

## Architecture THM. Intégration des équations d'équilibre

---

### Résumé :

Cette note présente les arguments et variables informatiques utilisés dans les routines THM. Cette note commence par une présentation sommaire des équations, qui ne se substitue pas à la `doc.R`, seule référence dans le domaine.

## Table des matières

1	Écritures variationnelles des équations d'équilibre.....	4
1.1	Mécanique.....	4
1.2	Hydraulique.....	4
1.3	Thermique.....	6
2	Lois de comportement.....	7
2.1	Mécanique.....	7
2.1.1	Écriture générale.....	7
2.1.2	Cas des contraintes effectives.....	7
2.1.3	Choix des contraintes.....	7
2.2	Hydraulique.....	8
2.3	Thermique.....	8
2.4	Masse volumique homogénéisée.....	8
3	Efforts généralisés.....	8
4	Algorithme de résolution.....	9
4.1	Algorithme non linéaire de résolution des équations d'équilibre.....	9
4.2	Boucle sur les éléments, les points de Gauss.....	10
4.3	Vecteurs et matrices selon les options : routine EQUATHM.....	13
4.3.1	Résidu ou force nodale : options RAPH_MECA et FULL_MECA.....	14
4.3.2	Chargement : options CHAR_MECA.....	15
4.3.3	Opérateur tangent : options FULL_MECA, RIGI_MECA_TANG.....	15
5	Schéma général.....	20
6	Spécifications du sous programme générique EQUATHM.....	21
6.1	Arguments de la routine.....	21
6.2	Adressage dans les tableaux de déformation et contrainte.....	23
6.2.1	Adressage dans les déformations.....	23
6.2.1.1	Déformations temps moins.....	23
6.2.1.2	Déformations temps plus.....	23
6.2.2	Adressage dans les contraintes.....	24
6.2.2.1	Contraintes temps moins.....	24
6.2.2.2	Contraintes temps plus.....	24
6.2.3	Adressage dans les variables internes (exemple).....	24
6.2.3.1	Variables internes au temps moins.....	24
6.2.3.2	Variables internes au temps plus.....	24
6.3	Adressage R, DRDS, DSDE.....	25
6.3.1	Adressage dans R.....	25
6.3.2	Adressage dans DRDS.....	25
6.3.3	Adressage dans DSDE.....	26

6.4	Algorithme routine EQU_THM.....	31
6.5	Arguments de la routine d'appel des lois de comportement.....	35
7	Éléments finis en THM.....	38
7.1	Attributs dans les catalogues.....	38

## 1 Écritures variationnelles des équations d'équilibre

### 1.1 Mécanique

On part de l'écriture différentielle suivante :

$$\text{Div } \sigma + r \mathbf{F}^m = 0 \quad \text{éq 1.1-1}$$

Nous verrons plus loin que nous adoptons toujours la décomposition  $\sigma = \sigma' + \sigma_p I$ , où  $\sigma'$  désigne la contrainte effective.

C'est donc à la charge du module d'intégration des équations d'équilibre de faire la somme :  $\sigma = \sigma' + \sigma_p I$ .

On écrira alors une forme variationnelle de [éq 1.1-1] au temps  $t^+$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^+ = \sigma'^+ + \sigma_p^+ I \\ \int_{\Omega} \sigma^+ \cdot \varepsilon(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} r^+ \mathbf{F}^{m^+} \cdot \mathbf{v} + \int_{\partial\Omega} \mathbf{f}^{ext^+} \cdot \mathbf{v} \quad \forall \mathbf{v} \in U_{ad} \end{array} \right. \quad \text{éq 1.1-2}$$

### 1.2 Hydraulique

On part de l'écriture différentielle suivante :

$$\frac{dm}{dt} + \text{Div}(\mathbf{M}) = 0 \quad \text{éq 1.2-1}$$

On considère qu'il peut y avoir deux constituants, et pour chacun d'eux deux phases.

Plus précisément, les variables  $m_1, \mathbf{M}_1$  et  $m_2, \mathbf{M}_2$  se rapportent chacune à un constituant de masse conservative.

On pose par principe :

$$\begin{array}{ll} m_1 = m_1^1 + m_1^2; & \mathbf{M}_1 = \mathbf{M}_1^1 + \mathbf{M}_1^2 \\ m_2 = m_2^1 + m_2^2; & \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_2^1 + \mathbf{M}_2^2 \end{array}$$

Ce que nous écrivons :

$$\begin{array}{l} m_{\text{constituant}} = \sum_{\text{nb phase du constituant}} m_{\text{constituant}}^{\text{phase}} \\ \mathbf{M}_{\text{constituant}} = \sum_{\text{nb phase du constituant}} \mathbf{M}_{\text{constituant}}^{\text{phase}} \end{array}$$

Dans les applications, on pourrait par exemple avoir :

- 2 constituants : air et eau
- 2 phases pour l'eau
- 1 phase pour l'air

On aurait alors :

- $m_1^1$  et  $\mathbf{M}_1^1$  : apport de masse et flux d'eau liquide
- $m_1^2$  et  $\mathbf{M}_1^2$  : apport de masse et flux de vapeur
- $m_2^1$  et  $\mathbf{M}_2^1$  : apport de masse et flux d'air sec
- $m_2^2$  et  $\mathbf{M}_2^2$  : inexistants

On considère qu'il y a deux pressions. Aucune hypothèse n'est faite sur ce que signifient les pressions  $p_1$  et  $p_2$ , cela dépendra des lois de comportement et de la façon que l'on choisira de les écrire : on pourrait par exemple choisir :

$$p_1 = \text{pression capillaire} (p(\text{gaz}) - p(\text{liquide}))$$

$$p_2 = \text{pression de gaz} (\text{vapeur} + \text{gaz})$$

On écrira alors une forme variationnelle de [éq 1.2-1].

$$-\int_{\Omega} d \frac{(m_1^1 + m_1^2)}{dt} \pi_1 + \int_{\Omega} (\mathbf{M}_1^1 + \mathbf{M}_1^2) \cdot \nabla \pi_1 = \int_{\partial\Omega} (\mathbf{M}_{1\text{ext}}^1 + \mathbf{M}_{1\text{ext}}^2) \cdot \pi_1 \quad \forall \pi_1 \in P_{1\text{ad}} \quad \text{éq 1.2-2}$$

$$-\int_{\Omega} d \frac{(m_2^1 + m_2^2)}{dt} \pi_2 + \int_{\Omega} (\mathbf{M}_2^1 + \mathbf{M}_2^2) \cdot \nabla \pi_2 = \int_{\partial\Omega} (\mathbf{M}_{2\text{ext}}^1 + \mathbf{M}_{2\text{ext}}^2) \cdot \pi_2 \quad \forall \pi_2 \in P_{1\text{ad}} \quad \text{éq 1.2-3}$$

Après discrétisation par une theta méthode :

$$\begin{aligned} & -\int_{\Omega} (m_1^{1+} + m_1^{2+}) \pi_1 + \theta \Delta t \int_{\Omega} (\mathbf{M}_1^{1+} + \mathbf{M}_1^{2+}) \cdot \nabla \pi_1 = \\ & -\int_{\Omega} (m_1^{1-} + m_1^{2-}) \pi_1 - (1-\theta) \Delta t \int_{\Omega} (\mathbf{M}_1^{1-} + \mathbf{M}_1^{2-}) \cdot \nabla \pi_1 \\ & + \Delta t \int_{\partial\Omega} (\mathbf{M}_{1\text{ext}}^{1\theta} + \mathbf{M}_{1\text{ext}}^{2\theta}) \cdot \pi_1 \quad \forall \pi_1 \in P_{1\text{ad}} \end{aligned} \quad \text{éq 1.2-4}$$

$$\begin{aligned} & -\int_{\Omega} (m_2^{1+} + m_2^{2+}) \pi_2 + \theta \Delta t \int_{\Omega} (\mathbf{M}_2^{1+} + \mathbf{M}_2^{2+}) \cdot \nabla \pi_2 = \\ & -\int_{\Omega} (m_2^{1-} + m_2^{2-}) \pi_2 - (1-\theta) \Delta t \int_{\Omega} (\mathbf{M}_2^{1-} + \mathbf{M}_2^{2-}) \cdot \nabla \pi_2 \\ & + \Delta t \int_{\partial\Omega} (\mathbf{M}_{2\text{ext}}^{1\theta} + \mathbf{M}_{2\text{ext}}^{2\theta}) \cdot \pi_2 \quad \forall \pi_2 \in P_{2\text{ad}} \end{aligned} \quad \text{éq 1.2-5}$$

**Remarque :**

Dans le cadre de la modélisation HM permanente saturée, le terme  $\frac{dm_1^1}{dt}$  disparaît de l'écriture de la conservation de la masse fluide. Cette dernière s'écrit simplement :

$$\text{Div}(\mathbf{M}_1^1) = 0$$

La forme variationnelle correspondante s'écrit :

$$\int_{\Omega} \mathbf{M}_1^1 \cdot \nabla \pi_1 = \int_{\partial\Omega} \mathbf{M}_{1\text{ext}}^1 \cdot \pi_1 \quad \forall \pi_1 \in P_{1\text{ad}}$$

## 1.3 Thermique

Nous introduisons les enthalpies de chaque phase de chaque constituant :  $h_{c\ m}^p$

Nous notons :  $np_c$  le nombre de phases du constituant c.

