
HSNV103 - Thermo-plasticité et métallurgie en déformations planes

Résumé :

On traite la détermination de l'évolution mécanique d'un parallépipède rectangle en déformations planes soumis à des évolutions thermique $T(t)$ et métallurgique $Z(t)$ connues et uniformes (la transformation métallurgique est de type bainitique).

Les éléments utilisés sont des éléments bidimensionnels en déformations planes et la relation de comportement est la plasticité de von Mises avec écrouissage isotrope linéaire (pour la modélisation B, on tient également compte de la plasticité de transformation).

La limite élastique et la pente de la courbe de traction dépendent de la température et de la composition métallurgique.

Le coefficient de dilatation α dépend de la composition métallurgique.

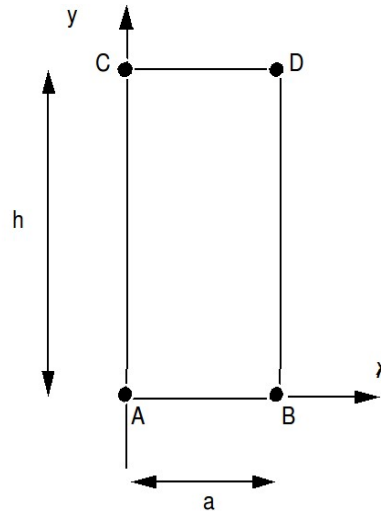
Pour la modélisation A (sans plasticité de transformation), la solution de référence est obtenue par la résolution analytique du problème. Pour la modélisation B (avec plasticité de transformation), la solution de référence est obtenue par la résolution numérique du problème en utilisant des éléments axisymétriques pour lesquels on impose la condition de déformations planes.

Les résultats fournis par *Code_Aster* sont très satisfaisants avec des erreurs inférieures à 0,5 %.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Largeur : $a = 0.05 \text{ m}$
Hauteur : $h = 0.2 \text{ m}$



1.2 Propriétés des matériaux

$E = 200000 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$\sigma_y^{aust} = \sigma_o^{aust} + s^{aust} (T - T^o)$	notons $H(t) = \frac{\alpha(t) \cdot E(t)}{E(t) - \alpha(t)}$
$\nu = 0.3$	$\sigma_o^{aust} = 400 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$H^{aust} = H_o^{aust} + \lambda^{aust} (T - T^o)$
$\alpha_{fbm} = 15 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$s^{aust} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$H_o^{aust} = 1250 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$\alpha_{aust} = 23.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$\sigma_y^{fbm} = \sigma_o^{fbm} + s^{fbm} (T - T^o)$	$\lambda^{aust} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
$\varepsilon_{ref\,fbm} = 2.52 \cdot 10^{-3}$	$\sigma_o^{fbm} = 530 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$H^{fbm} = H_o^{fbm} + \lambda^{fbm} (T - T^o)$
$T^{ref} = 900^\circ\text{C}$	$s^{fbm} = 0.5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$H_o^{fbm} = -50 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$\rho \cdot cp = 2\,000\,000 \text{ J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda = 9999.9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$	$\lambda^{fbm} = -5 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$
		$k^{fbm} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$

- *^{aust} = caractéristiques relatives à la phase austénitique
- *^{fbm} = caractéristiques relatives aux phases ferritique, bainitique et martensitique
- α_{fbm} = coefficient de dilatation thermique des phases ferritique, bainitique et martensitique
- α_{aust} = coefficient de dilatation de la phase austénitique
- $\varepsilon_{ref\,fbm}$ = déformation des phases ferritique, bainitique et martensitique à la température de référence, l'austénite étant considérée comme non déformée à cette température : traduit la différence de compacité entre les structures cristallographiques cubiques à faces centrées (austénite) et cubiques centrées (ferrite).

TRC pour modéliser une évolution métallurgique de type bainitique, sur toute la structure, de la forme :

$$Z_{fbm} = \begin{cases} 0. & \text{si } t \leq \tau_1 & \tau_1 = 60 \text{ s} \\ \frac{t - \tau_1}{\tau_2 - \tau_1} & \text{si } \tau_1 \leq t < \tau_2 & \tau_2 = 112 \text{ s} \\ 1. & \text{si } t \geq \tau_2 \end{cases}$$

Loi de plasticité de transformation : $\dot{\varepsilon}^{pt} = K^{fbm} F(Z_{fbm}) \dot{Z}_{fbm}$
avec $F(Z_{fbm}) = Z_{fbm} (Z - Z_{fbm})$

Notations : $T(\tau_1) = T_1$
 $T(\tau_2) = T_2$

1.3 Conditions aux limites et chargements

$u_y = 0$ sur le côté AB ; $u_x = 0$ en A .

