

## Opérateur MODE\_ITER\_INV

---

### 1 But

---

Que cela soit pour étudier les vibrations d'une structure (éventuellement amortie ou tournante) ou rechercher ses modes de flambement, le mécanicien doit souvent résoudre un problème modal : soit **généralisé (GEP)** [R5.01.01], soit **quadratique (QEP)** [R5.01.02]. Pour ce faire, *Code\_Aster* propose deux opérateurs de base : `MODE_ITER_SIMULT` et `MODE_ITER_INV`.

Le **premier opérateur est plutôt à utiliser lorsqu'on cherche une partie significative du spectre** (méthodes de sous-espace ou méthode globale). Le second opérateur, qui est l'objet de cette note, est à privilégier lorsqu'on s'intéresse à seulement quelques modes propres (typiquement une demi-douzaine) ou lorsqu'on souhaite affiner quelques estimations (éventuellement provenant de `MODE_ITER_SIMULT`).

`MODE_ITER_INV` détermine les modes propres en deux étapes: une phase préalable de localisation des valeurs propres suivie d'une amélioration de ces estimations et du calcul de leurs vecteurs propres associés.

La **première étape** se base uniquement sur des évaluations fournies par l'utilisateur ou les affine par des heuristiques adaptées: en GEP, par une technique de bisection éventuellement complétée par une méthode de la sécante; en QEP, par une méthode de Müller-Traub. La **seconde étape** met en oeuvre un algorithme de type puissances inverses: en GEP, la méthode standard éventuellement accélérée par un coefficient de Rayleigh; en QEP, une variante due à Jennings.

Cet opérateur produit un **concept** `mode_meca_*` (cas dynamique) ou `mode_flamb` (cas flambement d'Euler, seulement en GEP) suivant la valeur renseignée dans le mot-clé `TYPE_RESU`. Le **périmètre d'utilisation** de `MODE_ITER_INV` se limite aux GEP et aux QEP à matrices symétriques réelles.

Ce document décrit les paramètres accessibles de chacune des méthodes propres à l'opérateur `MODE_ITER_INV`.

Pour des performances CPU optimisées, cet opérateur peut être utilisé avec le parallélisme du solveur linéaire MUMPS.

## Table des Matières

1 But.....	1
2 Syntaxe.....	3
3 Opérandes.....	7
3.1 Principes.....	7
3.2 Opérandes MATR_RIGI/MATR_A/MATR_MASS/MATR_RIGI_GEOM /MATR_B/MATR_AMOR/ MATR_C.....	10
3.3 Mot clé TYPE_RESU.....	10
3.4 Mot clé CALC_FREQ.....	11
3.4.1 Opérande FREQ.....	11
3.4.2 Opérande AMOR_REDUIT.....	11
3.4.3 Opérande NMAX_FREQ.....	11
3.5 Mot clé CALC_CHAR_CRIT.....	11
3.5.1 Opérande CHAR_CRIT.....	12
3.5.2 Opérande NMAX_CHAR_CRIT.....	12
3.6 Opérandes SEUIL_FREQ, SEUIL_CHAR_CRIT, PREC_SHIFT, NMAX_ITER_SHIFT.....	12
3.7 Opérande OPTION.....	13
3.7.1 Opérandes de la bisection (si OPTION='SEPRE' ou 'AJUSTE').....	13
3.7.2 Opérandes de la sécante (si OPTION='AJUSTE').....	13
3.8 Mot-clé facteur CALC_MODE.....	14
3.8.1 Opérande OPTION.....	14
3.8.2 Opérande NMAX_ITER.....	14
3.8.3 Opérande PREC.....	14
3.9 Mot-clé facteur SOLVEUR.....	14
3.10 Mot-clé facteur VERI_MODE.....	14
3.10.1 Opérande STOP_ERREUR.....	15
3.10.2 Opérande SEUIL.....	15
3.11 Opérande INFO.....	15
3.12 Opérande TITRE.....	15
4 Phase d'exécution.....	16
4.1 Vérification.....	16
4.2 Exécution.....	16
5 Paramètres modaux/ Norme des modes/ Position modale.....	17
6 Impression des résultats.....	18
7 Exemples.....	19
8 Remarques d'utilisation.....	20

## 2 Syntaxe

```

mode    [*]=MODE_ITER_INV

# TYPE DE PROBLEME
  ◇ TYPE_RESU='DYNAMIQUE'                                [DEFAULT]
    /'MODE_FLAMB' (uniquement en GEP)
    /'GENERAL'

# SI TYPE_RESU='DYNAMIQUE'

(  ◆ MATR_RIGI=A                                          /[matr_asse_DEPL_R]
    /[matr_asse_PRES_R]
    /[matr_asse_GENE_R]
  ◆ MATR_MASS=B                                          /[matr_asse_DEPL_R]
    /[matr_asse_PRES_R]
    /[matr_asse_GENE_R]
  ◇ MATR_AMOR=C (uniquement en QEP)                    [matr_asse_DEPL_R]

  ◆ CALC_FREQ=_F( ◇ OPTION=  /'PROCHE'                (pas de mode multiple)
                  /'SEPRE'   (uniquement en GEP)
                  /'AJUSTE'   [DEFAULT]
    ◆ FREQ=lfreq          [1_R]
    ◇ AMOR_REDUIT=lamor   [1_R]
    ◇ NMAX_FREQ= /0      [DEFAULT]
                          /nf [I]

# SI OPTION='SEPRE' ou 'AJUSTE' (uniquement en GEP)
  ◇ NMAX_ITER_SEPRE= /30 [DEFAULT]
                          /nis [I]
  ◇ PREC_SEPRE= /1.E-4 [DEFAULT]
                          /ps [R]

# SI OPTION='AJUSTE'
  ◇ NMAX_ITER_AJUSTE=/15 [DEFAULT]
                          /nia [I]
  ◇ PREC_AJUSTE= /1.E-4 [DEFAULT]
                          /pa [R]

# POUR PRE ET POST-TRAITEMENTS
  ◇ SEUIL_FREQ= /1.E-2 [DEFAULT]
                          /sf [R]
  ◇ PREC_SHIFT= /0.05 [DEFAULT]
                          /ps [R]
  ◇ NMAX_ITER_SHIFT=/3 [DEFAULT]
                          /ns [I]

# SI TYPE_RESU='MODE_FLAMB' (uniquement en GEP)

(  ◆ MATR_RIGI=A                                          /[matr_asse_DEPL_R]
    /[matr_asse_PRES_R]
    /[matr_asse_GENE_R]
  ◆ MATR_RIGI_GEOM=B                                    /[matr_asse_DEPL_R]
    /[matr_asse_PRES_R]
    /[matr_asse_GENE_R]

  ◆ CALC_CHAR_CRIT=_F( ◇ OPTION= /'PROCHE'            (pas de mode multiple)
                      /'SEPRE'   (uniquement en GEP)