Nous adoptons la règle de sommation des indices muets :

$$h_{c\ m}^p \mathbf{M}_c^p = \sum_{i=1}^{np_c} h_{cm}^i \mathbf{M}_c^i \quad h_{c\ m}^p \frac{dm_c^p}{dt} = \sum_{i=1}^{np_c} h_{cm}^i \frac{dm_c^i}{dt}$$

L'équation de thermique (ou d'énergie) s'écrit :

$$\frac{dQ'}{dt} + h_{c\ m}^p \frac{dm_c^p}{dt} + \text{Div}(h_{c\ m}^p \mathbf{M}_c^p + \mathbf{q}) = R + \mathbf{M}_c^p \cdot \mathbf{F}^m \quad \text{éq 1.3-1}$$

On écrira alors une forme variationnelle de [éq 1.3-1] sans y injecter l'équation d'équilibre hydraulique :

$$\int_{\Omega} \frac{dQ'}{dt} \tau + \int_{\Omega} h_{c\ m}^p \frac{dm_c^p}{dt} \tau - \int_{\Omega} (h_{c\ m}^p \mathbf{M}_c^p + \mathbf{q}) \cdot \nabla \tau = \int_{\Omega} (R + \mathbf{M}_c^p \cdot \mathbf{F}) \tau - \int_{\partial\Omega} (h_{c\ m}^p \mathbf{M}_{c\ ext}^p + \mathbf{q}_{ext}) \cdot \tau \quad \text{éq1.3-2}$$

$\forall \tau \in T_{ad}$

La discrétisation de [éq 1.3-2] par theta méthode conduit à :

$$\int_{\Omega} (Q'^+ - Q'^-) \tau - \theta \Delta t \int_{\Omega} ((h_{c\ m}^{p+} \mathbf{M}_c^{p+} + \mathbf{q}^+)) \nabla \tau - (1-\theta) \Delta t \int_{\Omega} ((h_{c\ m}^{p-} \mathbf{M}_c^{p-} + \mathbf{q}^-)) \nabla \tau + \dots$$

$$+ \theta \int_{\Omega} h_{c\ m}^{p+} (m_{c\ m}^{p+} - m_{c\ m}^{p-}) \tau + (1-\theta) \int_{\Omega} h_{c\ m}^{p-} (m_{c\ m}^{p+} - m_{c\ m}^{p-}) \tau =$$

$$\theta \Delta t \int_{\Omega} \mathbf{M}_c^{p+} \cdot \mathbf{F}^m \tau + (1-\theta) \Delta t \int_{\Omega} \mathbf{M}_c^{p-} \cdot \mathbf{F}^m \tau + \Delta t \int_{\Omega} R \tau - \Delta t \int_{\Omega} (h_{c\ m}^p \mathbf{M}_{c\ ext}^{p\theta} + \mathbf{q}_{ext}^{\theta}) \cdot \tau \quad \text{éq 1.3-3}$$

$\forall \tau \in T_{ad}$

On remarque dans l'équation [éq 1.3-3] un terme d'apport de chaleur par le flux de fluide au bord du domaine :  $\int_{\partial\Omega} (h_{c\ m}^p \mathbf{M}_{c\ ext}^{p\theta} + \mathbf{q}_{ext}^{\theta}) \cdot \tau$ .

On pourra en fait considérer que les conditions de flux thermiques définissent directement :

$$\tilde{\mathbf{q}}_{ext}^{\theta} = h_{c\ m}^p \mathbf{M}_{c\ ext}^{p\theta} + \mathbf{q}_{ext}^{\theta}$$

## 2 Lois de comportement

### 2.1 Mécanique

#### 2.1.1 Ecriture générale

$$\begin{cases} \sigma^+ = \sigma^+(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, \sigma^-, \chi^-) \\ \chi^+ = \chi^+(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, \sigma^-, \chi^-) \end{cases} \quad \text{éq 2.1.1-1}$$

#### 2.1.2 Cas des contraintes effectives

Dans le cas de l'hypothèse des contraintes effectives, cette fonction se décomposera sous la forme :

$$\sigma = \sigma' + \sigma_p I$$

$\sigma'$  est le tenseur des contraintes effectives:  
 $\sigma_p$  est un scalaire

$$\begin{cases} \sigma'^+ = \sigma'^+(\varepsilon^+, T^+; \varepsilon^-, T^-, \sigma'^-, \chi_\sigma^-) \\ \chi_\sigma^+ = \chi_\sigma^+(\varepsilon^+, T^+; \varepsilon^-, T^-, \sigma'^-, \chi_\sigma^-) \end{cases} \quad \text{éq 2.1.2-1}$$

$$\begin{cases} \sigma_p^+ = \sigma_p^+(p_1^+, p_2^+; p_1^-, p_2^-, \chi_H^-) \\ \chi_H^+ = \chi_H^+(p_1^+, p_2^+; p_1^-, p_2^-, \chi_H^-) \end{cases} \quad \text{éq 2.1.2-2}$$

On remarque que dans cette décomposition :

- 1) la dépendance par rapport à la thermique a été laissée dans les contraintes effectives ; typiquement, on pense que les lois sur les contraintes effectives s'écrivent comme en thermo mécanique classique :

$$\sigma'^+ = \sigma'^+(\varepsilon^+ - \alpha^+ T^+; \varepsilon^- - \alpha^- T^-, \sigma'^-, \chi_\sigma^-)$$

- 1) on a distingué les variables internes relatives à la loi de comportement sur les contraintes effectives, que l'on a écrites  $\chi_\sigma$ , les variables internes d'origine hydraulique que l'on a écrites  $\chi_H$  et les variables internes d'origine thermique que l'on a écrites  $\chi_T$  (voir paragraphes suivants).

#### 2.1.3 Choix des contraintes

Du fait de l'utilisation assez fréquente de l'hypothèse des contraintes effectives, on décide que le vecteur des contraintes pour la partie mécanique contient dans tous les cas le tenseur des contraintes effectives  $\sigma'$  et le scalaire  $\sigma_p$ . Dans le cas général où l'hypothèse des contraintes effectives n'est pas retenue, on aura simplement :  $\sigma_p = 0$

C'est donc à la charge du module d'intégration des équations d'équilibre de faire la somme :  
 $\sigma = \sigma' + \sigma_p I$ .

## 2.2 Hydraulique

La loi de comportement hydraulique fournira les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_c^{p+} = m_c^{p+}(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, m_d^{q-}, \mathbf{M}_d^{q-}, \chi_H^-) \\ \mathbf{M}_c^{p+} = \mathbf{M}_c^{p+} \left( \begin{array}{l} \varepsilon^+, p_1^+, \nabla p_1^+, p_2^+, \nabla p_2^+, T^+, \nabla T^+; \\ \varepsilon^-, p_1^-, \nabla p_1^-, p_2^-, \nabla p_2^-, T^-, \nabla T^-, \mathbf{M}_d^{q-}, \chi_H^-; \mathbf{F}^{m+} \end{array} \right) \\ \chi_H^+ = \chi_H^+(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, m_1^-, m_2^-, \chi_H^-) \end{array} \right\} \forall c \text{ et } \forall p \text{ de } 1 \text{ à } np_c \quad \text{éq 2.2-1}$$

On remarque que le champ de gravité est une donnée de la loi de comportement hydraulique par ce que l'évolution du vecteur de flux suit des relations du type :  $\mathbf{M} = \lambda_H \rho^{fl} [-\nabla P + \rho^{fl} \mathbf{F}^m]$  .

## 2.3 Thermique

Les lois de comportement fourniront :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^{r+} = Q^{r+}(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, S^{r-}) \\ h_{c\ m}^{p+} = h_{c\ m}^{p+}(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, s_{dm}^{q-}) \quad \forall c \text{ et } \forall p \text{ de } 1 \text{ à } np_c \\ \mathbf{q}^+ = \mathbf{q}^+(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+, \nabla T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, \nabla T^-, \mathbf{q}^-) \\ \chi_T^+ = \chi_T^+(\varepsilon^+, p_1^+, p_2^+, T^+, \nabla T^+; \varepsilon^-, p_1^-, p_2^-, T^-, \nabla T^-, \chi_T^-) \end{array} \right\} \quad \text{éq 2.3-1}$$

Avec  $h_{dm}^{q-} = (h_{1m}^{1-}, h_{1m}^{2-}, h_{2m}^{1-}, h_{2m}^{2-})$

## 2.4 Masse volumique homogénéisée

$$r^+ = r_0 + m_1^{1+} + m_1^{2+} + m_2^{1+} + m_2^{2+} \quad \text{éq 2.4-1}$$

## 3 Efforts généralisés

Il ressort de ce qui est écrit plus haut que les contraintes généralisées sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}}', \sigma_p; \\ m_1^1, \mathbf{M}_1^1, h_{1m}^1; m_1^2, \mathbf{M}_1^2, h_{1m}^2; \\ m_2^1, \mathbf{M}_2^1, h_{2m}^1; m_2^2, \mathbf{M}_2^2, h_{2m}^2; \\ Q', \mathbf{q} \end{array} \right.$$

Les déformations généralisées associées sont :

$$\mathbf{u}, \underline{\underline{\varepsilon}}(\mathbf{u}) : p_1, \nabla p_1; p_2, \nabla p_2; T, \nabla T$$

### Remarque :

Dans le cadre de la modélisation HM permanente saturée, les contraintes généralisées ne contiennent pas le terme d'apport massique.



## 4 Algorithme de résolution

### 4.1 Algorithme non linéaire de résolution des équations d'équilibre

Dans le cas général de la modélisation (coefficients variables, désaturation, convection) le problème variationnel présenté ci-dessus est non linéaire par rapport aux champs de déplacement, pression et température. Après discrétisation par éléments finis, on obtient un système matriciel non linéaire. La matrice de résolution contient de plus un terme non symétrique et est traité comme tel (pas de symétrisation de cette matrice pour utiliser des méthodes de minimum). On utilise dans tous les cas de modélisation le solveur non linéaire du *Code\_Aster* `STAT_NON_LINE` reposant sur une méthode de Newton-Raphson, décrite en [R5.03.01]. Son principe est le suivant (les équations correspondant au traitement par dualisation des conditions aux limites ne sont pas indiquées explicitement ici).

L'équation d'équilibre thermo-poro-mécanique à l'instant  $t^+$ , connaissant à l'instant précédent  $(\mathbf{u}_-, P_-, T_-)$ , ainsi que les éventuelles variables internes s'écrit :

$$F_i(\mathbf{u}_+, P_+, T_+) = L_e(t^+) - G(\mathbf{u}_-, P_-, T_-),$$

Pour trouver la solution de cette équation non linéaire, on construit une suite :

- initialisée par une prédiction qui donne  $(\mathbf{u}_0, P_0, T_0) = (\mathbf{u}_-, P_-, T_-) + (\Delta \mathbf{u}_0, \Delta P_0, \Delta T_0)$  :

$$DF_{i(\mathbf{u}_-, P_-, T_-)} \circ (\Delta \mathbf{u}_0, \Delta P_0, \Delta T_0) = L_e(t^+) - L_e(t^-)$$

- corrigée par récurrence donnant :

$$(\mathbf{u}_{n+1}, P_{n+1}, T_{n+1}) = (\mathbf{u}_n, P_n, T_n) + (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1})$$

$$DF_i \circ (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1}) = -F_i(\mathbf{u}_n, P_n, T_n) + L_e(t^+) - G(\mathbf{u}_-, P_-, T_-)$$

Les notations suivantes ont été adoptées :

- $F_i(\mathbf{u}, P, T)$  contient le travail de déformation, les contributions à l'instant actuel des termes de dissipation hydraulique et thermique exprimés au sein de la  $\theta$ -méthode, et des variations d'apport de masse fluide et d'entropie ;
- $DF_i$  désigne l'opérateur tangent, qui peut ne pas être actualisé à chaque itération en  $(\mathbf{u}_n, P_n, T_n)$ , selon un compromis coût de calcul-vitesse de convergence ; la convergence est vérifiée par un test sur la norme relative de la différence des itérés successifs (via le mot-clé `INCO_GLOB_RELA`) ;
- $G(\mathbf{u}_-, P_-, T_-)$  contient les contributions à l'instant précédent des termes de dissipation hydraulique et thermique exprimées au sein de la  $\theta$ -méthode, et des variations d'apport de masse fluide et d'entropie ;
- $L_e(t)$  désigne le travail virtuel des forces « mortes » extérieures et d'apports extérieurs hydrauliques et de chaleur exprimés par la  $\theta$ -méthode.

