

## Réalisation d'une étude de modification structurale à partir de données mesurées

---

### Résumé :

Ce document a pour but la description de la mise en œuvre d'une étude de modification structurale à partir des données mesurées. La méthode utilisée est basée sur la technique de sous-structuration. La première sous-structure (structure initiale) est obtenue à partir des modes propres identifiés expérimentalement et la deuxième sous-structure (modification apportée) est modélisée numériquement par éléments finis.

## Table des matières

1	Contexte.....	3
2	Rappel théorique.....	3
2.1	Le modèle "mesure".....	4
2.2	Le modèle "support".....	4
2.3	Le modèle "modification".....	5
2.4	Couplage des deux sous-structures.....	5
2.5	Rétro-projection du champ sur les points de mesure.....	6
2.6	Contrôle de la qualité de la base d'expansion.....	6
3	Mise en œuvre du calcul de modification structurale, exemple des cas-tests sdll137a et sdll137b.....	6
3.1	Le modèle "mesure".....	7
3.2	Le modèle "support".....	7
3.3	Couplage de la mesure et de la modification.....	9
3.4	Calcul sur le modèle couplé.....	9
3.5	Rétro-projection sur le modèle mesure.....	9
3.6	Contrôle de la qualité de la base d'expansion.....	9
4	Mise en œuvre du calcul de modification structurale, exemple du cas-test sdll137e.....	11
4.1	Modèle expérimental de la structure.....	12
4.2	Modèle support.....	12
4.3	Expansion des modes expérimentaux.....	13
4.4	Création du macro-élément associé à la structure.....	14
4.5	Modèle modification.....	14
4.6	Assemblage des sous-structures, et calcul des fréquences propres de la la structure modifiée...	15
5	Conclusion.....	16
6	Bibliographie.....	16

## 1 Contexte

---

La détection d'un niveau de vibration trop important sur un matériel donné entraîne souvent un arrêt d'utilisation du matériel en question, pour éviter sa ruine. Ainsi, la mise en place de solution spécifique pour limiter ce phénomène doit être apportée rapidement pour permettre le bon fonctionnement de l'installation.

Deux stratégies peuvent être envisagées. Si le problème est générique, la mise au point d'un modèle prédictif recalé à partir des informations mesurées est la solution la plus fiable, mais le recalage est une étape fastidieuse, et ne permet pas d'adapter le calcul à la spécificité de chaque structure. Si le problème est spécifique à un matériel particulier, on souhaite être capable, sans l'étape de recalage de modèle, de prévoir les effets d'une modification sur les caractéristiques modales de la structure. La technique présentée ici entre dans cette deuxième stratégie.

Dans la majorité des cas, on essaie de déplacer les fréquences propres de la structure afin que celles-ci ne se trouvent pas dans la bande de fréquences d'excitation du matériel concerné. La solution couramment utilisée consiste à rajouter une masse ou une raideur à un endroit de la structure choisi préalablement. La méthode d'estimation des résultats d'une modification structurale décrite dans ce document, a été proposée par M. Corus dans le cadre de son travail de thèse [1]. Elle utilise conjointement les résultats de mesures expérimentales effectuées sur la structure initiale et un modèle numérique de la modification.

On présente l'enchaînement des différents opérateurs. L'optimisation de la localisation et la caractérisation mécanique de la modification sont laissées à la charge de l'utilisateur. Deux manières de faire sont présentées dans ce document : en section 3, la méthode initialement développée, reproduit exactement la méthode proposée par M. Corus dans sa thèse : la structure est décrite sur base modale, en coordonnées généralisées, et la modification sur base physique. Cette technique est utilisée dans les cas-tests `sdl137a` et `sdl137b`. En section 4, la structure et la modification sont décrites par leur base modale. Cette technique, plus simple à mettre en œuvre, a été développée ultérieurement pour la réalisation d'une étude de modification sur une tuyauterie. Cette technique est utilisée dans le cas-test `sdl137e`, sur le même exemple ; Un autre intérêt majeur de la mise en œuvre proposée est que les modèles numériques de la structure et de la modification n'ont pas besoin d'avoir des nœuds coïncidents pour l'assemblage. Pour information, les cas-tests `sdl137c` et `sdl137d` sont identiques aux versions a et b, mais utilisent la macro-commande `CALC_ESSAI` pour la réalisation du calcul.

## 2 Rappel théorique

---

Cette technique de modification structurale est basée sur la méthode de sous-structuration. La première sous-structure correspond à la structure initiale et la deuxième sous-structure correspond à la modification apportée.

