

---

## HSNS101 - Plaque carrée en traction et température variables. Contraintes planes méthode DE BORST

---

### Résumé :

Ce test, inspiré de celui proposé par l'IPSI pour la journée Phi2As du 30 Mars 2000 (test HSNV124) permet de valider la méthode de Borst pour traiter la condition de contraintes planes pour un comportement non linéaire quelconque. En particulier, on teste ici la méthode pour les comportements `VMIS_CINE_LINE`, `VMIS_CIN1_CHAB` et `VMIS_CIN2_CHAB`, par comparaison à `VMIS_ECMI_LINE`, qui utilise une méthode d'intégration directe des contraintes planes. Tous les paramètres de ces différents modèles sont ajustés de façon à reproduire en fait le même comportement.

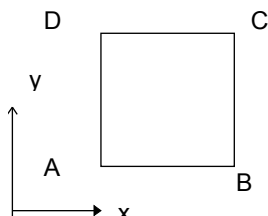
Quatre modélisations permettent de valider les contraintes planes (méthode de Borst).

Les résultats sont comparés à ceux du test HSNV124 (référence analytique).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie

Élément de volume matérialisé par une plaque carrée  $ABCD$  de côté unitaire (  $1\text{ mm}$  ) :



### 1.2 Propriétés des matériaux

$$E = 2.10^5 \text{ MPa}, \quad \nu = 0.3, \quad \alpha = 2.10^5 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

Le matériau est élastoplastique avec un écrouissage cinématique linéaire :

$$\sigma = \pm \sigma_y(T) + C(T) \varepsilon^p$$

$$SIGY = 200. - 1.7.T \text{ (en MPa)}$$

$$\text{Module d'écrouissage } D\_SIGM\_EPSI = C(T) = 1000 + 2990.T \text{ (en MPa)}$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Tels que l'état de contraintes et de déformation soient uniformes dans l'élément de volume :

Point  $A$  bloqué en  $x$  et  $y$ .

$$DY = 0 \text{ sur } AB$$

Force répartie sur  $CD$  :  $Fy$

Température uniforme  $T$  sur  $ABCD$ . La température de référence vaut  $0^\circ\text{C}$ .

$Fy$  et  $T$  varient en fonction du temps de la façon suivante :

instant $t$	0	1s	2s
$Fy(t)$	0	210 MPa	210 MPa
$T(t)$	0	$0^\circ\text{C}$	$100^\circ\text{C}$

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Solution analytique pour la déformation plastique, identique au test HSNV124B.  
Pour les déplacements (éléments de structure) : Comparaison avec les déplacements obtenus avec Code\_Aster pour la modélisation A.

### 2.2 Résultats de référence

Evolution de la déformation plastique suivant  $y$  et du déplacement suivant  $y$  (la déformation plastique n'étant pas accessible pour les éléments de structure).

Déformation plastique :

$$t = 1s \ (T = 0^\circ C) : \varepsilon^p = 1\%$$

**Chauffage** : Déformation plastique constante jusqu'à  $t = 356/316 = 1.12658s$  ( $T = 12.658^\circ C$ ) :

Ensuite, la déformation plastique diminue pour atteindre à  $t = 2s$  :  $\varepsilon^p = 0.08\%$

On teste aussi les composantes  $SIYY$  (constante) et  $SIZZ$  (nulle, si le calcul est bien effectué en contraintes planes).

$T(s)$	Déformation plastique $EPYY$	$DY$ ( $mm$ )	$SIYY$ ( $Mpa$ )	$SIZZ$ ( $Mpa$ )
1	0.01	$1.105 \cdot 10^{-2}$	210	0
1.1	0.01	$1.115 \cdot 10^{-2}$	210	0
2	$8.10^{-4}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	210	0

### 2.3 Précision sur les résultats de référence

Analytique

### 2.4 Références bibliographique

- 1) IPSI : journée d'étude Phi2AS sur les comportements non linéaires des matériaux du 30 mars 2000

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation C\_PLAN. Le comportement à écrouissage cinématique linéaire est modélisé de quatre façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS\_CINE\_LINE, en prenant :  
 $D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T))$  avec  $C(T)=(1000+2990.T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_ECMI\_LINE, en prenant :  
 $D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T))$  et la constante de Prager  $PRAG=2/3 C(T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN1\_CHAB, en gardant uniquement l'écrouissage cinématique linéaire : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_1=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C_1=C(T)$  ,  $G_0=0$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN2\_CHAB, en choisissant les paramètres de telle façon que les deux variables cinématiques soient identiques : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_1=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C1_1=C2_1=C(T)/2$  ,  $G1_0=G2_0=0$

Discrétisation temporelle : 1 pas de temps entre  $t=0s$  et  $t=1s$  et 40 pas de temps entre  $t=1s$  et  $t=2s$  .