À convergence à l'itération  $n+1$ , on opère une actualisation des champs  $(\mathbf{u}_+, P_+, T_+) = (\mathbf{u}_{n+1}, P_{n+1}, T_{n+1})$ .

Dans la version présente de l'algorithme THM, nous avons décidé de regrouper tous les termes y compris ceux dus aux forces suiveuses et ceux du temps moins :

En posant :

$$-R_i(\mathbf{u}_n, P_n, T_n) = -F_i(\mathbf{u}_n, P_n, T_n) - G(\mathbf{u}_-, P_-, T_-),$$

donc  $DF_i = DR_i$

on a finalement :

$$DF_i \circ (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1}) = -R_i(\mathbf{u}_n, P_n, T_n) + L_e(t^+)$$

L'algorithme général d'équilibre s'écrira alors, pour un pas de temps :

Initialisations :

Calcul de  $L_e(t^+)$  (option CHAR\_MECA)

Calcul de  $DF_{i(\mathbf{u}, P, T)}$  (option RIGI\_MECA-TANG)

Calcul de  $(\Delta \mathbf{u}_0, \Delta P_0, \Delta T_0)$  par :  $DF_{i(\mathbf{u}, P, T)} \circ (\Delta \mathbf{u}_0, \Delta P_0, \Delta T_0) = L_e(t^+) - L_e(t^-)$

Itérations d'équilibre de Newton n

Si option FULL\_MECA :

Calcul de  $DF_{i(\mathbf{u}^+, P^+, T^+)}$  et  $-R_i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)$  :

Mise à jour matrice tangente :  $DF_i = DF_{i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)}$

Si option RAPH\_MECA

Calcul de  $-R_i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)$

Calcul de  $(\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1})$  par :

$$DF_i \circ (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1}) = -R_i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+) + L_e(t^+)$$

Actualisation :

$$(\mathbf{u}_{n+1}^+, P_{n+1}^+, T_{n+1}^+) = (\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+) + (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1})$$

SI test convergence OK

| fin Newton : pas de temps suivant

Sinon

| n = n+1

## 4.2 Boucle sur les éléments, les points de Gauss

Comme dans tous les codes d'éléments finis, les termes sont calculés par boucle sur les éléments et boucle sur les points de Gauss :

$$R_i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+) = \sum_{el} \sum_g w_g^{el} R_g^{el}(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)$$

$$DF_{i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)} = \sum_{el} \sum_g w_g^{el} DF_g^{el}(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)$$

Notons :  $\{X^{el}\}$  le vecteur des inconnues nodales, sur un élément fini  $el$

$$\text{par exemple } \{X^{el}\} = \left. \begin{array}{c} u \\ v \\ w \\ p_1 \\ p_2 \\ T \\ u \\ v \\ w \\ p_1 \\ p_2 \\ T \\ u \\ v \\ w \\ p_1 \\ p_2 \\ T \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{noeud 1} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \text{noeud 2} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \text{noeud 3} \\ \\ \\ \end{array}$$

Dans le présent paragraphe, pour simplifier la présentation, nous supposons que nous traitons d'un élément fini supportant des ddl de déplacement, deux ddl de pression et un ddl de température.

Notons  $\{E_g^{el}\}$  le vecteur des déformations généralisées au point de Gauss  $g$  de l'élément  $el$   
Par exemple :

$$\{E_g^{el}\} = \left( \begin{array}{c} \mathbf{u} \\ \varepsilon(\mathbf{u}) \\ p_1 \\ \nabla p_1 \\ p_2 \\ \nabla p_2 \\ T \\ \nabla T \end{array} \right)$$

Nous notons  $\{\Sigma_g^{el}\}$  le vecteur de contraintes généralisées pour le point de Gauss  $g$  de l'élément  $el$

Par exemple, et toujours dans le cas le plus complet :

$$\{\Sigma_g^{el}\} = \begin{matrix} \underline{\underline{\sigma}}' \\ \underline{\underline{\sigma}}_p \\ m_1^1 \\ \mathbf{M}_1^1 \\ h_{1m}^1 \\ m_1^2 \\ \mathbf{M}_1^2 \\ h_{1m}^2 \\ m_2^1 \\ \mathbf{M}_2^1 \\ h_{2m}^1 \\ m_2^2 \\ \mathbf{M}_2^2 \\ h_{2m}^2 \\ Q' \\ \mathbf{q} \end{matrix}$$

Les routines éléments finis calculent la matrice :  $[B]_g^{el}$  définie par :

$$\{E_g^{el}\} = [B]_g^{el} \{X\}$$

L'algorithme deviendra alors :

Initialisations :

Calcul de  $L_e(t^+)$  (option CHAR\_MECA)

Calcul de  $DF_{i(\mathbf{u}, P, T)}$  (option RIGI\_MECA-TANG)

Calcul de  $(\Delta \mathbf{u}_0, \Delta P_0, \Delta T_0)$  par :  $DF_{i(\mathbf{u}, P, T)} \circ (\Delta \mathbf{u}_0, \Delta P_0, \Delta T_0) = L_e(t^+) - L_e(t^-)$

Itérations d'équilibre de Newton n

Boucle éléments el

Boucle points de gauss g

Calcul  $[B]_g^{el}$

Calcul  $[E_g^{el-}] = [B]_g^{el} [X^-]$  et  $[E_{gn}^{el+}] = [B]_g^{el} [X_n^+]$

Calcul  $[\Sigma_{gn}^{el+}]$ ,  $-R_{ig}^{el}(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)$  et  $DF_g^{el}(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+)$  (selon options) à partir de :

$[E_g^{el-}]$ ,  $[E_g^{el+}]$ ,  $[\Sigma_g^{el-}]$ ,  $[E_g^{el+}]$ ,  $[B]_g^{el}$

Calcul de  $(\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1})$  par :

$$DF_i \circ (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1}) = -R_i(\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+) + L_e(t^+)$$

Actualisation :

$$(\mathbf{u}_{n+1}^+, P_{n+1}^+, T_{n+1}^+) = (\mathbf{u}_n^+, P_n^+, T_n^+) + (\delta \mathbf{u}_{n+1}, \delta P_{n+1}, \delta T_{n+1})$$

Si test convergence OK

fin Newton : pas de temps suivant

Sinon

n = n+1

### 4.3 Vecteurs et matrices selon les options : routine EQUATHM

La partie centrale encadrée de l'algorithme présenté ci dessus est réalisée par une routine générique EQUATHM. Nous donnons en annexe une représentation graphique de l'appel de cette routine.

Cette routine est paramétrée en fonction des équations présentes (mécanique, hydraulique avec 1 ou 2 pressions, thermique). Le travail effectué par cette routine est paramétré par l'option.

Le terme  $-R_i(\mathbf{u}_n, P_n, T_n)$  sera calculé par les options RAPH\_MECA et FULL\_MECA. Ce terme inclut les forces de volume suiveuses : on considérera que les forces suiveuses seront intégrées aux options RAPH\_MECA, FULL\_MECA et RIGI\_MECA\_TANG. Dans le cas où les données utilisateurs ne comportent pas de forces de volume, le vecteur  $\mathbf{F}^{m+}$  sera simplement nul.

Les présentations faites dans les deux paragraphes suivants sont faites dans le cas le plus général où on a une équation de mécanique, deux équations d'hydraulique et une équation de thermique. La routine EQUATHM calculera ou non les différents termes selon la description qu'on lui fera des équations présentes.

Les indices g et el sont désormais omis, mais il est clair que ce qui est décrit s'applique à chaque point de Gauss de chaque élément.

**Remarque :**

Dans le cadre de la modélisation HM permanente saturée, une routine similaire à la routine EQUATHM a été implantée (la routine EQUATHP), qui tient compte des spécificités des équations de la modélisation permanente (pas d'apport massique).

### 4.3.1 Résidu ou force nodale : options RAPH\_MECA et FULL\_MECA

On répartira les termes de la formulation variationnelle selon le principe suivant :

Si  $E_g^{*el}$  désigne un champ de déformation virtuel,  $E_g^{*elT} = (\mathbf{v}, \varepsilon(\mathbf{v}), \pi_1, \nabla \pi_1, \pi_2, \nabla \pi_2, \tau, \nabla \tau)$  calculé à partir d'un vecteur de déplacement nodaux virtuels :  $\{X^{*el}\}$

$$E_g^{*elT} \cdot R_{ig}^{el}(\mathbf{u}_+, P_+, T_+) = R_1 \mathbf{v} + R_2 \varepsilon(\mathbf{v}) + R_3 \pi_1 + R_4 \nabla \pi_1 + R_5 \pi_2 + R_6 \nabla \pi_2 + R_7 \tau + R_8 \nabla \tau$$

On a alors :

Indice	R	associé à
1	$-(m_1^{1+} + m_1^{2+} + m_2^{1+} + m_2^{2+}) \mathbf{F}^m$	$\mathbf{v}$
2	$\sigma^{r+} + \sigma_p^+ I$	$\varepsilon(\mathbf{v})$
3	$-m_1^{1+} - m_1^{2+} + m_1^{1-} + m_1^{2-}$	$\pi_1$
4	$\theta \Delta t (M_1^{1+} + M_1^{2+}) + (1-\theta) \Delta t (M_1^{1-} + M_1^{2-})$	$\nabla \pi_1$
5	$-m_2^{1+} - m_2^{2+} + m_2^{1-} + m_2^{2-}$	$\pi_2$
6	$\theta \Delta t (M_2^{1+} + M_2^{2+}) + (1-\theta) \Delta t (M_2^{1-} + M_2^{2-})$	$\nabla \pi_2$
7	$Q^{r+} - Q^r$ $(\theta h_{1m}^{1+} + (1-\theta) h_{1m}^{1-})(m_1^{1+} - m_1^{1-}) + (\theta h_{1m}^{2+} + (1-\theta) h_{1m}^{2-})(m_1^{2+} - m_1^{2-})$ $(\theta h_{2m}^{1+} + (1-\theta) h_{2m}^{1-})(m_2^{1+} - m_2^{1-}) + (\theta h_{2m}^{2+} + (1-\theta) h_{2m}^{2-})(m_2^{2+} - m_2^{2-})$ $-\Delta t \theta (M_1^{1+} + M_1^{2+} + M_2^{1+} + M_2^{2+}) \cdot \mathbf{F}^m - \Delta t (1-\theta) (M_1^{1-} + M_1^{2-} + M_2^{1-} + M_2^{2-}) \cdot \mathbf{F}^m$	$\tau$
8	$-\theta \Delta t (h_{1m}^{1+} M_1^{1+} + h_{1m}^{2+} M_1^{2+} + h_{2m}^{1+} M_2^{1+} + h_{2m}^{2+} M_2^{2+} + \mathbf{q}^+)$ $-(1-\theta) \Delta t (h_{1m}^{1-} M_1^{1-} + h_{1m}^{2-} M_1^{2-} + h_{2m}^{1-} M_2^{1-} + h_{2m}^{2-} M_2^{2-} + \mathbf{q}^-)$	$\nabla \tau$