La structure initiale est modélisée à partir de ses modes propres identifiés expérimentalement. Sauf cas très particulier, les points de mesure ne se situent pas au niveau de l'interface entre la structure initiale et la modification à apporter. Avant d'effectuer le couplage entre ces deux sous-structures, il est donc nécessaire de passer par une étape intermédiaire qui consiste à condenser les informations mesurées aux interfaces.

Les différents modèles qui interviennent lors de ce calcul sont : le modèle "mesure", le modèle "support" et le modèle "modification". Nous décrivons ci-après ces différents modèles.

Pour simplifier la présentation, nous adoptons les notations suivantes :

- l'indice *mes* est relatif aux points de mesure,
- l'indice *int* est relatif aux nœuds interfaces,
- l'exposant "+" indique l'inverse généralisé d'une matrice,

- $L$  : matrice de localisation (matrice d'observabilité),
- $y$  : champ de déplacement,
- $\Phi$  : matrice constituée des vecteurs de base d'expansion définis sur le modèle support,
- $\eta_{sup}$  : coordonnées généralisées associées à la base d'expansion  $\Phi$
- $\psi$  : matrice modale identifiée (déformées propres) sur la structure initiale,
- $\eta_{test}$  : coordonnées généralisées associées à  $\psi$

## 2.1 Le modèle "mesure"

Nous appelons modèle "mesure" le modèle modal de la structure initiale obtenu à partir des informations mesurées. Sur ce modèle est défini un maillage constitué des points de mesure.

Un champ de déplacement mesuré peut se projeter sur une base composée des modes propres identifiés, soit :

$$y_{mes} = \psi \eta_{test} \quad (1)$$

On se limite au cas de structures peu amortie (pour lesquelles l'amortissement peut être modélisé mode par mode), pour lesquelles le modèle modal de la structure initiale s'écrit :

$$\left[ -\omega^2 [Id] + j \omega [\beta_{test}] + [\Omega_{test}^2] \right] \eta_{test} = f_{\eta_{test}} \quad (2)$$

Où :

$[Id]$  : matrice identité

$[\Omega_{test}^2]$  : matrice spectrale (matrice diagonale dont les termes diagonaux sont les pulsations propres élevées au carré)

$[\beta_{test}]$  : matrice des amortissements généralisés

$f_{\eta_{test}}$  : chargement modal

$\omega$  : pulsation d'excitation

## 2.2 Le modèle "support"

Nous appelons modèle "support", le modèle numérique simplifié de la structure initiale.

Ce modèle doit comporter les interfaces entre la structure initiale et la modification. Il sert à l'expansion et à la condensation des informations mesurées aux interfaces.

L'expansion consiste à trouver un champ défini sur ce modèle support, dont la restriction sur les points de mesure est le plus proche possible du champ mesuré expérimentalement. Ce champ est obtenu en minimisant la distance entre les informations mesurées et les informations estimées sur le modèle support.

Le champ de déplacement estimé  $\tilde{y}_{mes}$  aux points de mesure est donné par la relation suivante :

$$\tilde{y}_{mes} = L_{mes} \Phi \eta_{sup} \quad (3)$$

Le champ estimé  $\tilde{y}_{mes}$  est du même type que le champ mesuré  $y_{mes}$ .

Les coordonnées généralisées  $\eta_{sup}$ , inconnues, sont obtenues en minimisant la distance entre le champ mesuré et le champ estimé. En utilisant la technique des moindres carrés, on obtient :

$$\eta_{sup} = (L_{mes} \Phi)^+ y_{mes} \quad (4)$$

On peut ainsi estimer le champ  $\tilde{y}$  défini aux nœuds du modèle support, cohérent au champ mesuré expérimentalement.

$$\tilde{y} = \Phi \eta_{sup} = \Phi (L_{mes} \Phi)^+ y_{mes} \quad (5)$$

La restriction de ce champ aux degrés de liberté interfaces est :

$$\tilde{y}_{int} = L_{int} \tilde{y} = L_{int} \Phi (L_{mes} \Phi)^+ y_{mes} = T_{It} y_{mes} \quad (6)$$

$T_{It}$  peut être définie comme étant la matrice de passage entre les points de mesure et l'interface entre la structure initiale et la modification.