```

```

                                /'AJUSTE'      [DEFAULT]
♦ CHAR_CRIT=lchar                [1_R]
◇ NMAX_CHAR_CRIT=/0              [DEFAULT]
                                /nf          [I]

# SI OPTION='SEPRE' ou 'AJUSTE' (uniquement en GEP)
  ◇ NMAX_ITER_SEPRE= /30          [DEFAULT]
                                /nis        [I]
  ◇ PREC_SEPRE= /1.E-4           [DEFAULT]
                                /ps        [R]

# SI OPTION='AJUSTE'
  ◇ NMAX_ITER_AJUSTE=/15         [DEFAULT]
                                /nia        [I]
  ◇ PREC_AJUSTE= /1.E-4          [DEFAULT]
                                /pa        [R]

# POUR PRE ET POST-TRAITEMENTS
  ◇ SEUIL_CHAR_CRIT=/1.E-2       [DEFAULT]
                                /sf        [R]
  ◇ PREC_SHIFT= /0.05            [DEFAULT]
                                /ps        [R]
  ◇ NMAX_ITER_SHIFT= /3         [DEFAULT]
                                /ns        [I]

# SI TYPE RESU='GENERAL'
( ♦ MATR_A=A                      /[matr_asse_DEPL_R]
  /[matr_asse_PRES_R]
  /[matr_asse_GENE_R]
  ♦ MATR_B=B                      /[matr_asse_DEPL_R]
  /[matr_asse_PRES_R]
  /[matr_asse_GENE_R]

♦ CALC_CHAR_CRIT=_F( ◇ OPTION= /'PROCHE'      (pas de mode multiple)
                    /'SEPRE'      (uniquement en GEP)
                    /'AJUSTE'      [DEFAULT]
  ♦ CHAR_CRIT=lchar                [1_R]
  ◇ NMAX_CHAR_CRIT=/0              [DEFAULT]
                                /nf          [I]

# SI OPTION='SEPRE' ou 'AJUSTE' (uniquement en GEP)
  ◇ NMAX_ITER_SEPRE= /30          [DEFAULT]
                                /nis        [I]
  ◇ PREC_SEPRE= /1.E-4           [DEFAULT]
                                /ps        [R]

# SI OPTION='AJUSTE'
  ◇ NMAX_ITER_AJUSTE=/15         [DEFAULT]
                                /nia        [I]
  ◇ PREC_AJUSTE= /1.E-4          [DEFAULT]
                                /pa        [R]

# POUR PRE ET POST-TRAITEMENTS
  ◇ SEUIL_CHAR_CRIT=/1.E-2       [DEFAULT]
                                /sf        [R]
  ◇ PREC_SHIFT=/0.05            [DEFAULT]
                                /ps        [R]
  ◇ NMAX_ITER_SHIFT=/3         [DEFAULT]
                                /ns        [I]
```



**#PARAMETRAGE PHASE ITERATIONS INVERSEES**

```
◇ CALC_MODE=_F(◇ OPTION=/'DIRECT' [DEFAULT]
                /'RAYLEIGH' (uniquement en GEP)
                ◇ NMAX_ITER=/30 [DEFAULT]
                  /nim [I]
                ◇ PREC=/1.E-5 [DEFAULT]
                  /pm [R]
                )
```

**#POUR VERIFICATION FINALE**

```
◇ VERI_MODE=_F(◇ STOP_ERREUR=/'OUI' [DEFAULT]
                /'NON'
                ◇ SEUIL=/1.E-2 [DEFAULT]
                  /r [R]
                )
```

**#DIVERS**

```
◇ INFO=/1 [DEFAULT]
  /2
◇ TITRE=ti [1_Kn]
);
```

**#RESULTATS DU PROBLEME MODAL**

```
Si TYPE_RESU='MODE_FLAMB' alors [*] ->mode_flamb
Si TYPE_RESU='GENERAL' alors [*] ->mode_flamb
Si MATR_AMOR ou MATR_C=[matr_asse_DEPL_R] alors [*] ->mode_meca_c
Si MATR_RIGI ou MATR_A=[matr_asse_DEPL_R] alors [*] ->mode_meca
Si MATR_RIGI ou MATR_A=[matr_asse_PRES_R] alors [*] ->mode_acou
Si MATR_RIGI ou MATR_A=[matr_asse_GENE_R] alors [*] ->mode_gene
```

## 3 Opérandes

### 3.1 Principes

Cet opérateur résout le **problème généralisé (GEP)** aux valeurs propres suivant[R5.01.01]:

Trouver  $(\lambda, \mathbf{x})$  tels que  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{B} \mathbf{x}$ ,  $\mathbf{x} \neq 0$ , où  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{B}$  sont des matrices réelles, symétriques ou non. Pour modéliser un amortissement hystérétique dans l'étude des vibrations libres d'une structure, la matrice  $\mathbf{A}$  peut être complexe symétrique[U2.06.03][R5.05.04].

