

WTNA112 – Pressurisation thermique d'une éprouvette cylindrique saturée non drainée

Résumé :

Il s'agit d'un problème de THM saturé et élastique. On augmente la température d'un échantillon non drainé maintenu à confinement constant (contrainte totale constante au bord). La pression d'eau résultante varie alors linéairement avec la température selon un coefficient de pressurisation thermique que l'on calcule analytiquement. La solution obtenue ici est donc à comparer avec une solution analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

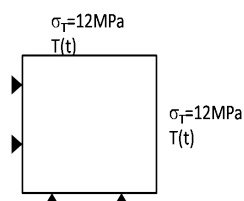
On considère un cylindre de rayon 1 cm et de hauteur 1 cm (soit un maillage correspondant à un domaine carré de $1\text{ cm} \times 1\text{ cm}$, la modélisation étant axisymétrique).

1.2 Propriétés du matériau

On choisit ici des paramètres correspondant à une argilite de manière à obtenir un coefficient de pressurisation thermique réaliste.

Eau liquide	Masse volumique (kg.m^{-3})	10^3
	Chaleur massique à pression constante (J.K^{-1})	4180
	Viscosité dynamique de l'eau liquide (Pa.s)	0.001
	Coefficient de dilatation thermique du liquide (K^{-1})	1.10^{-4}
	Compressibilité (Pa^{-1})	$K_e = 5.10^{-10}$
Solide	Module d'Young drainé E (Pa)	$3,14 \cdot 10^9$
	Coefficient de Poisson	0.375
	Coefficient de dilatation thermique du solide (K^{-1})	10^{-5}
Etat de référence	Porosité	0.18
	Température (K)	273
	Pression liquide (Pa)	0
Coefficients homogénéisés	Masse volumique homogénéisée (kg.m^{-3})	2410
	Coefficient de Biot	0.6
	Perméabilité intrinsèque (m^2)	$K_{\text{int}} = 10^{-21}$
	Conductivité thermique	$\lambda_T = 1.61$

1.3 Conditions aux limites et chargements



On impose :

- Sur les bords bas et gauche : déplacements nuls, flux hydraulique nul, flux thermique nuls. Ce sont des conditions de symétrie.

- Sur les bords haut et droit : Contrainte totale imposée à 12 MPa , flux hydraulique nul, température imposée fonction du temps $T(t)$ suivant une rampe linéaire telle que :

$$T(t) = T_0 + \frac{\Delta T}{t_{sim}} \quad \text{où } t_{sim} \text{ correspond au temps de simulation (ici } t_{sim} = 1\text{h) et } \Delta T \text{ la variation de température imposée pendant ce temps (ici } \Delta T = 40^\circ\text{C).}$$

1.4 Conditions initiales

$$P(x) = 4\text{MPa et } T(x) = T_0 = 20^\circ\text{C partout.}$$

2 Solution de référence

On rappelle que l'apport de masse d'eau s'écrit : $m_w = \varphi \cdot \rho_w \cdot (1 + \varepsilon_v)$, ce que l'on peut dériver sous la forme suivante : $dm_w = d\varphi \rho_w (1 + \varepsilon_v) + d\rho_w \varphi (1 + \varepsilon_v) + \rho_w \varphi d\varepsilon_v$ avec φ la porosité eulérienne.

Si l'on se place en hypothèse de petits déplacements, on aura donc :

$$dm_w = d\varphi \rho_w + d\rho_w \varphi + \rho_w \varphi d\varepsilon_v \quad (1)$$

La variation de porosité s'écrit suivant la relation :

$$d\varphi = (b - \varphi) \left(d\varepsilon_v - 3\alpha_0 dT + \frac{dp_w}{K_s} \right) \quad (2)$$

avec α_0 la dilatation linéique du squelette (assimilable au milieu poreux). On rappelle que le coefficient de Biot b et le module de compressibilité des grains solides K_s sont reliés au module de compressibilité « drainé » du milieu poreux K_0 , tel que :

$$b = 1 - \frac{K_0}{K_s}$$

Par ailleurs, la variation de la masse volumique de l'eau s'écrit :

$$\frac{d\rho_w}{\rho_w} = \frac{dp_w}{K_w} - 3\alpha_w dT \quad (3)$$

avec le module de compressibilité de l'eau K_w et son module de dilatation α_w .

Enfin, si la loi de comportement est élastique, on rappelle que la déformation est reliée à la contrainte effective tel que :

$$d\varepsilon_v = \frac{d\sigma'}{K_0} + 3\alpha_0 dT \quad (4)$$

Par ailleurs, la formulation en contrainte totale, nous indique que :

$$d\sigma' = d\sigma + b dp_w, \text{ considérant ici que le milieu est à confinement constant, on a donc :}$$

$$d\sigma' = b dp_w, \text{ ce qui nous donne au final}$$

$$d \varepsilon_V = \frac{b dp_w}{K_0} + 3 \alpha_0 dT \quad (5)$$

On peut maintenant injecter (2), (3), (4) et (5) dans l'équation (1) et on obtient que :

$$\frac{dm_w}{\rho_w} = \left(\frac{b^2}{K_0} + \frac{(b-\varphi)}{K_s} + \frac{\varphi}{K_w} \right) dp_w + \varphi (3 \alpha_0 - 3 \alpha_w) dT \quad (6)$$

Considérant que le milieu est non drainé on a donc :

$$\left(\frac{b^2}{K_0} + \frac{(b-\varphi)}{K_s} + \frac{\varphi}{K_w} \right) dp_w = \varphi (3 \alpha_w - 3 \alpha_0) dT \quad (7)$$

Ce qui peut s'écrire sous la forme :

$$dp_w = \Lambda dT \quad (8)$$

Avec Λ le coefficient de pressurisation thermique tel que :

$$\Lambda = \frac{\varphi (3 \alpha_w - 3 \alpha_0)}{\left(\frac{b^2}{K_0} + \frac{(b-\varphi)}{K_s} + \frac{\varphi}{K_w} \right)}$$

On remarque que ce coefficient fait apparaître le différentiel thermique $(\alpha_w - \alpha_0)$

Application numérique :

Avec les données définies précédemment, on obtient :

$$\Lambda = 2,2510^5 \text{ Pa} \cdot \text{K}^{-1}$$

Ce qui donne pour une variation de température $\Delta T = 40^\circ \text{C}$, une variation de pression de $\Delta p = 9,01 \text{ Mpa}$.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation A

- Modélisation plane 'AXIS_THMS'. Loi mécanique 'ELAS'. Couplage 'LIQU_SATU'.
- 20×20 éléments $Q4$ de largeur égale.

3.2 Résultats de la modélisation A

Discretisation en temps : 10 pas de temps de 180_s chacun. La solution calculée par Aster tenant compte des mouvements du fluide et de la chaleur (phénomènes diffusifs), il est normal de ne pas obtenir exactement la solution de référence. Les différences restent très faibles.

Résultat à l'instant final 3600_s :

N° NCEUD	COOR_X	COOR_Y	Référence PREI (MPa)	Aster PREI (MPa)	Différences (%)	Tolérance (%)
1	0	0	13,01	12,98	0,158	1
2	0	0.01	13,01	12,99	0,098	1

4 Synthèse des résultats

Les résultats sont en cohérents avec la solution analytique.