En remplaçant le champ mesuré  $y_{mes}$  par son expression (1), on obtient :

$$\tilde{y}_{int} = T_{It} y_{int} = T_{It} \Psi \eta_{test} \quad (7)$$

Soit :

$$\eta_{test} = (T_{It} \Psi)^+ \tilde{y}_{int} \quad (8)$$

Si on note :  $B = (T_{It} \Psi)^+$ , on obtient :

$$\eta_{test} = B \tilde{y}_{int} \quad (9)$$

En multipliant l'équation (2) à gauche par  $B^T$ , et en remplaçant  $\eta_{test}$  par son expression (9), la rigidité dynamique  $\hat{Z}_{test}$  de la structure initiale est donnée par la relation suivante :

$$\left[ -\omega^2 B^T B + j \omega B^T [\beta_{test}] B + B^T [\Omega_{test}^2] B \right] \tilde{y}_{int} = \hat{Z}_{test} \tilde{y}_{int} = f_{int}^I \quad (10)$$

Avec :  $f_{int}^I$  : force appliquée à l'interface

## 2.3 Le modèle "modification"

Nous appelons modèle "modification", le modèle numérique de la modification apportée à la structure initiale.

Si on note  $Z_x$ , sa rigidité dynamique, en partitionnant les inconnues en degrés de liberté internes  $y_i$  et degrés de liberté externes  $y_e$  (qui sont composés de degré de liberté interface), le modèle de la modification peut être ré-écrit de la façon suivante :

$$Z_x q = \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ie} \\ Z_{ei} & Z_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^M \\ f_e^M + f_{eext}^M \end{bmatrix} \quad (11)$$

L'indice  $i$  est relatif aux degrés de liberté internes, l'indice  $e$  est relatif aux degrés de liberté externes et  $f_{eext}^M$  désigne la force extérieure appliquée aux degrés de liberté externes.

## 2.4 Couplage des deux sous-structures

La rigidité dynamique du modèle couplé est obtenue en considérant la continuité des déplacements aux interfaces :

$$\tilde{y}_{int} = y_e \quad (12)$$

et l'équilibre des efforts aux interfaces :

$$f_{int}^I + f_e^M = 0 \quad (13)$$

$$\text{Soit : } \begin{bmatrix} Z_{ii} & Z_{ie} \\ Z_{ei} & Z_{ee} + \hat{Z}_{test} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i \\ y_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_i^M \\ f_{eext}^M \end{bmatrix} \quad (14)$$

La résolution de ce système permet de calculer le comportement de la structure modifiée.

Remarque : en section 4, les équations de compatibilité à l'interface sont écrites en base modale, c'est-à-dire que les équations (12) et (13) ne sont pas vérifiées exactement : elles sont projetées sur le sous-espace composé de la base des modes étendus de la structures :

$$\Phi^T \tilde{y}_{int} = \Phi^T y_e \quad (15)$$

$$\Phi^T f_{int}^I + \Phi^T f_e^M = 0 \quad (16)$$

Étant donné qu'il y a en général plus de degrés de liberté d'interface que de modes propres utilisés, les relations (15) et (16) ne peuvent être assurées exactement.

## 2.5 Rétro-projection du champ sur les points de mesure

On peut évaluer le champ aux points où l'on a effectué la mesure, par rétro-projection du champ aux interfaces obtenus sur le modèle couplé.

En exploitant les relations (1), (9) et (12), le champ aux points de mesure s'écrit :

$$y_{mes} = \Psi \eta_{test} = \Psi B \tilde{y}_{int} = \Psi B y_e \quad (17)$$

## 2.6 Contrôle de la qualité de la base d'expansion

La qualité des résultats dépend bien évidemment de l'incertitude sur la mesure, mais aussi de la capacité de la base d'expansion à représenter le comportement de la structure réelle et la transmission de l'information au niveau de l'interface.

Le sens physique de l'utilisateur intervient sur le choix de cette base d'expansion. Il est difficile de savoir a priori la taille de la base d'expansion permettant d'obtenir la meilleure estimation du comportement couplé. La qualité de la base d'expansion peut se mesurer en ré-estimant le champ à l'interface par expansion statique sur le modèle initial à partir du champ issu du modèle couplé.

Cet indicateur ne permet pas d'estimer directement la qualité des résultats obtenus sur le modèle couplé, mais il indique la pertinence de la reconstruction du champ à l'interface.

## 3 Mise en œuvre du calcul de modification structurale, exemple des cas-tests sdll137a et sdll137b

Les données d'entrée du calcul sont :

- les modes propres (fréquences, déformées, masses généralisées) identifiés sur la structure initiale,
- le modèle aux éléments finis simplifié de la structure initiale (modèle "support"),
- le modèle aux éléments finis de la modification proposée (modèle "modification").