A partir de là on définira le vecteur résidu nodal  $\{V_g^{el}\}$  tel que :

$$\{X^{*el}\}^T \cdot \{V_g^{el}\} = E_g^{*elT} \cdot R_{ig}^{el}(\mathbf{u}_+, P_+, T_+)$$

$\{V_g^{el}\}$  se calculera par :

$$\{V_g^{el}\} = [B_g^{el}]^T \cdot \{R\}$$

**Remarque :**

Dans le cadre de la modélisation HM permanente saturée, la routine EQUATHP n'assemble jamais les termes R3 et R5.

## 4.3.2 Chargement : options CHAR\_MECA

Ce chapitre n'est ici que pour mémoire car la routine EQUATHM ne s'occupera pas de ces termes.

On répartira les termes de la formulation variationnelle selon le principe suivant :

$$E_g^{*elT} \cdot L_{eg}^{el}(t+) = L_1 \mathbf{v} + L_2 \varepsilon(\mathbf{v}) + L_3 \pi_1 + L_4 \nabla \pi_1 + L_5 \pi_2 + L_6 \nabla \pi_2 + L_7 \tau + L_8 \nabla \tau$$

Indice	L	type élément	associé à
1	$\mathbf{f}^{ext}$	bord	$\mathbf{v}$
3	$\Delta t \left( \mathbf{M}_{1ext}^{1\theta} + \mathbf{M}_{1ext}^{2\theta} \right)$	bord	$\pi_1$
5	$\Delta t \left( \mathbf{M}_{2ext}^{1\theta} + \mathbf{M}_{2ext}^{2\theta} \right)$	bord	$\pi_2$
7	$\Delta t R^0$ $-\Delta t \left( \mathbf{q}_{ext}^\theta + \left( h_{1m}^{1\theta} \mathbf{M}_{1ext}^{1\theta} + h_{1m}^{2\theta} \mathbf{M}_{1ext}^{2\theta} \right) \right)$ $-\Delta t \left( h_{2m}^{1\theta} \mathbf{M}_{2ext}^{1\theta} + h_{2m}^{2\theta} \mathbf{M}_{2ext}^{2\theta} \right)$ $= -\Delta t \tilde{\mathbf{q}}_{ext}^\theta$	volume bord	$\tau$

## 4.3.3 Opérateur tangent : options FULL\_MECA, RIGI\_MECA\_TANG

Remarque sur les notations matricielles :

Dans ce qui suit, si  $X$  désigne un vecteur de composantes  $X^i$  et  $Y$  un vecteur de composantes  $Y^i$ ,  $\left[ \frac{\partial X}{\partial Y} \right]$  désignera une matrice dont l'élément (ligne :  $i$ , colonne :  $j$ ) est  $\frac{\partial X^i}{\partial Y^j}$ .

Pour calculer l'opérateur tangent  $DF_i$ , on calculera les quantités suivantes :

[DRDE] =							
DR1U	DR1E	DR1P1	DR1GP1	DR1P2	DR1GP2	DR1T	DR1GT
DR2U	DR2E	DR2P1	DR2GP1	DR2P2	DR2GP2	DR2T	DR2GT
DR3U	DR3E	DR3P1	DR3GP1	DR3P2	DR3GP2	DR3T	DR3GT
DR4U	DR4E	DR4P1	DR4GP1	DR4P2	DR4GP2	DR4T	DR4GT
DR5U	DR5E	DR5P1	DR5GP1	DR5P2	DR5GP2	DR5T	DR5GT
DR6U	DR6E	DR6P1	DR6GP1	DR6P2	DR6GP2	DR6T	DR6GT
DR7U	DR7E	DR7P1	DR7GP1	DR7P2	DR7GP2	DR7T	DR7GT
DR8U	DR8E	DR8P1	DR8GP1	DR8P2	DR8GP2	DR8T	DR8GT

Où on a noté :

$$DRiU = \frac{\partial F_i}{\partial u}$$

$$DRiE = \frac{\partial F_i}{\partial \varepsilon}$$

$$DRiP1 = \frac{\partial F_i}{\partial p_1}$$

$$DRiP2 = \frac{\partial F_i}{\partial p_2}$$

$$DRiGP1 = \frac{\partial F_i}{\partial \nabla p_1}$$

$$DRiGP2 = \frac{\partial F_i}{\partial \nabla p_2}$$

$$DRiT = \frac{\partial F_i}{\partial T}$$

$$DRiGT = \frac{\partial F_i}{\partial \nabla T}$$



Pour faire ces calculs on considère que les lois de comportement fourniront, pour les options correspondantes, toutes les dérivées suivantes :

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{DSDE}] = & \begin{array}{cccccccc}
 \frac{\partial \sigma'}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \sigma'}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \sigma'}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \sigma'}{\partial T} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial \sigma_p}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial T} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial m_1^1}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial m_1^1}{\partial p_1} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial m_1^1}{\partial p_2} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial m_1^1}{\partial T} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial T} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial m_1^2}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial m_1^2}{\partial p_1} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial m_1^2}{\partial p_2} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial m_1^2}{\partial T} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial T} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial m_2^1}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial m_2^1}{\partial p_1} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial m_2^1}{\partial p_2} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial m_2^1}{\partial T} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial T} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial m_2^2}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial m_2^2}{\partial p_1} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial m_2^2}{\partial p_2} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial m_2^2}{\partial T} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial T} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial Q'}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial Q'}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial Q'}{\partial p_1} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial Q'}{\partial p_2} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial Q'}{\partial T} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla T} \\
 \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \mathbf{u}} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla p_1} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla p_2} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla T}
 \end{array}
 \end{aligned}$$

En fait, dans ces expressions, les dérivées par rapport à  $u$  sont toutes nulles, mais nous gardons l'écriture compte tenu de la définition des matrices  $[B]_g^{el}$  que nous avons adoptée.

L'appel aux lois de comportement fournira les morceaux de la matrice  $[DSDE]$  selon les équations présentes :

$$\begin{aligned}
 [DMECDE] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \sigma_p'}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} ; [DMECP1] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \sigma_p'}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma_p'}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix} ; [DMECP2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \sigma_p'}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma_p'}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix} ; [DMECDT] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial T} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \sigma_p'}{\partial T} & \frac{\partial \sigma_p'}{\partial \nabla T} \end{bmatrix} \\
 [DP11DE] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial M_1^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} ; [DP11P1] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial p_1} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial M_1^1}{\partial p_1} & \frac{\partial M_1^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix} ; [DP11P2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial p_2} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial M_1^1}{\partial p_2} & \frac{\partial M_1^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix} ; [DP11DT] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial T} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial M_1^1}{\partial T} & \frac{\partial M_1^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial T} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla T} \end{bmatrix} \\
 [DP12DE] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial M_1^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} ; [DP12P1] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial p_1} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial M_1^2}{\partial p_1} & \frac{\partial M_1^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix} ; [DP12P2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial p_2} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial M_1^2}{\partial p_2} & \frac{\partial M_1^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix} ; [DP12DT] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial T} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial M_1^2}{\partial T} & \frac{\partial M_1^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial T} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla T} \end{bmatrix} \\
 [DP21DE] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial M_2^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} ; [DP21P1] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial p_1} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial M_2^1}{\partial p_1} & \frac{\partial M_2^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix} ; [DP21P2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial p_2} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial M_2^1}{\partial p_2} & \frac{\partial M_2^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix} ; [DP21DT] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial T} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial M_2^1}{\partial T} & \frac{\partial M_2^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial T} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla T} \end{bmatrix} \\
 [DP22DE] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial M_2^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} ; [DP22P1] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial p_1} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial M_2^2}{\partial p_1} & \frac{\partial M_2^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix} ; [DP22P2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial p_2} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial M_2^2}{\partial p_2} & \frac{\partial M_2^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix} ; [DP22DT] = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial T} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial M_2^2}{\partial T} & \frac{\partial M_2^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial T} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla T} \end{bmatrix} \\
 [DTDE] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial q}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix} ; [DTDP1] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial p_1} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial q}{\partial p_1} & \frac{\partial q}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix} ; [DTDP2] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial p_2} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial q}{\partial p_2} & \frac{\partial q}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix} ; [DTDT] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial T} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial q}{\partial T} & \frac{\partial q}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Par ailleurs, en dérivant l'expression du résidu par rapport aux contraintes, on définit :

$$[\mathbf{DRDS}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_1}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_1}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_1}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_1}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_1}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_1}{\partial Q'} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_2}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_2}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_2}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_2}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_2}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_2}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_2}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_2}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_2}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_2}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_2}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_2}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_2}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_2}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_2}{\partial Q'} & \frac{\partial R_2}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_3}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_3}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_3}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_3}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_3}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_3}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_3}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_3}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_3}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_3}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_3}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_3}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_3}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_3}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_3}{\partial Q'} & \frac{\partial R_3}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_4}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_4}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_4}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_4}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_4}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_4}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_4}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_4}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_4}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_4}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_4}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_4}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_4}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_4}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_4}{\partial Q'} & \frac{\partial R_4}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_5}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_5}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_5}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_5}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_5}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_5}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_5}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_5}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_5}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_5}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_5}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_5}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_5}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_5}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_5}{\partial Q'} & \frac{\partial R_5}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_6}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_6}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_6}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_6}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_6}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_6}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_6}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_6}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_6}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_6}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_6}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_6}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_6}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_6}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_6}{\partial Q'} & \frac{\partial R_6}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_7}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_7}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_7}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_7}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_7}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_7}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_7}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_7}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_7}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_7}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_7}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_7}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_7}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_7}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_7}{\partial Q'} & \frac{\partial R_7}{\partial \mathbf{q}} \\ \frac{\partial R_8}{\partial \sigma'} & \frac{\partial R_8}{\partial \sigma_p} & \frac{\partial R_8}{\partial m_1^1} & \frac{\partial R_8}{\partial \mathbf{M}_1^1} & \frac{\partial R_8}{\partial h_{1m}^1} & \frac{\partial R_8}{\partial m_1^2} & \frac{\partial R_8}{\partial \mathbf{M}_1^2} & \frac{\partial R_8}{\partial h_{1m}^2} & \frac{\partial R_8}{\partial m_2^1} & \frac{\partial R_8}{\partial \mathbf{M}_2^1} & \frac{\partial R_8}{\partial h_{2m}^1} & \frac{\partial R_8}{\partial m_2^2} & \frac{\partial R_8}{\partial \mathbf{M}_2^2} & \frac{\partial R_8}{\partial h_{2m}^2} & \frac{\partial R_8}{\partial Q'} & \frac{\partial R_8}{\partial \mathbf{q}} \end{bmatrix}$$