Ce type de problème correspond, en mécanique, notamment à:

- **L'étude des vibrations libres d'une structure** non amortie et non tournante. Pour cette structure, on recherche les plus petites valeurs propres ou bien celles qui sont dans un intervalle donné pour savoir si une force excitatrice peut créer une résonance. Dans ce cas, la matrice  $\mathbf{A}$  est la matrice de rigidité matérielle, notée  $\mathbf{K}$ , symétrique réelle (éventuellement augmentée de la matrice de rigidité géométrique notée  $\mathbf{K}_g$ , si la structure est précontrainte), et  $\mathbf{B}$  est la matrice de masse ou d'inertie notée  $\mathbf{M}$  (symétrique réelle). Les valeurs propres obtenues sont les carrés des pulsations associées aux fréquences cherchées. Le système à résoudre peut s'écrire

$$\underbrace{(\mathbf{K} + \mathbf{K}_g)}_{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \lambda \underbrace{\mathbf{M}}_{\mathbf{B}} \mathbf{x}$$

où  $\lambda = (2\pi f)^2$  est le carré de la pulsation  $\omega$ ,  $f$  la fréquence propre et  $\mathbf{x}$  le vecteur de déplacement propre associé. Les modes propres manipulés  $(\lambda, \mathbf{x})$  sont à valeurs réelles. Ce type de problématique est activé par le mot-clé `TYPE_RESU='DYNAMIQUE'` et génère une structure de données Aster de type `mode_meca`, `mode_acou` ou `mode_gene` (suivant le type des données d'entrée).

- **La recherche de mode de flambement linéaire.** Dans le cadre de la théorie linéarisée, en supposant *a priori* que les phénomènes de stabilité sont convenablement décrits par le système d'équations obtenu en supposant la dépendance linéaire du déplacement par rapport au niveau de charge critique, la recherche du mode de flambement  $\mathbf{x}$  associé à ce niveau de charge critique  $\mu = -\lambda$ , se ramène à un problème généralisé aux valeurs propres de la forme

$$(\mathbf{K} + \mu \mathbf{K}_g) \mathbf{x} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\mathbf{K}}_{\mathbf{A}} \mathbf{x} = \lambda \underbrace{\mathbf{K}_g}_{\mathbf{B}} \mathbf{x}$$

avec  $\mathbf{K}$  matrice de rigidité matérielle et  $\mathbf{K}_g$  matrice de rigidité géométrique. Les modes propres manipulés  $(\lambda, \mathbf{x})$  sont à valeurs réelles. Ce type de problématique est activé par le mot-clé `TYPE_RESU='MODE_FLAMB'` et génère une structure de données Aster de type `mode_flamb`.

#### Attention:

- Dans le code, on ne traite que les valeurs propres du problème généralisé, les variables  $\lambda$ . Pour obtenir les véritables charges critiques, les variables  $\mu$ , il faut les multiplier par  $-1$ .
- En GEP, pour traiter des problèmes à modes complexes (matrices non symétriques et/ou à valeurs complexes), il faut utiliser `MODE_ITER_SIMULT (METHODE='SORENSEN'/'QZ')`.

Cet opérateur permet aussi l'étude de la **stabilité dynamique d'une structure en présence d'amortissements et/ou d'effets gyroscopiques**. Cela conduit à la résolution d'un problème modal d'ordre plus élevé, dit quadratique (QEP) [R5.01.02]. On recherche alors des valeurs et vecteurs propres complexes  $(\lambda, \mathbf{x})$ .

- Le problème consiste à trouver  $(\lambda, \mathbf{x}) \in (C, C^N)$  tels que

$$(\lambda^2 \mathbf{B} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{A}) \mathbf{x} = \mathbf{0}$$

où typiquement, en mécanique linéaire,  $\mathbf{A}$  sera la matrice de rigidité,  $\mathbf{B}$  la matrice de masse et  $\mathbf{C}$  la matrice d'amortissement. Les matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  sont des matrices symétriques et réelles. La valeur propre complexe  $\lambda$  est reliée à la fréquence propre  $f$  et à l'amortissement réduit  $\xi$  par  $\lambda = \xi(2\pi f) \pm i(2\pi f)\sqrt{1-\xi^2}$ . Ce type de problématique est activé par le mot-clé `TYPE_RESU='DYNAMIQUE'` et génère une structure de données Aster de type `mode_meca_c`.

**Attention:**

- En QEP, pour traiter des problèmes à matrices non symétriques et/ou à valeurs complexes, il faut utiliser `MODE_ITER_SIMULT (METHODE='SORENSEN'/'QZ')`.
- Le flambement (`TYPE_RESU='MODE_FLAMB'`) n'est pas licite en QEP.
- Le test de Sturm n'est opérant qu'en GEP à matrices symétriques réelles. En dehors de ce cadre (QEP, GEP à matrices réelles non symétriques ou à matrice  $\mathbf{A}$  complexe symétrique), l'option 'BANDE' est proscrite et la post-vérification basée sur Sturm n'est pas activée (paramètre 'VERI\_MODE/STURM' inopérant).