Dans cette section, la méthode décrite reproduit exactement celle proposée par M. Corus dans sa thèse

Pour illustrer la présentation, nous prenons comme exemple le cas test sdll137 [V2.02.137]. Nous ne présentons que les principales étapes de la modélisation.

## 3.1 Le modèle "mesure"

Le modèle "mesure" permet de définir la localisation des points de mesure. Les nœuds du maillage peuvent être reliés entre eux par des éléments discrets, par exemple, pour faciliter la visualisation des informations mesurées. Les caractéristiques mécaniques que l'on affecte à ce modèle n'influent pas sur les résultats, elles permettent au modèle d'accueillir les modes propres identifiés.

Cela se traduit au niveau Aster de la façon suivante :

Lecture du maillage capteur (points de mesure) :

```
MAILEXP=LIRE_MALLAGE (UNITE=22) ;

MODLEXP=AFFE_MODELE (MALLAGE=MAILEXP,
                     AFPE=_F (TOUT='OUI',
                               PHENOMENE='MECANIQUE',
                               MODELISATION='DIS_TR',),),);
```

Lecture des modes propres identifiés :

```
MODMESU=LIRE_RESU (TYPE_RESU='MODE_MECA',
                  FORMAT='IDEAS',
                  MODELE=MODLEXP,
                  UNITE=21,
                  NOM_CHAM='DEPL',
                  MATR_RIGI =KASSEXP,
                  MATR_MASS =MASSEXP,
                  FORMAT_IDEAS=_F (NOM_CHAM='DEPL',
                                   NUME_DATASET=55,
                                   RECORD_6=(1,2,3,8,2,6),),
                                   POSI_ORDRE=(7,4),),
                                   POSI_NUME_MODE=(7,4),
                                   POSI_FREQ=(8,1),),
                                   POSI_MASS_GENE=(8,2),
                                   POSI_AMOR_GENE=(8,3),
                                   NOM_CMP=('DX','DY','DZ',
                                           'DRX','DRY','DRZ',),),),
                  TOUT_ORDRE='OUI',),);
```

On peut éventuellement effectuer une sélection sur les modes identifiés afin de ne garder que les modes propres les plus intéressants à exploiter.

```
MODEIDE=EXTR_MODE (FILTRE_MODE=_F (MODE=MODMESU,
                                   NUME_MODE=(1,2,3,4,5),),),);
```

## 3.2 Le modèle "support"

Le modèle "support" sert à l'expansion de la mesure sur les degrés de liberté interface. Il doit contenir les nœuds interfaces entre la structure initiale et la modification. Sur ce modèle, est définie une base d'expansion qui permet de passer des degrés de liberté capteurs aux degrés de liberté interface. Cette base d'expansion peut être composée de modes propres, ou de réponses statiques, ou de modes propres du modèle support condensés sur les degrés de liberté interface et degrés de liberté capteur[1]. La qualité des résultats dépend de la faculté de cette base à reproduire le comportement

réel de la structure. Les caractéristiques géométriques et mécaniques affectées à ce modèle ne sont pas forcément les caractéristiques mécaniques exactes (recalées) de la structure réelle, mais elles doivent être les plus proches possibles de la réalité physique. En effet, plus le modèle est proche de la réalité, meilleurs seront les résultats de l'expansion.

Lecture du maillage du modèle "support" :

```
MAILSUP=LIRE_MALLAGE (UNITE=20) ;

MODLSUP=AFFE_MODELE (MALLAGE=MAILSUP,
                     AFFE= ( _F (GROUP_MA= ('POUTRE', 'VISUAL', ),
                                   PHENOMENE='MECANIQUE',
                                   MODELISATION='POU_D_E', ), ), )
```

Définition des vecteurs de base d'expansion :

```
MODESUP=CALC_MODES (MATR_RIGI=KASSUP,
                    MATR_MASS=MASSUP,
                    OPTION='PLUS_PETITE',
                    CALC_FREQ= _F (NMAX_FREQ=20,
                                     SEUIL_FREQ=1.E-4, ),
                    VERI_MODE= _F (SEUIL=1.E-05,
                                     STOP_ERREUR='OUI', ),
                    );

MODSTSUP=MODE_STATIQUE (MATR_RIGI=KASSUP,
                        FORCE_NODALE= ( _F (GROUP_NO='CAPTEUR',
                                             AVEC_CMP= ('DY', 'DZ', ), ), ), );

BASEMO=DEFI_BASE_MODEALE (RITZ= ( _F (MODE_MECA=MODESUP, NMAX_MODE=0, ),
                                   _F (MODE_STAT=MODSTSUP, NMAX_MODE=8, ), ),
                           NUME_REF=NUMSUP, );
```