Toutes ces quantités n'étant pas forcément calculées, on notera :

$$[\mathbf{DR1DS}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial \sigma'^+} & \frac{\partial R_1}{\partial \sigma_p^+} \end{bmatrix} ; \quad [\mathbf{DR1P11}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{1+}} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \sigma_{1m}^{1+}} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{DR1P12}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{2+}} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{1m}^{2+}} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{DR1P21}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{1+}} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{2m}^{1+}} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{DR1P22}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{2+}} \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{2m}^{2+}} \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{DR1DT}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial Q'^+} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{q}^+} \end{bmatrix}$$

De même :

$$[\mathbf{DR8DS}], [\mathbf{DR8P11}], [\mathbf{DR8P12}], [\mathbf{DR8P21}], [\mathbf{DR8P22}], [\mathbf{DR8DT}]$$

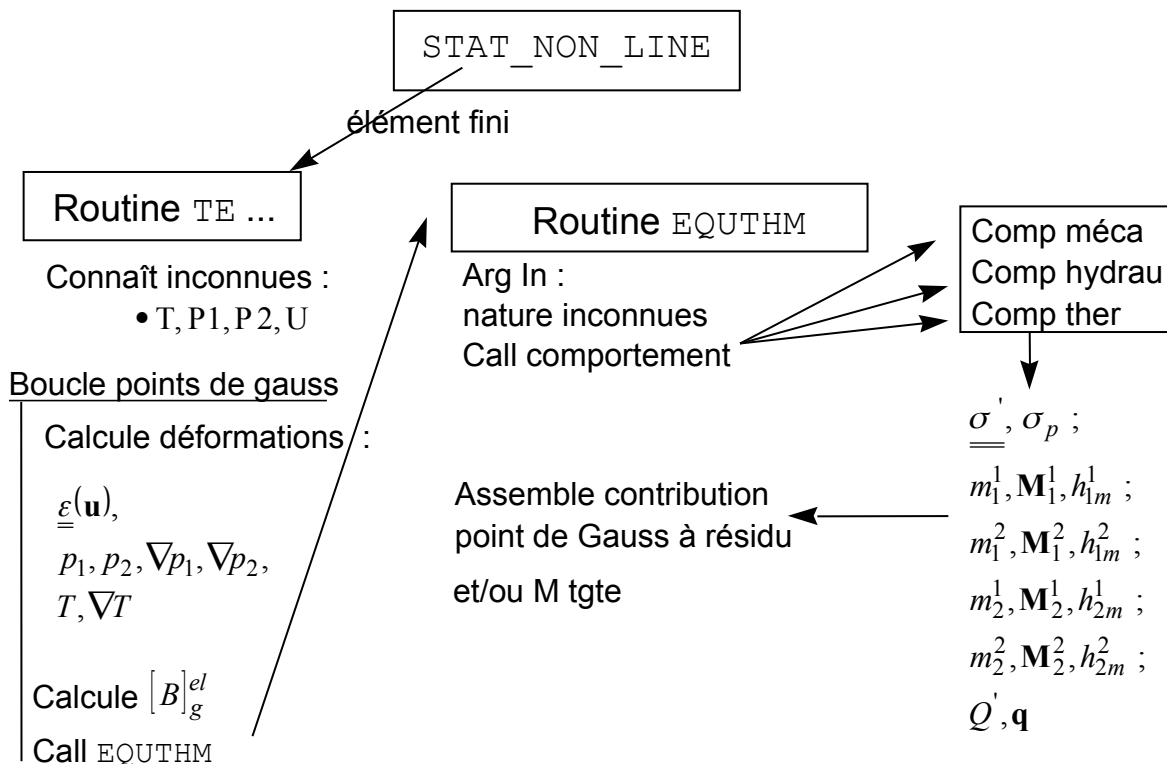
Il est alors clair que :

$$[\mathbf{DRDE}] = [\mathbf{DRDS}] \cdot [\mathbf{DSDE}]$$

Et la contribution du point de Gauss à la matrice tangente  $\mathbf{DF}_{g i(u_n^+, P_n^+, T_n^+)}^{el}$  s'obtient par :

$$\left[ \mathbf{DF}_{g i(u_n^+, P_n^+, T_n^+)}^{el} \right] = \left[ \mathbf{B}_g^{el} \right]^T \cdot [\mathbf{DRDE}] \cdot \left[ \mathbf{B}_g^{el} \right]$$

## 5 Schéma général



## 6 Spécifications du sous programme générique EQUATHM

### 6.1 Arguments de la routine

ARGUMENTS D'ENTREE : IN		
COMPOR	Description du comportement	
OPTION	Option à calculer	
NDIM	dimension espace	2 ou 3
NDDL	Nombre total de degrés de liberté de l'élément appelant	
DIMDEF	dimension du tableau des déformations généralisées au point de Gauss	
DIMCON	dimension du tableau des contraintes généralisées au point de Gauss	
NVIMEC	Nombre de variables internes « mécaniques »	
ADVIME	Adresse des variables internes mécaniques dans le tableau des variables internes au point de Gauss	
NVIHY	Nombre de variables internes « hydrauliques »	
ADVIHY	Adresse des variables internes hydrauliques dans le tableau des variables internes au point de Gauss	
NVITM	Nombre de variables internes « thermiques »	
ADVITM	Adresse des variables internes thermiques dans le tableau des variables internes au point de Gauss	
B(1 :dimdef,1 :nddl)	Matrice $[B]_g^{el}$	
DEFGEP(1 :dimdef)	Valeurs de déformations généralisées au point de Gauss temps plus	
DEFGEM(1 :dimdef)	Valeurs de déformations généralisées au point de Gauss temps moins	
CONGEM(1 :dimcon)	Valeurs de contraintes généralisées au point de Gauss temps moins	
VINTM(1 :nvimec+nvihy+nvitm)	Valeurs des variables internes au point de Gauss temps moins	
MECA(1 :5)	YAMEC = MECA(1)	logique si 1 il y a une équation de mécanique

	ADDEME = MECA (2)	Adresse dans les tableaux des déformations au point de Gauss DEFGE <sub>P</sub> et DEFGE <sub>M</sub> des déformations correspondant à la mécanique
	ADCOME = MECA (3)	Adresse dans les tableaux des contraintes au point de Gauss CONGE <sub>P</sub> et CONGE <sub>M</sub> des contraintes correspondant à l'équation ieq
	NDEFME = MECA (4)	Nombre de déformations mécaniques
	NCONME = MECA (5)	Nombre de contraintes mécaniques
PRESS1 (1 :5)	YAP1 = PRESS1 (1)	logique si 1 il y a une équation constituant 1
	NBP <sub>HA</sub> 1 = PRESS1 (2)	nombre de phases pour le constituant 1
	ADDEP1 = PRESS1 (3)	Adresse dans les tableaux des déformations au point de Gauss DEFGE <sub>P</sub> et DEFGE <sub>M</sub> des déformations correspondant à la première pression
	ADCP11 = PRESS1 (4)	Adresse dans les tableaux des contraintes au point de Gauss CONGE <sub>P</sub> et CONGE <sub>M</sub> des contraintes correspondant à la première phase du premier constituant
	ADCP12 = PRESS1 (5)	Adresse dans les tableaux des contraintes au point de Gauss CONGE <sub>P</sub> et CONGE <sub>M</sub> des contraintes correspondant à la deuxième phase du premier constituant
	NDEF <sub>P</sub> 1 = PRESS1 (6)	Nombre de déformations pression 1
	NCON <sub>P</sub> 1 = PRESS1 (7)	Nombre de contraintes pour chaque phase du constituant 1
PRESS2 (1 :5)	YAP2 = PRESS2 (1)	logique si 1 il y a une équation constituant 2
	NBP <sub>HA</sub> 2 = PRESS2 (2)	nombre de phases pour le constituant 2
	ADDEP2 = PRESS2 (3)	Adresse dans les tableaux des déformations au point de Gauss DEFGE <sub>P</sub> et DEFGE <sub>M</sub> des déformations correspondant à PRE2
	ADCP21 = PRESS2 (4)	Adresse dans les tableaux des contraintes au point de Gauss CONGE <sub>P</sub> et CONGE <sub>M</sub> des contraintes correspondant à la première phase du deuxième constituant
	ADCP22 = PRESS2 (5)	Adresse dans les tableaux des contraintes au point de Gauss CONGE <sub>P</sub> et CONGE <sub>M</sub> des contraintes correspondant à la deuxième phase du deuxième constituant
	NDEF <sub>P</sub> 2 = PRESS2 (6)	Nombre de déformations pression 2
	NCON <sub>P</sub> 2 = PRESS2 (7)	Nombre de contraintes pour chaque phase du constituant 2
TEMPE (1 :5)	YATE = TEMPE (1)	logique si 1 il y a une équation de thermique