Pour résoudre ces problèmes modaux généralisés ou quadratiques, Code\_Aster propose différentes approches. Au delà de leurs spécificités numériques et fonctionnelles qui sont reprises dans les documents [R5.01.01/02], on peut les synthétiser sous la forme du tableau ci-dessous (les valeurs par défaut sont matérialisées en gras).

Opérateur/ Périmètre d'application	Algorithme	Mot-clé	Avantages	Inconvénients
<code>MODE_ITER_INV</code>				Uniquement symétrique réel (GEP et QEP).
<i>1<sup>ère</sup> phase (heuristique)</i>				
Calcul de quelques modes	Bissection (sans objet en QEP).	'SEPRE'		
Calcul de quelques modes	Bissection+ Sécante(GEP) ou Müller-Traub (QEP).	'AJUSTE'	Meilleure précision	Coût calcul
Amélioration de quelques estimations	Initialisation par l'utilisateur	'PROCHE'	Reprise de valeurs propres estimées par un autre processus. Coût calcul de cette phase quasi-nul	Pas de capture de multiplicité
<i>2<sup>ième</sup> phase (méthode des puissances inverses)</i>				
Méthode de base	Puissances inverses	'DIRECT'	Très bonne construction de vecteurs propres	Uniquement symétrique réel (GEP et QEP) Peu robuste
Option d'accélération	Quotient de Rayleigh (sans objet en QEP)	'RAYLEIGH'	Améliore la convergence	Coût calcul
<code>MODE_ITER_SIMULT</code>				



Opérateur/ Périmètre d'application	Algorithme	Mot-clé	Avantages	Inconvénients
Calcul d'une partie du spectre	Bathe & Wilson	'JACOBI'		Peu robuste <i>Uniquement symétrique réel (GEP)</i>
	Lanczos (Newman-Pipano en GEP et Jennings en QEP)	'TRI_DIAG'	Détection spécifique des modes rigides.	<i>Uniquement symétrique réel (GEP et QEP)</i>
	IRAM (Sorensen)	'SORENSEN'	Robustesse accrue. Meilleures complexités calcul et mémoire. Contrôle de la qualité des modes.	Méthode par défaut. <i>Portée en non symétrique et avec <b>A</b> complexe symétrique.</i>
Calcul de tout le spectre puis filtrage d'une partie.	QZ	'QZ'	Méthode de référence en terme de robustesse.	Très coûteuse en CPU et en mémoire. A réserver aux petits cas (<10 <sup>3</sup> ddls). <i>Portée en non symétrique et avec <b>A</b> complexe symétrique.</i>

**Tableau 3.1-1. Récapitulatif des méthodes modales de Code\_Aster**

Lorsqu'il s'agit de déterminer quelques valeurs propres simples bien discriminées ou d'affiner quelques estimations, l'opérateur `MODE_ITER_INV` (heuristique + puissance inverse), est souvent bien indiqué. Par contre, pour capturer une partie significatif du spectre, on a recourt à `MODE_ITER_SIMULT`, via les méthodes de sous-espace (Lanczos, IRAM, Jacobi) ou la méthode globale QZ (méthode très robuste mais coûteuse; à réserver aux petits cas).

C'est la seconde classe de méthode qui va nous intéresser ici.

Pour les méthodes de sous-espace, elle consiste à projeter le problème sur un espace dont la taille est supérieure au nombre de valeurs propres souhaitées mais très inférieure à celle du problème. On s'arrange pour que ce problème ait un spectre très proche de celle du problème initial et qu'il prenne une forme canonique (tridiagonale, Hessenberg etc.). Puis on applique un solveur modal global (Jacobi pour Bathe & Wilson, QR pour Lanczos/IRAM) sur ce problème simplifié. Enfin on convertit les modes obtenus dans l'espace de travail initial.

Quant à la méthode globale QZ, elle résoud directement et entièrement le problème initial (GEP ou QEP linéarisé) pour améliorer la robustesse du processus. Elle présente toutefois l'inconvénient de calcul tout le spectre. Elle est donc à réserver aux petits cas (< 10<sup>3</sup> degrés de liberté).

**Il est d'ailleurs tout à fait recommandé de profiter des points forts des deux classes de méthode en affinant les vecteurs propres obtenus par `MODE_ITER_SIMULT`, via `MODE_ITER_INV` (OPTION='PROCHE').** Cela permettra de réduire la norme du résidu final (cf. §3.6.2).

**Remarque:**

*On conseille fortement une lecture préalable des documentations de référence [R5.01.01] [R5.01.02]. Elle donne à l'utilisateur les propriétés et les limitations, théoriques et pratiques, des méthodes modales abordées tout en reliant ces considérations, qui peuvent parfois paraître un peu éthérées, à un paramétrage précis des options.*

## 3.2 Opérandes `MATR_RIGI/MATR_A/MATR_MASS/MATR_RIGI_GEOM/MATR_B/MATR_AMOR/ MATR_C`

Le tableau ci-dessous représente les opérandes à utiliser en fonction type du mot-clé `TYPE_RESU`.

TYPE_RESU		
'DYNAMIQUE'	'MODE_FLAMB'	'GENERAL'
◆ <code>MATR_RIGI = A</code>	◆ <code>MATR_RIGI = A</code>	◆ <code>MATR_A = A</code>
◆ <code>MATR_MASS = B</code>	◆ <code>MATR_RIGI_GEOM = B</code>	◆ <code>MATR_B = B</code>
◇ <code>MATR_AMOR = C</code>	Sans objet	Hors périmètre actuel

- ◆ `MATR_RIGI` ou `MATR_A=A`  
Matrice assemblée (symétrique réelle) de type `[matr_asse*_R]` du GEP/QEP à résoudre.
- ◆ `MATR_MASS` ou `MATR_RIGI_GEOM` ou `MATR_B=B`  
Matrice assemblée (symétrique réelle) de type `[matr_asse*_R]` du GEP/QEP à résoudre.
- ◇ `MATR_AMOR` ou `MATR_C=C`  
Matrice assemblée (symétrique réelle) de type `[matr_asse*_R]` du QEP à résoudre.