Expansion des informations mesurées sur le modèle support :

```
PROJ=PROJ_MESU_MODAL (MODELE_CALCUL= _F (MODELE=MODLSUP,
                                           BASE=BASEMO, ),
                      MODELE_MESURE= _F (MODELE=MODLEXP,
                                           MESURE=MODEIDE,
                                           NOM_CHAM='DEPL', ),
                      RESOLUTION= _F (METHODE='SVD',
                                        EPS=1.E-5), );
```

Condensation de la mesure sur les degrés de liberté interfaces (ici les degrés de liberté interfaces sont choisis comme étant les degrés de liberté "extérieurs" du macro-élément) :

```
SSEXP = MACR_ELEM_STAT (DEFINITION= _F (MODELE=MODLSUP,
                                          PROJ_MESU=PROJ,
                                          MODE_MESURE=MODEIDE,
                                          CARA_ELEM =CHCARSUP,
                                          CHAM_MATER=CHMATSUP, ),
                        EXTERIEUR= _F (GROUP_NO = ('EXTERNE', ), ),
                        RIGI_MECA= _F ( ),
                        MASS_MECA= _F ( ), );
```

Création de la « super-maille » comprenant les nœuds interfaces :

```
MAILCOND=DEFI_MALLAGE (DEFI_SUPER_MAILLE= _F (MACR_ELEM_STAT = SSEXP,
                                                SUPER_MAILLE='SUMAIL', ),
```



```
DEFI_NOEUD=_F( TOUT = 'OUI', INDEX = (1,0,1,8,),),);
```

## 3.3 Couplage de la mesure et de la modification

Avant d'effectuer le couplage des sous-structures, il faut s'assurer que les maillages des différentes sous-structures sont cohérents (maillages exprimés dans le même système de coordonnées, ...). Le couplage consiste à assembler les deux modèles (structure initiale condensée aux nœuds interfaces et modification) dans un seul modèle. Le principe est identique à celui de la sous-structuration.

Lecture du maillage de la modification :

```
MAILX=LIRE_MAILLAGE (UNITE=24) ;
```

Assemblage des deux maillages (super-maille + modification) :

```
MAILCPL=ASSE_MAILLAGE (MAILLAGE_1=MAILCOND,  
                        MAILLAGE_2=MAILX,  
                        OPERATION='SOUS_STR',);  
  
MODLCPL=AFPE_MODELE (MAILLAGE=MAILCPL,  
                     AFPE=( _F (GROUP_MA=('POUTRE',),  
                                PHENOMENE='MECANIQUE',  
                                MODELISATION='POU_D_E',),),  
                     AFPE_SOUS_STRUC=_F (SUPER_MAILLE = 'SUMAIL',  
                                           PHENOMENE='MECANIQUE',),),);
```

## 3.4 Calcul sur le modèle couplé

Après création et assemblage des matrices élémentaires, (ici, les matrices assemblées sont `KASCPL` et `MASCPL`) on peut effectuer un calcul modal sur le modèle couplé afin d'évaluer l'effet de la modification sur les premières fréquences propres de la structure modifiée.

```
MODECPL=CALC_MODES (MATR_RIGI=KASCPL,  
                    MATR_MASS=MASCPL,  
                    OPTION='PLUS_PETITE',  
                    CALC_FREQ=_F (NMAX_FREQ=2,  
                                   SEUIL_FREQ=1.E-4,),  
                    VERI_MODE=_F (SEUIL=1.E-05,  
                                   STOP_ERREUR='OUI',),  
                    );
```

## 3.5 Rétro-projection sur le modèle mesure

Il s'agit d'un post-traitement qui consiste à remonter aux points de mesure initiaux. Cela permet d'apprécier l'effet, de la modification apportée par rapport à la mesure initiale.

```
MODERETR=DEPL_INTERNE (DEPL_GLOBAL=MODECPL, SUPER_MAILLE='SUMAIL')
```

## 3.6 Contrôle de la qualité de la base d'expansion

Il est toujours intéressant de vérifier la qualité de l'expansion de la mesure. On peut la vérifier en utilisant un indicateur qui rend compte de deux estimations différentes du champ à l'interface du modèle couplé.