	ADDETE = TEMPE (2)	Adresse dans les tableaux des déformations au point de Gauss DEFGEF et DEFGEF des déformations correspondant à la thermique
	ADCOTE = TEMPE (3)	Adresse dans les tableaux des contraintes au point de Gauss CONGEP et première CONGEM des contraintes correspondant à la thermique
	NDEFT = TEMPE (4)	Nombre de déformations thermique
	NCONT = TEMPE (5)	Nombre de contraintes thermique
<b>ARGUMENTS DE SORTIE : OUT</b>		
CONGEP (1 :dimcon)	Valeurs de contraintes généralisées au point de Gauss temps plus	
VINTP (1 :nvimec+nvihy+nvitm)	Valeurs des variables internes au point de Gauss temps plus	
V (1 :nddl)	$\mathbf{V}_g^{el} = [\mathbf{B}_g^{el}]^T \mathbf{R}$	
MAT (1 :nddl, 1 :nddl)	$[\mathbf{DF}_{g i(u_i^*, p_i^*, T_i^*)}^{el}] = [\mathbf{B}_g^{el}]^T \{ \mathbf{DRDE} \} [\mathbf{B}_g^{el}]$	
<b>TABLEAUX DE TRAVAIL</b>		
R (1 :dimdef)		
DRDS (1 :dimdef, 1 :dimcon)		
DSDE (1 :dimcon, 1 :dimdef)		

## 6.2 Adressage dans les tableaux de déformation et contrainte

### 6.2.1 Adressage dans les déformations

#### 6.2.1.1 Déformations temps moins

Partie (nom local dans routine COMTHM)	Signification	Adresse dans DEFGEF
DEMECM	$\mathbf{u}, \underline{\underline{\xi}}(\mathbf{u})$	ADDEME
DEP1M	$p_1, \nabla p_1$	ADDEP1
DEP2M	$p_2, \nabla p_2$	ADDEP2
DETM	$T, \nabla T$	ADDETE

#### 6.2.1.2 Déformations temps plus

Partie (nom local dans routine COMTHM)	Signification	Adresse dans DEFGEF
DEMECP	$\mathbf{u}, \underline{\underline{\xi}}(\mathbf{u})$	ADDEME
DEP1P	$p_1, \nabla p_1$	ADDEP1
DEP2P	$p_2, \nabla p_2$	ADDEP2
DETP	$T, \nabla T$	ADDETE

## 6.2.2 Adressage dans les contraintes

### 6.2.2.1 Contraintes temps moins

Partie (nom local dans routine COMTHM )	Signification	Adresse dans CONGEM
COMECM	$\underline{\underline{\sigma}}, \sigma_p$	ADCOME
CP11M	$m_1^1, \mathbf{M}_1^1$ ou $m_1^1, \mathbf{M}_1^1, h_{1m}^1$	ADCP11
CP12M	$m_1^2, \mathbf{M}_1^2$ ou $m_1^2, \mathbf{M}_1^2, h_{1m}^2$	ADCP12
CP21M	$m_2^1, \mathbf{M}_2^1$ ou $m_2^1, \mathbf{M}_2^1, h_{2m}^1$	ADCP21
CP22M	$m_2^2, \mathbf{M}_2^2$ ou $m_2^2, \mathbf{M}_2^2, h_{2m}^2$	ADCP22
COTM	$\underline{\underline{Q}}, \mathbf{q}$	ADCOTE

### 6.2.2.2 Contraintes temps plus

Partie (nom local dans routine COMTHM )	Signification	Adresse dans CONGEP
COMECP	$\underline{\underline{\sigma}}, \sigma_p$	ADCOME
CP11P	$m_1^1, \mathbf{M}_1^1$ ou $m_1^1, \mathbf{M}_1^1, h_{1m}^1$	ADCP11
CP12P	$m_1^2, \mathbf{M}_1^2$ ou $m_1^2, \mathbf{M}_1^2, h_{1m}^2$	ADCP12
CP21P	$m_2^1, \mathbf{M}_2^1$ ou $m_2^1, \mathbf{M}_2^1, h_{2m}^1$	ADCP21
CP22P	$m_2^2, \mathbf{M}_2^2$ ou $m_2^2, \mathbf{M}_2^2, h_{2m}^2$	ADCP22
COTP	$\underline{\underline{Q}}, \mathbf{q}$	ADCOTE

## 6.2.3 Adressage dans les variables internes (exemple)

### 6.2.3.1 Variables internes au temps moins

Partie (nom local dans routine COMTHM )	Signification	Adresse dans VINTM
VIMEM	$\varphi$	ADVIME
VIHYM	$S_{lq}, P_{vq}, P_{lq}$	ADVIMY

### 6.2.3.2 Variables internes au temps plus

Partie (nom local dans routine COMTHM )	Signification	Adresse dans VINTP
VIMEP	$\varphi$	ADVIME
VIHYP	$S_{lq}, P_{vq}, P_{lq}$	ADVIMY



## 6.3 Adressage R, DRDS, DSDE

### 6.3.1 Adressage dans R

Sous partie de R	Associé à	Adresse dans R
R1	$\mathbf{v}$	ADDEME
R2	$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})$	ADDEME+NDIM
R3	$\pi_1$	ADDEP1
R4	$\nabla \pi_1$	ADDEP1+1
R5	$\pi_2$	ADDEP2
R6	$\nabla \pi_2$	ADDEP2+1
R7	$\boldsymbol{\tau}$	ADDETE
R8	$\nabla \boldsymbol{\tau}$	ADDETE+1

### 6.3.2 Adressage dans DRDS

Partie du tableau DRDS	Signification	Adresse dans DRDS
DR1DS	$\left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial R_1}{\partial \sigma^{'+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \sigma_p^{'+}} \end{array} \right]$	ADDEME, ADCOME
DR2DS		ADDEME+NDIM-1, ADCOME
DR1P11	$\left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{1+}} \end{array} \right]$ ou $\left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{1m}^{1+}} \end{array} \right]$	ADDEME, ADCP11
DR2P11		ADDEME+NDIM-1, ADCP11
DR1P12	$\left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{2+}} \end{array} \right]$ ou $\left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial R_1}{\partial m_1^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_1^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{1m}^{2+}} \end{array} \right]$	ADDEME, ADCP12
DR2P12		ADDEME+NDIM-1, ADCP12
DR1P21	$\left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{1+}} \end{array} \right]$ ou $\left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{1+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{2m}^{1+}} \end{array} \right]$	ADDEME, ADCP21
DR2P21		ADDEME+NDIM-1, ADCP21
DR1P22	$\left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{2+}} \end{array} \right]$ ou $\left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial R_1}{\partial m_2^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{M}_2^{2+}} & \frac{\partial R_1}{\partial h_{2m}^{2+}} \end{array} \right]$	ADDEME, ADCP22
DR2P22		ADDEME+NDIM-1, ADCP22
DR1DT	$\left[ \begin{array}{cc} \frac{\partial R_1}{\partial Q^{'+}} & \frac{\partial R_1}{\partial \mathbf{q}^{'+}} \end{array} \right]$	ADDEME, ADCOTE

DR2DT		ADDEME+NDIM-1,	ADCOTE
DR3DS		ADDEP1,	ADCOME
DR4DS		ADDEP1+1,	ADCOME
DR3P11		ADDEP1,	ADCP11
DR4P11		ADDEP1+1,	ADCP11
DR3P21		ADDEP1,	ADCP21
DR4P21		ADDEP1+ 1,	ADCP21
DR3DT		ADDEP1,	ADCOTE
DR4DT		ADDEP1+ 1,	ADCOTE
DR5DS		ADDEP2,	ADCOME
DR6DS		ADDEP2+ 1,	ADCOME
DR5P11		ADDEP2,	ADCP11
DR6P11		ADDEP2+ 1,	ADCP11
DR5P21		ADDEP2,	ADCP21
DR6P21		ADDEP2+1,	ADCP21
DR5DT		ADDEP2,	ADCOTE
DR6DT		ADDEP2+ 1,	ADCOTE
DR7DS		ADDETE,	ADCOME
DR8DS		ADDETE+ 1,	ADCOME
DR7P11		ADDETE,	ADCP11
DR8P11		ADDETE+ 1,	ADCP11
DR7P21		ADDETE,	ADCP21
DR8P21		ADDETE+ 1,	ADCP21
DR7DT		ADDETE,	ADCOTE
DR8DT		ADDETE+1,	ADCOTE

### 6.3.3 Adressage dans DSDE

Partie (nom local à COMTHM )	Signification	Adresse dans DSDE
DMECDE	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	ADCOME, ADDEME
DMECP1	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	ADCOME, ADDEP1
DMECP2	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	ADCOME, ADDEP2
DMECDT	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial T} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial T} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$	ADCOME, ADDETE

DP11DE		$\frac{\partial m_1^1}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \varepsilon}$	ADCP11, ADDEME
DP11P1		$\frac{\partial m_1^1}{\partial p_1} \quad \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial p_1} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_1} \quad \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_1}$	ADCP11, ADDEP1
DP11P2		$\frac{\partial m_1^1}{\partial p_2} \quad \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial p_2} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_2} \quad \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_2}$	ADCP11, ADDEP2
DP11DT		$\frac{\partial m_1^1}{\partial T} \quad \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial T} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial h_{1m}^1}{\partial T} \quad \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla T}$	ADCP11, ADDETE
DP12DE		$\frac{\partial m_1^2}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \varepsilon}$	ADCP12, ADDEME
DP12P1		$\frac{\partial m_1^2}{\partial p_1} \quad \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial p_1} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_1} \quad \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_1}$	ADCP12, ADDEP1

DP12P2	$\frac{\partial m_1^2}{\partial p_2} \quad \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial p_2} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_2} \quad \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_2}$	ADCP12, ADDEP2
DP12DT	$\frac{\partial m_1^2}{\partial T} \quad \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial T} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial h_{1m}^2}{\partial T} \quad \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla T}$	ADCP12, ADDETE
DP21DE	$\frac{\partial m_2^1}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \varepsilon}$	ADCP21, ADDEME
DP21P1	$\frac{\partial m_2^1}{\partial p_1} \quad \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial p_1} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_1} \quad \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_1}$	ADCP21, ADDEP1
DP21P2	$\frac{\partial m_2^1}{\partial p_2} \quad \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial p_2} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_2} \quad \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_2}$	ADCP21, ADDEP2
DP21DT	$\frac{\partial m_2^1}{\partial T} \quad \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial T} \quad \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial h_{2m}^1}{\partial T} \quad \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla T}$	ADCP21, ADDETE

DP22DE	$\frac{\partial m_2^2}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \varepsilon}$		ADCP22, ADDEME
DP22P1	$\frac{\partial m_2^2}{\partial p_1}$ $\frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_1}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_1}$		ADCP22, ADDEP1
DP22P2	$\frac{\partial m_2^2}{\partial p_2}$ $\frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_2}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_2}$		ADCP22, ADDEP2
DP22DT	$\frac{\partial m_2^2}{\partial T}$ $\frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial T}$ $\frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla T}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial T}$ $\frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla T}$		ADCP22, ADDETE
DTDE	$\frac{\partial Q'}{\partial \varepsilon}$ $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \varepsilon}$		ADCOTE, ADDEME
DTDP1	$\frac{\partial Q'}{\partial p_1}$ $\frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial p_1}$ $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla p_1}$		ADCOTE, ADDEP1
DTDP2	$\frac{\partial Q'}{\partial p_2}$ $\frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial p_2}$ $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla p_2}$		ADCOTE, ADDEP2

