\mu \varepsilon(u)$ et I_d désigne la matrice identité en dimension d .

En 2D, on a la solution analytique suivante:

$$p(t, x, y) = e^{-At} \sin(\pi x) \sin(\pi y)$$
$$u(t, x, y) = - \begin{bmatrix} \cos(\pi x) \sin(\pi y) \\ \sin(\pi x) \cos(\pi y) \end{bmatrix} \frac{e^{-At}}{2\pi}$$

En 3D, on a la solution analytique suivante :

$$p(t, x, y) = e^{-At} \sin(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z)$$
$$u(t, x, y) = - \begin{bmatrix} \cos(\pi x) \sin(\pi y) \sin(\pi z) \\ \sin(\pi x) \cos(\pi y) \sin(\pi z) \\ \sin(\pi x) \sin(\pi y) \cos(\pi z) \end{bmatrix} \frac{e^{-At}}{3\pi}$$

2.2 Grandeurs et résultats de référence

On compare la solution numérique à la solution analytique en 3 points distincts du maillage (en déplacements et en pression).

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est D_PLAN_HMS. La durée de la simulation est fixée à $T_1=0.1s$ avec 10 pas de temps.

3.2 Caractéristiques du maillage

2048 mailles TRIA6.

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la solution numérique à l'instant final $T_1=0.1s$ en 3 nœuds.

Nom nœud	$X (m)$	$Y (m)$	Solution analytique		Erreur relative
N25	0.75	0.75	PRE1	4.53E-1	0.7%
			DX	7.21E-2	0.2%
			DY	7.21E-2	0.2%
N40	0.875	0.125	PRE1	1.33E-1	0.75%
			DX	5.10E-2	0.2%
			DY	-5.10E-2	0.2%
N35	0.375	0.625	PRE1	7.73E-1	0.8%
			DX	-5.10E-2	0.2%
			DY	5.10E-2	0.2%

Tableau 3.3-1

3.4 Remarques

Les résultats numériques sont en très bon accord avec les résultats analytiques.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

La modélisation utilisée est 3D_HMS. La durée de la simulation est fixée à $T_1 = 0.01 s$ avec 4 pas de temps.

4.2 Caractéristiques du maillage

1000 mailles HEXA20.

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la solution numérique à l'instant final $T_1 = 0.1 s$ en 3 nœuds distincts.

Nom nœud	$X (m)$	$Y (m)$	$Z (m)$	Solution analytique		Erreur relative
N1948	0.8	0.2	0.2	PRE1	2.00E-1	1.2%
				DX	2.92E-2	0.2%
				DY	-2.92E-2	0.2%
				DZ	-2.92E-2	0.2%
N1900	0.2	0.8	0.2	PRE1	2.00E-1	1.2%
				DX	-2.92E-2	0.2%
				DY	2.92E-2	0.2%
				DZ	-2.92E-2	0.2%
N2380	0.2	0.2	0.8	PRE1	2.00E-1	1.2%
				DX	-2.92E-2	0.2%
				DY	-2.92E-2	0.2%
				DZ	2.92E-2	0.2%

Tableau 4.3-1

4.4 Remarques

Les résultats numériques sont en très bon accord avec les résultats analytiques.

5 Synthèse des résultats

Les résultats numériques sont en parfait accord avec les solutions analytiques.