## 3.3 Mot clé `TYPE_RESU`

- ◇ `TYPE_RESU=/'DYNAMIQUE'` [DEFAULT]  
/ 'MODE\_FLAMB'  
/ 'GENERAL'

Ce mot-clé permet de définir la nature du problème modal à traiter: recherche de fréquences de vibration (cas classique de dynamique avec ou sans amortissement et effets gyroscopiques) ou recherche de charges critiques (cas de la théorie du flambement linéaire, uniquement en GEP) ou bien recherche de valeurs propres et des modes associés d'un système matriciel général.

Suivant cette classe d'appartenance, les résultats sont affichés et stockés différemment dans la structure de données:

- **En dynamique**, les fréquences sont ordonnées par ordre croissant du module de leur écart au shift (cf. [R5.01.01/02] §3,8/2.5). C'est la valeur de la variable d'accès `NUME_ORDRE` de la structure de donnée. L'autre variable d'accès, `NUME_MODE`, est égale à la véritable position modale dans la spectre de la valeur propre (déterminée par le test de Sturm cf. §3.6 [R5.01.01]). Ce test de Sturm n'est licite qu'en GEP à modes réels (matrices symétriques réelles), dans les autres cas de figures, GEP à modes complexes et QEP, on pose `NUME_MODE=NUME_ORDRE`.
- **En flambement** et dans le cas général, les valeurs propres sont stockées par ordre croissant algébrique. Les variables `NUME_ORDRE` et `NUME_MODE` prennent la même valeur égale à cette ordre.

Le `TYPE_RESU='GENERAL'` permet de résoudre un problème de valeurs propres dans le cas d'un **système matriciel général**. Pour l'instant son périmètre est limité aux GEPs standards (matrices réelles symétriques). Sa seule différence avec `MODE_FLAMB` n'est donc que dans la dénomination des matrices: `MATR_A/B` plutôt que `MATR_RIGI/MATR_RIGI_GEOM`.

## 3.4 Mot clé `CALC_FREQ`

- ◆ `CALC_FREQ=F(...)`  
Mot-clé facteur pour la définition des paramètres de la première phase de calcul (localisation des valeurs propres).  
En dehors de l'option '`PROCHE`', pour les GEP, la localisation des valeurs propres s'effectue généralement par une séparation dichotomique des fréquences (pour les options '`AJUSTE`' et '`SEPARE`'), suivie d'une méthode de la sécante (pour l'option: '`AJUSTE`'). Pour les QEP, cette localisation s'effectue par une méthode de Müller-Traub (pour l'option: '`AJUSTE`').

### 3.4.1 Opérande `FREQ`

- ◇ `FREQ=lfreq`  
Pour un problème de recherche de valeur propres de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`), ce mot-clé correspond à la liste des fréquences dont l'utilisation dépend de l'OPTION choisie.  
Si `OPTION='PROCHE'` est retenue: c'est la liste des fréquences dont on cherche le mode le plus proche. La liste a au moins 1 élément et est ordonnée par ordre croissant.  
Si `OPTION='SEPARE'` ou '`AJUSTE`': ce sont les bornes des intervalles de recherche  
$$FREQ=(f_1, f_2, \dots, f_{n-1}, f_n)$$
  
On cherchera à séparer les fréquences dans les intervalles  
$$[f_1, f_2], [f_2, f_3] \dots [f_{n-2}, f_{n-1}], [f_{n-1}, f_n]$$
  
La liste a au moins deux éléments. Les fréquences sont positives. On vérifie que les fréquences sont données dans l'ordre croissant.

### 3.4.2 Opérande `AMOR_REDUIT`

- ◇ `AMOR_REDUIT=lamor`  
Pour le QEP de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`) et si l'option `PROCHE` a été choisie, on peut initialiser la méthode des itérations inverses à partir d'une valeur propre initiale complexe. Pour construire cette valeur complexe, on utilise la liste des arguments donnés sous les mot-clés `FREQ` (liste de fréquences) et `AMOR_REDUIT` (liste d'amortissements).  
Ces deux listes doivent avoir le même nombre d'arguments.

### 3.4.3 Opérande `NMAX_FREQ`

- ◇ `NMAX_FREQ=nf 0 [DEFAULT]`  
Nombre maximum de valeurs propres à calculer. Cet opérande est ignoré pour l'option '`PROCHE`'. Pour les autres options, si l'utilisateur ne renseigne pas ce mot-clé, toutes les valeurs propres contenues dans les intervalles précisés par l'utilisateur sont calculées. Sinon, les `NMAX_FREQ` premières valeurs propres, donc les plus basses, sont calculées

## 3.5 Mot clé `CALC_CHAR_CRIT`

- ◆ `CALC_CHAR_CRIT=F(...)`  
Mot-clé facteur pour la définition des paramètres de la première phase de calcul (localisation des charges critiques).  
*En dehors de l'option '`PROCHE`', pour les GEP, la localisation des valeurs propres s'effectue généralement par une séparation dichotomique des charges critiques (pour les options '`AJUSTE`' et '`SEPARE`'), suivie d'une méthode de la sécante (pour l'option: '`AJUSTE`'). Pour les QEP, cette localisation s'effectue par une méthode de Müller-Traub (pour l'option: '`AJUSTE`').*

## 3.5.1 Opérande `CHAR_CRIT`

◇ `CHAR_CRIT=lcharc`

Pour un problème de recherche de valeur propres de type flambement d'Euler (`TYPE_RESU='MODE_FLAMB'`), ce mot-clé correspond à la liste des charges critiques dont l'utilisation dépend de l'`OPTION` choisie.