DTDT	$\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial T} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$	ADCOTE, ADDETE
------	--	----------------

## 6.4 Algorithme routine EQUATHM

```
YAMEC = MECA (1)
ADDEME = MECA (2)
ADCOME = MECA (3)
NDEFME = MECA (4)
NCONME = MECA (5)
```

```
YAP1 = PRESS1 (1)
NBPHA1 = PRESS1 (2)
ADDEP1 = PRESS1 (3)
ADCP11 = PRESS1 (4)
ADCP12 = PRESS1 (5)
NDEF11 = PRESS1 (6)
NCONP1 = PRESS1 (7)
YAP2 = PRESS2 (1)
NBPHA2 = PRESS2 (2)
ADDEP2 = PRESS2 (3)
ADCP21 = PRESS2 (4)
ADCP22 = PRESS2 (5)
NDEF21 = PRESS2 (6)
NCONP2 = PRESS2 (7)
```

```
YATE = TEMPE (1)
ADDETE = TEMPE (2)
ADCOTE = TEMPE (3)
NDEFT = TEMPE (4)
NCONT = TEMPE (5)
```

```
CALL COMTHM (
```

COMPOR	OPTION	NDIM	NDDL
DIMDEF	DIMCON	NVIMEC	NVIHY , NVITM
NDEFME	NDEF11	NDEF21	NDEFT
NCONME	NCONP1	NCONP2	NCONT
YAP1	NBPHA1	YAP2	NBPHA2
DEFGEM (ADDEME)	DEFGEM (ADDEP1)	DEFGEM (ADDEP2)	DEFGEM (ADDETE)
DEFGEP (ADDEME)	DEFGEP (ADDEP1)	DEFGEP (ADDEP2)	DEFGEP (ADDETE)
CONGEM (ADCOME)	CONGEM (ADCOTE)		
CONGEM (ADCP11)	CONGEM (ADCP12)	CONGEM (ADCP21)	CONGEM (ADCP21)
VINTM (ADVIME)	VINTM (ADVIHY)	VINTM (ADVITM)	
CONGEP (ADCOME)	CONGEP (ADCP11)	CONGEP (ADCP21)	CONGEP (ADCOTE)
VINTP (ADVIME)	VINTP (ADVIHY)	VINTP (ADVITM)	
DSDE (ADCOME, ADDEME)	DSDE (ADCOME, ADDEP1)	DSDE (ADCOME, ADDEP2)	DSDE (ADCOME, ADDETE)
DSDE (ADCP11, ADDEP1)	DSDE (ADCP11, ADDEME)	DSDE (ADCP11, ADDEP2)	DSDE (ADCP11, ADDETE)
DSDE (ADCP12, ADDEP1)	DSDE (ADCP12, ADDEME)	DSDE (ADCP12, ADDEP2)	DSDE (ADCP12, ADDETE)
DSDE (ADCP21, ADDEP2)	DSDE (ADCP21, ADDEME)	DSDE (ADCP21, ADDEP1)	DSDE (ADCP21, ADDETE)
DSDE (ADCP22, ADDEP2)	DSDE (ADCP22, ADDEME)	DSDE (ADCP22, ADDEP1)	DSDE (ADCP22, ADDETE)
DSDE (ADCOTE, ADDETE)	DSDE (ADCOTE, ADDEME)	DSDE (ADCOTE, ADDEP1)	DSDE (ADCOTE, ADDEP2)

)

Si FULL\_MECA ou RAPH\_MECA

Si YAMEC

Injection des termes  $\sigma^{r^+} + \sigma_p^+ I$  dans R(ADDEME+NDIM-1)

Injection des termes :  $-r_0 \mathbf{F}^{m^+}$  dans R(ADDEME)

Si YAP1

Injection des termes  $-m_1^{1+} + m_1^{1-}$  ou  $-m_1^{1+} - m_1^{2+} + m_1^{1-} + m_1^{2-}$  dans R(ADDEP1)

Injection des termes

$$\Delta t \theta \mathbf{M}_1^{1+} + (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_1^{1-} \text{ ou}$$

$$\theta \Delta t (\mathbf{M}_1^{1+} + \mathbf{M}_1^{2+}) + (1-\theta) \Delta t (\mathbf{M}_1^{1-} + \mathbf{M}_1^{2-})$$

dans R(ADDEP1+1)

SI YAMEC

Injection des termes :

$$-m_1^{1+} \mathbf{F}^{m^+} \text{ ou } -(m_1^{1+} + m_1^{2+}) \mathbf{F}^{m^+} \text{ dans R(ADDEME)}$$

Si YATE

Injection des termes :

$$\Delta t (\theta h_{1m}^{1+} + (1-\theta) h_{1m}^{1-}) (m_1^{1+} - m_1^{1-}) - \theta \Delta t \mathbf{M}_1^{1+} \mathbf{F}^m - (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_1^{1-} \mathbf{F}^m$$

ou

$$\Delta t (\theta h_{1m}^{1+} + (1-\theta) h_{1m}^{1-}) (m_1^{1+} - m_1^{1-}) + \Delta t (\theta h_{1m}^{2+} + (1-\theta) h_{1m}^{2-}) (m_1^{2+} - m_1^{2-})$$

$$- \theta \Delta t \mathbf{M}_1^{1+} \mathbf{F}^m - (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_1^{1-} \mathbf{F}^m - \theta \Delta t \mathbf{M}_1^{2+} \mathbf{F}^m - (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_1^{2-} \mathbf{F}^m$$

dans R(ADDETE)

Injection des termes

$$- \theta \Delta t h_{1m}^{1+} \mathbf{M}_1^{1+} - (1-\theta) \theta \Delta t h_{1m}^{1-} \mathbf{M}_1^{1-} \text{ ou}$$

$$- \theta \Delta t (h_{1m}^{1+} \mathbf{M}_1^{1+} + h_{1m}^{2+} \mathbf{M}_1^{2+}) - (1-\theta) \Delta t (h_{1m}^{1-} \mathbf{M}_1^{1-} + h_{1m}^{2-} \mathbf{M}_1^{2-})$$

dans R(ADDETE+1)

Si YAP2

Injection des termes  $+m_2^{1+} - m_2^{1-}$  ou  $+m_2^{1+} + m_2^{2+} - m_2^{1-} - m_2^{2-}$  dans R(ADDEP2)

Injection des termes

$$\Delta t \theta \mathbf{M}_2^{1+} + (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_2^{1-} \text{ ou}$$

$$\theta \Delta t (\mathbf{M}_2^{1+} + \mathbf{M}_2^{2+}) + (1-\theta) \Delta t (\mathbf{M}_2^{1-} + \mathbf{M}_2^{2-})$$

dans R(ADDEP2+1)

SI YAMEC

Injection des termes :

$$-m_2^{1+} \mathbf{F}^{m^+} \text{ ou } -(m_2^{1+} + m_2^{2+}) \mathbf{F}^{m^+} \text{ dans R(ADDEME)}$$

Si YATE

Injection des termes :

$$\Delta t (\theta h_{2m}^{1+} + (1-\theta) h_{2m}^{1-}) (m_2^{1+} - m_2^{1-}) - \theta \Delta t \mathbf{M}_2^{1+} \mathbf{F}^m - (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_2^{1-} \mathbf{F}^m$$

ou

$$\Delta t (\theta h_{2m}^{1+} + (1-\theta) h_{2m}^{1-}) (m_2^{1+} - m_2^{1-}) + \Delta t (\theta h_{2m}^{2+} + (1-\theta) h_{2m}^{2-}) (m_2^{2+} - m_2^{2-})$$

$$- \theta \Delta t \mathbf{M}_2^{1+} \mathbf{F}^m - (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_2^{1-} \mathbf{F}^m - \theta \Delta t \mathbf{M}_2^{2+} \mathbf{F}^m - (1-\theta) \Delta t \mathbf{M}_2^{2-} \mathbf{F}^m$$

dans R(ADDETE)



Injection des termes

$$-\theta \Delta t h_{2m}^{1+} \mathbf{M}_2^{1+} - (1-\theta) - \theta \Delta t h_{2m}^{1-} \mathbf{M}_2^{1-} \text{ ou}$$
$$-\theta \Delta t (h_{2m}^{1+} \mathbf{M}_2^{1+} + h_{2m}^{2+} \mathbf{M}_2^{2+}) - (1-\theta) \Delta t (h_{2m}^{1-} \mathbf{M}_2^{1-} + h_{2m}^{2-} \mathbf{M}_2^{2-})$$

dans R(ADDETE+1)

SYATE

Injection des termes :  $Q^{r+} - Q^{r-}$  dans R(ADDETE)

Injection des termes  $-\theta \Delta t \mathbf{q}^+ - (1-\theta) \Delta t \mathbf{q}^-$  dans R(ADDETE+1)

Accumulation dans vecteur V :

$$\{\mathbf{V}\} = \{\mathbf{V}\} + [\mathbf{B}_g^{el}]^T \{R\}$$

SI RAPH\_MECA ou RIGI\_MECA\_TANG

SI YAMEC

calcul de DR1DS et injection en DRDS(ADDEME,ADCOME)  
calcul de DR2DS et injection en DRDS(ADDEME+NDIM-1,ADCOME)

SI YAP1

calcul de DR1P11 et injection en DRDS(ADDEME,ADCP11)  
calcul de DR2P11 et injection en DRDS(ADDEME+NDIM-1,ADCP11)

SI NBPHA1 > 1

calcul de DR1P12 et injection en DRDS(ADDEME,ADCP12)  
calcul de DR2P12 et injection en DRDS(ADDEME+NDIM-1,ADCP12)

SI YAP2

calcul de DR1P21 et injection en DRDS(ADDEME,ADCP21)  
calcul de DR2P21 et injection en DRDS(ADDEME+NDIM-1,ADCP21)

SI NBPHA2 > 1

calcul de DR1P22 et injection en DRDS(ADDEME,ADCP22)  
calcul de DR2P22 et injection en DRDS(ADDEME+NDIM-1,ADCP22)

SI YATE

calcul de DR1DT et injection en DRDS(ADDEME,ADCOTE)  
calcul de DR2DT et injection en DRDS(ADDEME+NDIM-1,ADCOTE)