$T = T^0 + \mu t$, $\mu = -5^\circ \text{C.s}^{-1}$ sur toute la structure.

Le chargement sur la structure est dû aux phénomènes de dilatation thermique et métallurgique contraints dans la direction z par la condition de déformations planes.

1.4 Conditions initiales

$$T^0 = 900^\circ \text{C} = T^{ref}$$

2 Solution de référence (pour la modélisation A)

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avant transformation, solution thermo-élastique jusqu'en t_1 tel que :

$$\sigma_{zz} = -E \varepsilon^{th} = \sigma_y \Leftrightarrow T - T^0 = \frac{-\sigma_y}{E \alpha + s} = 76.92^\circ C$$

$$\Leftrightarrow t_1 = 15.38 s$$

$$\text{donc pour } t \leq t_1 : \sigma_{zz} = -E \alpha_y (T - T^0)$$

Avant transformation, et pour $t \geq t_1$, solution thermo-élasto-plastique telle que :

$$\varepsilon_{zz} = 0 \text{ et } \sigma_{zz} = R \varepsilon_{zz}^p + \sigma_y$$

$$\text{d'où } \varepsilon_{xx}^p = \frac{-\sigma_y (T) - E \alpha_y (T - T^0)}{E + R(T)} \text{ et } \sigma_{zz} = -E (\varepsilon_{zz}^p + \alpha_y (T - T^0))$$

Pendant la transformation, on reste en charge tant que $\dot{\varepsilon}^{th} < 0$

$$\dot{\varepsilon}^{th} = 0 \Leftrightarrow T = \frac{(\alpha_\alpha - \alpha_y) T^0 - \varepsilon_{réf. fbm} + \alpha_\alpha T_1 - \alpha_y T_2}{2(\alpha_\alpha - \alpha_y)} = 538.82^\circ C$$

$$\Leftrightarrow t = t_2 = 72.23 s$$

pour $T > 538.82^\circ C$

on a donc une solution thermo-élasto-plastique avec changement de phase :

$$\varepsilon_{zz}^p = \frac{-\sigma_y (T, Z) - E [\alpha(Z)(T - T^0) + Z \varepsilon_{réf. fbm}]}{E + R(T, Z)} \text{ et } \sigma_{zz} = -E (\varepsilon_{zz}^p + \alpha(Z)(T - T^0) + Z \varepsilon_{réf. fbm})$$

et pour $T < 538.82^\circ C$

on a donc une solution thermo-élastique avec changement de phase :

$$\sigma_{zz} = -E [\alpha(Z)(T - T^0) + Z \varepsilon_{réf. fbm} + \varepsilon_{zz}^p(t_2)]$$

Après la transformation, on replastifie quand : $\sigma_{zz} = R(T, Z) \varepsilon_{zz}^p + \sigma_y(T, Z)$

$$\text{avec } \varepsilon_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E} + \alpha_\alpha (T - T^0) + \varepsilon_{réf. fbm} = 0$$

$$\text{soit } T = 267.06^\circ C$$

et on a donc pour $T < 267.06^\circ C$:

$$\varepsilon_{zz}^p = \frac{E [-\varepsilon_{réf. fbm} - \alpha_\alpha (T - T^0)] - \sigma_y (T, Z)}{R(Z, T) + E} \text{ et } \sigma_{zz} = R(T, Z) \varepsilon_{zz}^p + \sigma_y (T, Z)$$

2.2 Résultats de référence

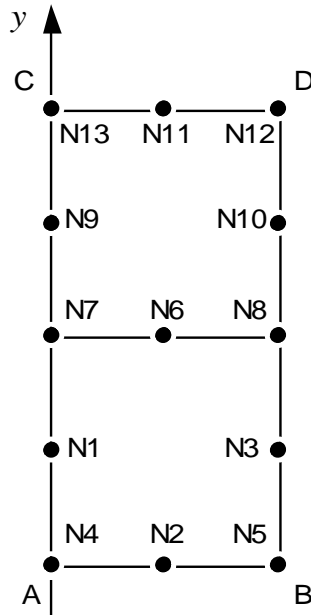
À $t=16 s$:	χ	p	ε_{xx}	σ_{zz}
À $t=60 s$:	χ	p	ε_{xx}	σ_{zz}
À $t=72 s$:	χ	p		
À $t=112 s$:	χ	p		σ_{zz}
À $t=176 s$:	χ		ε_{xx}	σ_{zz}

2.3 Bibliographie

- 1) DONORE A.M. - WAECKEL F. - Influence des transformations structurales dans les lois de comportement élasto-plastiques Note HI-74/93/024.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 13.