Si `OPTION='PROCHE'` : c'est la liste des charges critiques dont on cherche le mode le plus proche. La liste a au moins 1 élément.

Si `OPTION='SEPRE'` ou `'AJUSTE'` : ce sont les bornes des intervalles de recherche

$$\text{CHAR\_CRIT} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}, \lambda_n)$$

On cherchera à séparer les charges critiques dans les intervalles

$$[\lambda_1, \lambda_2], [\lambda_2, \lambda_3] \dots [\lambda_{n-2}, \lambda_{n-1}], [\lambda_{n-1}, \lambda_n]$$

La liste a au moins deux éléments. Les charges critiques sont négatives ou positives. On vérifie que les charges critiques sont données dans l'ordre croissant.

## 3.5.2 Opérande `NMAX_CHAR_CRIT`

◇ `NMAX_CHAR_CRIT=nf`      **0**      [DEFAULT]

Nombre maximum de charges critique à calculer. Cet opérande est ignoré pour l'option `'PROCHE'`. Pour les autres options, si l'utilisateur ne renseigne pas ce mot-clé, toutes les valeurs propres contenues dans les intervalles précisés par l'utilisateur sont calculées. Sinon, les `NMAX_CHAR_CRIT` premières valeurs propres, donc les plus basses, sont calculées

## 3.6 Opérandes `SEUIL_FREQ`, `SEUIL_CHAR_CRIT`, `PREC_SHIFT`, `NMAX_ITER_SHIFT`

# SI `TYPE_MODE='DYNAMIQUE'`

◇ <code>PREC_SHIFT</code>	=	<code>ps</code>	<b>(0.05)</b>	[DEFAULT]
◇ <code>SEUIL_FREQ</code>	=	<code>sf</code>	<b>(0.01)</b>	[DEFAULT]
◇ <code>NMAX_ITER_SHIFT</code>	=	<code>ns</code>	<b>(3)</b>	[DEFAULT]

# SI `TYPE_MODE='MODE_FLAMB'` ou `'GENERAL'`

◇ <code>PREC_SHIFT</code>	=	<code>ps</code>	<b>(0.05)</b>	[DEFAULT]
◇ <code>SEUIL_CHAR_CRIT</code>	=	<code>sf</code>	<b>(0.01)</b>	[DEFAULT]
◇ <code>NMAX_ITER_SHIFT</code>	=	<code>ns</code>	<b>(3)</b>	[DEFAULT]

Le déroulement d'un calcul modal dans cet opérateur requiert la factorisation  $LDL^T$  de matrices dynamiques  $Q(\lambda)$  du type (cf. [R5.01.01/02] §2.5/3.8)

$$Q(\lambda) := A - \lambda B \quad (\text{GEP})$$

$$Q(\lambda) := \lambda^2 B + \lambda C + A \quad (\text{QEP})$$

Ces factorisation sont tributaires d'instabilités numériques lorsque le shift  $\lambda$  est proche d'une valeur propre du problème. Cette détection s'opère en comparant la perte de décimales des termes diagonaux de cette factorisée par rapport à leurs valeurs initiales (en valeur absolue). Si le maximum de cette perte est supérieure à `ndeci`<sup>1</sup>, la matrice est supposée singulière et on cherche une valeur décalée du shift (à chaque fois de `ps` %) procurant une matrice inversible. On réitère l'opération `ns` fois (cf. [R5.01.01] algorithme n°1). Si au bout de ces `ns` tentatives, la matrice décalée n'est toujours pas inversible, on émet une information, une alarme ou on s'arrête en erreur fatale, suivant les cas de figure.

Si au cours de ces décalages, le shift prend une valeur inférieure (en module) à `sf`, alors on lui impose la valeur  $\lambda = -sf$ . Ce paramètre correspond à une valeur seuil en dessous de laquelle

<sup>1</sup> Valeur fixée via le paramètre `NPREC` du mot-clé `SOLVEUR` (par défaut `ndeci=8`).

on considère qu'on a une valeur numériquement nulle. Cette imposition permet ainsi de distinguer ces modes rigides du reste du spectre.

Cette valeur  $sf$  sert aussi à détecter les valeurs propres quasi-nulles lors du post-traitement de vérification sur la norme du résidu (cf. [R5.01.01/02] algorithme n°2/n°1).

**Remarque:**

*Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.*

## 3.7 Opérande OPTION

◇ OPTION=

'PROCHE'

On recherche le mode dont la valeur propre est la plus proche d'une valeur donnée. Cette valeur est indiquée par:

- l'argument `lfreq` du mot clé `FREQ` pour un GEP de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`).
- l'argument `lcharc` du mot clé `CHAR_CRIT` pour un GEP de type flambement linéaire (`TYPE_RESU='MODE_FLAMB'`).
- les arguments `lfreq` et `lamor` des mot clé `FREQ` et `AMOR_REDUIT` pour un QEP de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`).

Il y a autant de recherches de modes que de termes dans cette liste (ou ces listes). Si on souhaite calculer un mode multiple, il ne faut pas utiliser cette option car on ne trouvera qu'un seul mode.

'SEPRE'

On sépare les valeurs propres par une méthode de bisection basée sur le critère de Sturm. Les bornes de l'intervalle de recherche sont:

- les arguments de la liste `lfreq` du mot clé `FREQ` pour un problème généralisé ou quadratique de type dynamique (`TYPE_RESU='DYNAMIQUE'`).
- les arguments de la liste `lcharc` du mot clé `CHAR_CRIT` pour un problème généralisé de type flambement linéaire (`TYPE_RESU='MODE_FLAMB'`).