SI YAP1

calcul de DR3P11 et injection en DRDS(ADDEP1,ADCP11)  
calcul de DR4P11 et injection en DRDS(ADDEP1+1,ADCP11)

SI NBPHA1 > 1

calcul de DR3P12 et injection en DRDS(ADDEP1,ADCP12)  
calcul de DR4P12 et injection en DRDS(ADDEP1+1,ADCP12)

SI YAMEC

calcul de DR3DS et injection en DRDS(ADDEP1,ADCOME)  
calcul de DR4DS et injection en DRDS(ADDEP1+1,ADCOME)

SI YAP2

calcul de DR3P21 et injection en DRDS(ADDEP1,ADCP21)  
calcul de DR4P21 et injection en DRDS(ADDEP1+1,ADCP21)

SI NBPHA2 > 1

calcul de DR3P22 et injection en DRDS(ADDEP1,ADCP22)  
calcul de DR4P21 et injection en DRDS(ADDEP1+1,ADCP22)

SI YATE

calcul de DR3DT et injection en DRDS(ADDEP1,ADCOTE)  
calcul de DR4DT et injection en DRDS(ADDEP1+1,ADCOTE)

SI YAP2

calcul de DR5P21 et injection en DRDS(ADDEP2,ADCP21)  
calcul de DR6P21 et injection en DRDS(ADDEP2+1,ADCP21)

SI NBPHA2 > 1

calcul de DR5P22 et injection en DRDS(ADDEP2,ADCP22)  
calcul de DR6P22 et injection en DRDS(ADDEP2+1,ADCP22)

SI YAMEC

calcul de DR5DS et injection en DRDS(ADDEP2,ADCOME)  
calcul de DR6DS et injection en DRDS(ADDEP2+1,ADCOME)

YAP1 donc :

calcul de DR5P11 et injection en DRDS(ADDEP2,ADCP11)  
calcul de DR6P11 et injection en DRDS(ADDEP2+1,ADCP11)

SI NBPHA1 > 1

calcul de DR5P12 et injection en DRDS(ADDEP2,ADCP12)  
calcul de DR6P12 et injection en DRDS(ADDEP2+1,ADCP12)

SI YATE

calcul de DR5DT et injection en DRDS(ADDEP2,ADCOTE)  
calcul de DR6DT et injection en DRDS(ADDEP2+1,ADCOTE)

SI YATE

calcul de DR7DT et injection en DRDS(ADDETE,ADCOTE)  
calcul de DR8DT et injection en DRDS(ADDETE+1,ADCOTE)

SI YAMEC

calcul de DR7DS et injection en DRDS(ADDETE,ADCOME)  
calcul de DR8DS et injection en DRDS(ADDETE+ 1, ADCOME)

SI YAP1

calcul de DR7P11 et injection en DRDS(ADDETE,ADCP11)  
calcul de DR8P11 et injection en DRDS(ADDETE+ 1, ADCP11)  
SI NBPFA1 > 1  
calcul de DR7P12 et injection en DRDS(ADDETE,ADCP12)  
calcul de DR8P12 et injection en DRDS(ADDETE+ 1, ADCP12)

SI YAP2

calcul de DR7P21 et injection en DRDS(ADDETE,ADCP21)  
calcul de DR8P21 et injection en DRDS(ADDETE+ 1, ADCP21)  
SI NBPFA1 > 1  
calcul de DR7P22 et injection en DRDS(ADDETE,ADCP22)  
calcul de DR8P22 et injection en DRDS(ADDETE+ 1, ADCP22)

$$[\mathbf{DRDE}] = [\mathbf{DRDS}] \cdot [\mathbf{DSDE}]$$

$$[\mathbf{DF}_{g i(u_n^+, p_n^+, T_n^+)}^{el}] = [\mathbf{B}_g^{el}]^T \cdot [\mathbf{DRDE}] \cdot [\mathbf{B}_g^{el}] \quad \text{accumulé dans MAT}$$

## 6.5 Arguments de la routine d'appel des lois de comportement

SUBROUTINE COMTHM(

ARGUMENTS D'ENTREE : IN			
COMPOR	OPTION	NDIM	NDDL
DIMDEF	DIMCON	NVIMEC	NVIHY , NVITM
NDEFME	NDEFP1	NDEFP2	NDEFT
NCONME	NCONP1	NCONP2	NCONT
YAP1	NBPFA1	YAP2	NBPFA2
DEMECM $\mathbf{u}, \underline{\xi}(\mathbf{u})$ temps moins	DEP1M $p_1, \nabla p_1$ temps moins	DEP2M $p_2, \nabla p_2$ temps moins	DETM $T, \nabla T$ temps moins
DEMECP $\mathbf{u}, \underline{\xi}(\mathbf{u})$ temps plus	DEP1P $p_1, \nabla p_1$ temps plus	DEP2P $p_2, \nabla p_2$ temps plus	DETP $T, \nabla T$ temps plus
COMECM $\underline{\sigma}', \sigma_p$ temps moins	COTM $Q', \mathbf{q}$ temps moins		
CP11M $m_1^1, \mathbf{M}_1^1$ ou $m_1^1, \mathbf{M}_1^1, h_{1m}^1$ temps moins	CP12M $m_1^2, \mathbf{M}_1^2$ ou $m_1^2, \mathbf{M}_1^2, h_{1m}^2$ temps moins	CP21M $m_2^1, \mathbf{M}_2^1$ ou $m_2^1, \mathbf{M}_2^1, h_{2m}^1$ temps moins	CP21M $m_2^2, \mathbf{M}_2^2$ ou $m_2^2, \mathbf{M}_2^2, h_{2m}^2$ temps moins
VIMEM variables internes méca temps moins	VIHYM variables internes hydro temps moins	VITMM variables internes therm temps moins	
ARGUMENTS DE SORTIE : OUT			
COMIECP $\underline{\sigma}', \sigma_p$ temps plus	COTP $Q', \mathbf{q}$ temps plus		
CP11P $m_1^1, \mathbf{M}_1^1$ ou $m_1^1, \mathbf{M}_1^1, h_{1m}^1$	CP12P $m_1^2, \mathbf{M}_1^2$ ou $m_1^2, \mathbf{M}_1^2, h_{1m}^2$	CP21P $m_2^1, \mathbf{M}_2^1$ ou $m_2^1, \mathbf{M}_2^1, h_{2m}^1$	CP21P $m_2^2, \mathbf{M}_2^2$ ou $m_2^2, \mathbf{M}_2^2, h_{2m}^2$

temps plus	temps plus	temps plus	temps plus
VIMEP variables internes méca	VIHYP variables internes hydro	VITMP variables internes therm	
temps plus	temps plus	temps plus	
DMECDE $\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	DMECP1 $\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial p_1} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	DMECP2 $\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial p_2} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	DMECDT $\begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma'}{\partial T} & \frac{\partial \sigma'}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \sigma_p}{\partial T} & \frac{\partial \sigma_p}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$
DP11DE $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	DP11P1 $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial p_1} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	DP11P2 $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial p_2} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	DP11DT $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^1}{\partial T} & \frac{\partial m_1^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial T} & \frac{\partial h_{1m}^1}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$
DP12DE $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	DP12P1 $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial p_1} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	DP12P2 $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial p_2} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	DP12DT $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_1^2}{\partial T} & \frac{\partial m_1^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_1^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial T} & \frac{\partial h_{1m}^2}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$
DP21DE $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	DP21P1 $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial p_1} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	DP21P2 $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial p_2} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	DP21DT $\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^1}{\partial T} & \frac{\partial m_2^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^1}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial T} & \frac{\partial h_{2m}^1}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial p_1} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_1} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial p_2} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial p_2} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial m_2^2}{\partial T} & \frac{\partial m_2^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{M}_2^2}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial T} & \frac{\partial h_{2m}^2}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$
$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \varepsilon} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial p_1} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_1} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial p_1} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla p_1} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial p_2} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla p_2} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial p_2} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla p_2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{\partial Q'}{\partial T} & \frac{\partial Q'}{\partial \nabla T} \\ \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial T} & \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \nabla T} \end{bmatrix}$

)

REAL\*8

DEMECM (NDEFME) , DEP1M (NDEFP1) , DEP2M (NDEFP2) , DETM (NDEFT)  
DEMECP (NDEFME) , DEP1P (NDEFP1) , DEP2P (NDEFP2) , DETP (NDEFT)  
COMECM (NCONME) , CP11M (NCONP1) , CP21M (NCONP2) , COTM (NCONT)

VIMEM (NVIMEC) , VIHYM (NVIHY) , VITMM (NVITM)

COMECP (NCONME) , CP11P (NCONP1) , CP21P (NCONP2) , COTP (NCONT)  
VIMEP (NVIMEC) , VIHYP (NVIHY) , VITMP (NVITM)

DMECDE (NCONME, NDEFME) , DMECP1 (NCONME, NDEFP1) ,  
DMECP2 (NCONME, NDEFP2) , DMECDT (NCONME, NDEFT)  
DP11DE (NCONP1, NDEFME) , DP11P1 (NCONP1, NDEFP1) ,  
DP11P2 (NCONP1, NDEFP2) , DP11DT (NCONP1, NDEFT)  
DP21DE (NCONP2, NDEFME) , DP21P1 (NCONP2, NDEFP1) ,  
DP21P2 (NCONP2, NDEFP2) , DP21DT (NCONP2, NDEFT)

DP12DE (NCONP1, NDEFME) , DP12P1 (NCONP1, NDEFP1) ,  
DP12P2 (NCONP1, NDEFP2) , DP12DT (NCONP1, NDEFT)  
DP22DE (NCONP2, NDEFME) , DP22P1 (NCONP2, NDEFP1) ,  
DP22P2 (NCONP2, NDEFP2) , DP22DT (NCONP2, NDEFT)

DTDE (NCONT2, NDEFME) , DTDP1 (NCONT2, NDEFP1) ,  
DTDP2 (NCONT2, NDEFP2) , DTD (NCONT2, NDEFT)

## 7 Éléments finis en THM

### 7.1 Attributs dans les catalogues

Pour identifier un élément fini de type THM dans le catalogue `phenomenons_modelisation`, on utilise les attributs suivants :

- Attribut `TYPMOD2='THM'` pour dire que cet élément permet le couplage THM ;
- Attribut `THER = 'OUI' / 'NON'` quand on de la thermique ;
- Attribut `MECA = 'OUI' / 'NON'` quand on de la mécanique ;
- Attribut `HYDR1 = '0', '1' ou '2'` selon le nombre de phases du premier constituant ;
- Attribut `HYDR2 = '0', '1' ou '2'` selon le nombre de phases du second constituant.

Page laissée intentionnellement blanche