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille QUAD4

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement	Instant	Déformation et contraintes	Référence	Aster	% différence
VMIS_CINE_LINE	1.1	EPYY	0.01	0.01	0.
	2	EPYY	8.E-4	8.E-4	0
	1.	SIYY	210	210	0
	1	SIZZ	0.	5.e-7	5.e-7
VMIS_ECMI_LINE	t1 = 1.1	EPYY	0.01	0.01	0.
	2	EPYY	8.E-4	8.E-4	0
	1.	SIYY	210	210	0
	1	SIZZ	0.	0.	0.
VMIS_CIN1_CHAB	t1 = 1.1	EPYY	0.01	0.01	0.
	2	EPYY	8.E-4	8.E-4	0
	1.	SIYY	210	210	0
	1	SIZZ	0.	5.e-7	5.e-7
VMIS_CIN2_CHAB	t1 = 1.1	EPYY	0.01	0.01	0.
	2	EPYY	8.E-4	8.E-4	0
	1.	SIYY	210	210	0
	1	SIZZ	0.	2.8.e-5	2.8.e-5

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation DKT. Epaisseur unité (pour retrouver les mêmes solutions de référence que le cas C\_PLAN). Le comportement à écrouissage cinématique linéaire est modélisé de quatre façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS\_CINE\_LINE, en prenant :  
 $D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T))$  avec  $C(T)=(1000+2990.T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_ECMI\_LINE, en prenant :  
 $D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T))$  et la constante de Prager  $PRAG=2/3 C(T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN1\_CHAB, en gardant uniquement l'écrouissage cinématique linéaire : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_I=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C_I=C(T)$  ,  $G_0=0$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN2\_CHAB, en choisissant les paramètres de telle façon que les deux variables cinématiques soient identiques : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_I=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C_{I1}=C_{I2}=C(T)/2$  ,  $G_{I0}=G_{I20}=0$

Discretisation temporelle : 1 pas de temps entre  $t=0s$  et  $t=1s$  et 40 pas de temps entre  $t=1s$  et  $t=2s$ .

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille QUAD4 et deux mailles TRIA3

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement	Instant	Déplacement et effort	Référence	Aster	% différence
VMIS_CINE_LINE	1	NY Y	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_ECMI_LINE	1	NY Y	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_CIN1_CHAB	1	NY Y	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_CIN2_CHAB	1	NY Y	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation COQUE\_3D. Epaisseur unité (pour retrouver les mêmes solutions de référence que le cas C\_PLAN). Le comportement à écrouissage cinématique linéaire est modélisé de quatre façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS\_CINE\_LINE, en prenant :  

$$D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T)) \text{ avec } C(T)=(1000+2990.T)$$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_ECMI\_LINE, en prenant :  

$$D\_SIGM\_EPSI = E.C(T) / (E+C(T)) \text{ et la constante de Prager } PRAG=2/3 C(T)$$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN1\_CHAB, en gardant uniquement l'écrouissage cinématique linéaire : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_I=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C_I=C(T)$  ,  $G_0=0$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN2\_CHAB, en choisissant les paramètres de telle façon que les deux variables cinématiques soient identiques : Il suffit de prendre alors :  

$$R_0=R_I=SIGY$$
 ,  $b=0$  ,  $CI_I=C2_I=C(T)/2$  ,  $GI_0=G2_0=0$

Discretisation temporelle : 1 pas de temps entre  $t=0s$  et  $t=1s$  et 40 pas de temps entre  $t=1s$  et  $t=2s$ .

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille QUAD8

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement	Instant	Déplacement et effort	Référence	Aster	% différence
VMIS_CINE_LINE	1	NYX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_ECMI_LINE	1	NYX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_CIN1_CHAB	1	NYX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_CIN2_CHAB	1	NYX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation TUYAU. Section unité (pour retrouver les mêmes solutions de référence que le cas C\_PLAN). Le comportement à écrouissage cinématique linéaire est modélisé de quatre façons :

- soit à l'aide du comportement VMIS\_CINE\_LINE, en prenant :  
 $D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T))$  avec  $C(T)=(1000+2990.T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_ECMI\_LINE, en prenant :  
 $D\_SIGM\_EPSI = E.C(T)/(E+C(T))$  et la constante de Prager  $PRAG=2/3 C(T)$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN1\_CHAB, en gardant uniquement l'écrouissage cinématique linéaire : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_I=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C_I=C(T)$  ,  $G_0=0$
- soit à l'aide du comportement VMIS\_CIN2\_CHAB, en choisissant les paramètres de telle façon que les deux variables cinématiques soient identiques : Il suffit de prendre alors :  $R_0=R_I=SIGY$  ,  $b=0$  ,  $C_{I1}=C_{I2}=C(T)/2$  ,  $G_{I0}=G_{I2}=0$

Discretisation temporelle : 1 pas de temps entre  $t=0s$  et  $t=1s$  et 40 pas de temps entre  $t=1s$  et  $t=2s$ .

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage comporte une maille SEG3

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

Comportement	Instant	Déplacement et contrainte	Référence	Aster	% différence
VMIS_CINE_LINE	1	SIXX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_ECMI_LINE	1	SIXX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_CIN1_CHAB	1	SIXX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0
VMIS_CIN2_CHAB	1	SIXX	210	210	0
	1	DY	$1.105 \cdot 10^{-2}$	$1.105 \cdot 10^{-2}$	0
	1.1	DY	$1.115 \cdot 10^{-2}$	$1.115 \cdot 10^{-2}$	0
	2	DY	$2.85 \cdot 10^{-3}$	$2.85 \cdot 10^{-3}$	0

## 7 Synthèse des résultats

---

Ce test permet de mettre en évidence la bonne prise en compte des contraintes planes pour les comportements élastoplastiques VMIS\_ISOT\_TRAC, VMIS\_CINE\_LINE, VMIS\_CIN1\_CHAB, et VMIS\_CIN2\_CHAB.

Les résultats sont identiques à la solution analytique. Les contraintes  $SIZZ$  qui doivent être nulles si l'hypothèse des contraintes planes est vérifiée le sont effectivement à convergence des itérations de Newton avec une bonne précision (  $SIZZ = 2.8.E-5 MPa$  au maximum, en comparaison de  $SIYY = 210 MPa$  ), et ceci pour un temps CPU et un nombre d'itérations voisin.