'AJUSTE' [DEFAULT]

*Après avoir séparé les fréquences propres via l'option 'SEPRE' (en GEP uniquement), on effectue des itérations supplémentaires soit par la méthode de la sécante (GEP) soit par la méthode de Müller-Traub (QEP) pour obtenir une meilleure précision sur la valeur propre.*

### 3.7.1 Opérandes de la bisection (si OPTION='SEPRE' ou 'AJUSTE')

◇ NMAX\_ITER\_SEPRE=nis (30) [DEFAULT]  
◇ PREC\_SEPRE =ps (1.10<sup>-4</sup>) [DEFAULT]

Paramètres d'ajustement du nombre d'itérations et de la précision de séparation pour la recherche par dichotomie. Ces opérandes sont ignorés pour l'option 'PROCHE' (Cf. [R5.01.01] §4.2).

**Remarque:**

*Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.*

### 3.7.2 Opérandes de la sécante (si OPTION='AJUSTE')

◇ NMAX\_ITER\_AJUSTE = nia (15) [DEFAULT]  
◇ PREC\_AJUSTE = pa (1.10<sup>-4</sup>) [DEFAULT]

Paramètres d'ajustement du nombre d'itérations et de la précision de séparation pour la méthode de la sécante. Ces opérandes ne servent qu'à l'option 'AJUSTE' (Cf. [R5.01.01] §4.2).

**Remarque:**

Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.

## 3.8 Mot-clé facteur CALC\_MODE

◇ CALC\_MODE=\_F(...

Mot-clé facteur pour la définition des paramètres de calcul de la deuxième phase de calcul (méthode des puissances inverses).

### 3.8.1 Opérande OPTION

◇ OPTION=

Définition de la méthode des puissances inverses (confer [R5.01.01/02] §4.3/3.3):

'DIRECT' méthode standard en GEP ou variante de Jennings en QEP.

[DEFAULT]

'RAYLEIGH' Accélération via le quotient de Rayleigh (uniquement en GEP)

### 3.8.2 Opérande NMAX\_ITER

◇ NMAX\_ITER=*nim* (30) [DEFAULT]

Nombre maximum d'itérations de la méthode des puissances inverses pour la recherche des modes propres.

### 3.8.3 Opérande PREC

◇ PREC=*pm* (1.10<sup>-5</sup>) [DEFAULT]

Test d'arrêt de la méthode des puissances inverses.

## 3.9 Mot-clé facteur SOLVEUR

◇ SOLVEUR=\_F(),

On a accès à tous les paramètres des solveurs linéaires directs ( METHODE='LDLT' / 'MULT\_FRONT' / 'MUMPS' ).

En mode parallèle, on conseille particulièrement le paramétrage <sup>2</sup> METHODE='MUMPS' et RENUM='QAMD' .

Pour plus de détails sur les solveurs, on pourra consulter le document [U4.50.01]. Concernant le parallélisme, on renvoie au document [U2.08.06] et au paragraphe dédié du document [U2.06. 01 ] .

## 3.10 Mot-clé facteur VERI\_MODE

◇ VERI\_MODE=\_F(...

<sup>2</sup> Afin de réduire au minimum le coût en temps de la phase d'analyse (séquentielle) de MUMPS. Ce paramétrage se fait cependant au détriment de la consommation mémoire. Mais ce surcoût s'avère rapidement compensé par la distribution des données sur les processeurs qu'implique le parallélisme.

Mot-clé facteur pour la définition des post-traitements de vérification des modes propres. Ces post-traitements concernent uniquement la norme du résidu des modes (cf [R5.01.01] §3.7.4 et [R5.01.02] §2.5.4).

**Remarques:**

- Lors des premiers passages, il est fortement conseillé de ne pas modifier ces paramètres qui concernent plutôt les arcanes de l'algorithme et qui sont initialisés empiriquement à des valeurs standards.
- Contrairement à son alter-ego, `MODE_ITER_SIMULT`, ce mot-clé facteur ne comporte pas de mot-clé du type `STURM` et `PREC_SHIFT`. La phase de post-traitement et de vérification ne comporte en effet pas de test de Sturm qui serait redondant avec la première partie heuristique. Les méthodes de type «puissance» étant moins robustes que celles de type «sous-espace», la valeur par défaut du seuil  $r$  est moins exigeante ( $10^{-2}$  au lieu de  $10^{-6}$ ).

### 3.10.1 Opérande `STOP_ERREUR`

◇ `STOP_ERREUR=/'OUI' [DEFAULT]`  
`/'NON'`

Permet d'indiquer à l'opérateur s'il doit s'arrêter ('OUI') ou continuer ('NON') dans le cas où l'un des critères `SEUIL` ou `STURM` (uniquement avec `MODE_ITER_SIMULT`) n'est pas vérifié.

Par défaut le concept de sortie n'est pas produit.

### 3.10.2 Opérande `SEUIL`

◇ `SEUIL=r (1.10-2) [DEFAULT]`

Seuil de tolérance pour la norme d'erreur relative du mode au dessus duquel il est considéré comme faux ou trop approximé (cf. [R5.01.01/02] algorithme n°2/n°1).

### 3.11 Opérande `INFO`

◇ `INFO=/1 [DEFAULT]`  
`/2`

Indique le niveau d'impression dans le fichier `MESSAGE` (.mess).

- 1 Impression sur le fichier 'MESSAGE' des valeurs propres, de leur position modale, de l'amortissement réduit, de la norme d'erreur *a posteriori* et de certains paramètres utiles pour suivre le déroulement du calcul.
- 2 Impression plus fournie plutôt réservée aux développeurs.