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

4 Résultats de la modélisation A

4.1 Valeurs testées

On teste les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence
INST pour NUME ORDRE= 176	176,0
ITER GLOB pour NUME ORDRE=176	2

Identification	Référence
ε_{xx} $t=16 s$	$-2.4599 \cdot 10^{-3}$
χ $t=16 s$	1
σ $t=16 s$	$360.13 \cdot 10^6$
p $t=16 s$	$7.9345 \cdot 10^{-5}$
ε_{xx} $t=60 s$	$-1.0309 \cdot 10^{-2}$
p $t=60 s$	$5.7213 \cdot 10^{-3}$
σ $t=60 s$	$265.73 \cdot 10^6$
p $t=72 s$	$5.8420 \cdot 10^{-3}$
χ $t=112 s$	0
σ $t=112 s$	$12.82 \cdot 10^6$
p $t=112 s$	$5.8421 \cdot 10^{-3}$
ε_{xx} $t=176 s$	$-1.5886 \cdot 10^{-2}$
χ $t=176 s$	1
σ $t=176 s$	$133.55 \cdot 10^6$

4.2 Remarques

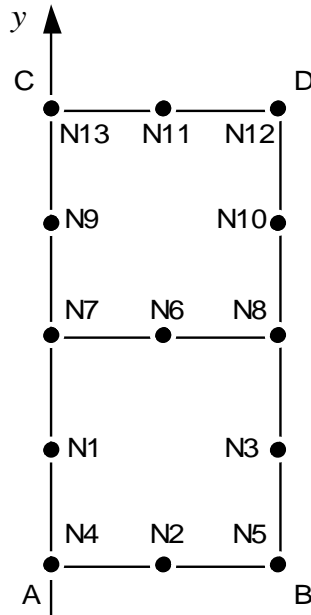
Dans cette modélisation :

$$\varepsilon_{zz}^{pl}(T, Z)=0$$

L'erreur sur la déformation plastique cumulée à 72 secondes provient en fait de l'erreur commise sur la description numérique de la transformation métallurgique qui est, à cet instant, d'environ 0,5%.

5 Modélisation B

5.1 Caractéristiques de la modélisation



$A=N4$, $B=N5$, $C=N13$, $D=N12$.

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 13.

Nombre de mailles et types : 2 mailles QUAD8, 6 mailles SEG3.

6 Résultats de la modélisation B

6.1 Valeurs testées

Identification		Référence
σ	$t=60\text{ s}$	$265.73\ 10^6$
p	$t=60\text{ s}$	$5.7213\ 10^{-3}$
ε_{yy}	$t=89\text{ s}$	$-1.0325\ 10^{-2}$
p	$t=89\text{ s}$	$5.7213\ 10^{-3}$
σ	$t=89\text{ s}$	$-13.545\ 10^6$
ε_{yy}	$t=112\text{ s}$	$-8.9197\ 10^{-3}$
σ	$t=112\text{ s}$	$101.39\ 10^6$
p	$t=112\text{ s}$	$5.7213\ 10^{-3}$
ε_{yy}	$t=176\text{ s}$	$-1.5884\ 10^{-2}$
p	$t=176\text{ s}$	$9.3610\ 10^{-2}$
σ	$t=176\text{ s}$	$130.72\ 10^6$

6.2 Remarques

Dans cette modélisation, on prend en compte le terme dû à la plasticité de transformation :

$$\dot{\varepsilon}^{pt}(Z, T) \neq 0 \text{ lorsque } \dot{Z} \neq 0$$

La solution de référence est obtenue par la résolution numérique du problème avec des éléments axisymétriques pour lesquels on impose la condition de déformations planes.

7 Synthèse des résultats

Les résultats trouvés avec *Code_Aster* sont très satisfaisants, avec des pourcentages d'erreur inférieurs à 0.5%.