### 3.12 Opérande `TITRE`

◇ `TITRE=ti`  
Titre attaché au concept produit par cet opérateur [U4.03.01].

## 4 Phase d'exécution

---

### 4.1 Vérification

Les matrices **A**, **B** et **C**, arguments des mots clés (`MATR_A/MATR_RIGI`), (`MATR_MASS/MATR_RIGI_GEOM/MATR_B`) et (`MATR_AMOR/MATR_C`), doivent être cohérentes entre elles (c'est à dire s'appuyer sur la même numérotation et le même mode de stockage). L'opérateur vérifie que pour les options '`SEPRE`' et '`AJUSTE`', la liste des valeurs des arguments du mot clé `FREQ` ou `CHAR_CRIT` a, au moins, deux termes.

Il vérifie aussi une certaine cohérence des paramètres des différents algorithmes.

### 4.2 Exécution

Pour l'option '`AJUSTE`', si la séparation n'est pas possible et que dans un intervalle donné il y a plus d'une valeur de valeur propre, on n'applique pas la méthode d'ajustement à cet intervalle. Par contre, on effectuera lors du calcul des modes des réorthogonalisations par rapport aux modes précédents contenus dans l'intervalle (ceci permet de calculer des modes associés à une valeur propre multiple).

Pour l'option '`SEPRE`', ayant obtenu un intervalle cernant une valeur propre, on prend pour le calcul du mode le milieu de l'intervalle. Lors du calcul du mode, la valeur de la valeur propre est encore affinée. C'est le résultat de l'itération inverse proprement dit.



## 5 Paramètres modaux/ Norme des modes/ Position modale

En sortie de cet opérateur, les modes propres réels ou complexes sont normalisés à la plus grande des composantes qui n'est pas un multiplicateur de Lagrange. Pour choisir une autre norme, il faut utiliser la commande `NORM_MODE` [U4.52.11].

Dans le cas d'un calcul dynamique, la structure de données `mode_meca_*`, contient, en plus des fréquences de vibration et des déformées modales associées, des paramètres modaux (masse généralisée, raideur généralisée, facteur de participation, masse effective). On trouvera la définition de ces paramètres dans [R5.01.03].

Dans le cas d'un calcul de flambement linéaire, la structure de données `mode_flamb`, ne contient que les charges critiques et les déformées associées.

Dans le cas d'un calcul dynamique à modes réels (matrices symétriques réelles), la position modale des modes correspond à la position du mode dans l'ensemble du spectre défini par les matrices **A** et **B**.

Dans le cas d'un calcul de flambement linéaire, les positions modales des charges critiques sont attribuées de 1 à  $nf$  ( $nf$  étant le nombre de charges critiques calculées) en classant les charges critiques par ordre croissant en valeur absolue. Toutes les positions modales sont donc positives.

Pour l'option `PROCHE`, les positions modales sont attribuées de 1 à  $nf$  ( $nf$  étant le nombre de valeurs propres calculées), en prenant les valeurs propres dans l'ordre de la liste renseignée sous `FREQ` ou `CHAR_CRIT`.

## 6 Impression des résultats

Pour afficher les paramètres modaux associés à chaque mode et les coordonnées des modes, il faut utiliser l'opérateur `IMPR_RESU[U4.91.01]` de la manière suivante:

- Affichage des paramètres modaux seulement sous forme de table:

```
IMPR_RESU (   RESU=_F ( RESULTAT=mode,  
                    TOUT_PARA='OUI',  
                    TOUT_CHAM='NON' ) );
```

- Affichage des paramètres modaux et des vecteurs propres:

```
IMPR_RESU (   RESU=_F (RESULTAT=mode,  
                    TOUT_PARA='OUI',  
                    TOUT_CHAM='OUI' ) );
```

## 7 Exemples

Soient `masse` et `rigidite` deux matrices préalablement assemblées par l'opérateur `ASSE_MATRICE` à partir de matrices élémentaires de masse (`OPTION='MASS_MECA'`) et de rigidité (`OPTION='RIGI_MECA'`).

On calcule les modes de fréquence propre compris dans la bande 50Hz à 150Hz avec l'opérateur `MODE_ITER_INV` comme suit:

```
mode=MODE_ITER_INV
(  MATR_RIGI=rigidite,
  MATR_MASS=masse,
  CALC_FREQ=_F(OPTION='AJUSTE',
  FREQ=(50.,150.))
)
```

On calcule les modes de fréquence propre les plus proches des fréquences 20Hz et 50Hz avec l'opérateur `MODE_ITER_INV` comme suit:

```
mode=MODE_ITER_INV
(  MATR_RIGI=rigidite,
  MATR_MASS=masse,
  CALC_FREQ=_F( OPTION='PROCHE',
  FREQ=(50.,150.)),
  CALC_MODE=_F(OPTION='RAYLEIGH')
)
```

L'accélération de convergence en utilisant le coefficient de Rayleigh a été sélectionnée.

## 8 Remarques d'utilisation

---

Le coût de cet opérateur peut être élevé car:

- chaque dichotomie nécessite une factorisation (si `OPTION='SEPRE'`),
- chaque itération de sécante ou de Müller-Traub (si `OPTION='AJUSTE'`) nécessite aussi une factorisation.

Il peut être plus judicieux de faire:

- une recherche de valeurs propres par l'opérateur `MODE_ITER_SIMULT` [U4.52.03],
- puis d'affiner les résultats obtenus par `MODE_ITER_INV` en utilisant l'option '`PROCHE`' de `CALC_FREQ` ou `CALC_CHAR_CRIT` et l'option '`RAYLEIGH`' de `CALC_MODE` pour améliorer les vecteurs propres.