Il s'agit de comparer le champ à l'interface par expansion statique sur le modèle support à partir du champ issu du modèle couplé et le champ à l'interface du modèle couplé.

Pour pouvoir faire cette comparaison, on peut créer un modèle fictif ne contenant que l'interface. L'idée consiste à extraire les champs aux interfaces afin de pouvoir les comparer en effectuant un calcul de MAC (Modal Assurance Criterion).

Lecture du maillage de l'interface :

```
MAILINT=LIRE_MAILLAGE (UNITE=26) ;

MODLINT=AFFE_MODELE (MAILLAGE=MAILINT,
                    AFPE=_F (GROUP_MA='VISUAL',
                              PHENOMENE='MECANIQUE',
                              MODELISATION='DIS_TR',),),);
```

Calcul de la réponse statique sur le modèle support :

```
MODSTINT=MODE_STATIQUE (MATR_RIGI=KASSUP,
                        FORCE_NODALE=( _F (GROUP_NO='CAPTEUR',
                                           AVEC_CMP=('DY','DZ',),),),),);
```

Définition de la base pour l'expansion statique :

```
BASEINT=DEFI_BASE_MODEALE (RITZ=( _F (MODE_MECA=MODESUP, NMAX_MODE=0, ),
                                     _F (MODE_STAT=MODSTINT, NMAX_MODE=4, ), ),
                           NUME_REF=NUMSUP,);
```

Expansion statique du champ aux points de mesure obtenu lors de la résolution au niveau global :

```
PROJMS=PROJ_MESU_MODAL (MODELE_CALCUL=_F (MODELE=MODLSUP,
                                           BASE=BASEINT, ),
                        MODELE_MESURE=_F (MODELE=MODLEXP,
                                           MESURE=MODERETR,
                                           NOM_CHAM='DEPL', ),
                        RESOLUTION=_F (METHODE='SVD',
                                       EPS=1.E-5), );
```

```
DEPLPR=REST_GENE_PHYS (RESU_GENE=PROJMS,
                       TOUT_ORDRE='OUI',
                       NOM_CHAM='DEPL');
```

Champ aux interfaces obtenu par expansion statique :

```
DEPLINT=PROJ_CHAMP (METHODE='ELEM',
                   RESULTAT=DEPLPR,
                   MODELE_1=MODLSUP,
                   MODELE_2=MODLINT,
                   NOM_CHAM='DEPL',
                   TOUT_ORDRE='OUI',
                   NUME_DDL=NUMINT,);
```

Champ aux interfaces obtenu lors de la résolution au niveau global :

```
DEPLXINT=PROJ_CHAMP (METHODE='ELEM',  
                    RESULTAT=MODECPL,  
                    MODELE_1=MODLCPL,  
                    MODELE_2=MODLINT,  
                    NOM_CHAM='DEPL',  
                    TOUT_ORDRE='OUI',  
                    NUME_DDL=NUMINT, );
```

La base d'expansion est acceptable si les deux champs définis aux interfaces sont très proches. La distance entre les deux champs peut se mesurer en calculant le produit scalaire entre ces deux vecteurs par un calcul de MAC (Modal Assurance Criterion).

```
MACINT=MAC_MODES (BASE_1=DEPLINT,  
                 BASE_2=DEPLXINT,  
                 INFO =2, );
```

Cette matrice de MAC doit être le plus proche possible de la matrice identité. Une matrice de MAC très différente de la matrice identité indique que la base d'expansion choisie ne permet pas de bien reconstruire l'information aux interfaces. Dans ce cas, il est conseillé de choisir une autre base pour l'expansion de la mesure.

On peut également évaluer la distance entre les deux vecteurs en calculant le critère énergétique IERI (Indicateur Énergétique de Régularité d'Interface). Ce critère fait intervenir la matrice de masse ou bien la matrice de rigidité de la structure.

```
IERIK = MAC_MODES (BASE_1=DEPLINT,  
                 BASE_2=DEPLXINT,  
                 MATR_ASSE=KSMAC,  
                 IERI='OUI',  
                 INFO =2, );
```

```
IERIM = MAC_MODES (BASE_1=DEPLINT,  
                 BASE_2=DEPLXINT,  
                 MATR_ASSE=MSMAC,  
                 IERI='OUI',  
                 INFO =2, );
```

## 4 Mise en œuvre du calcul de modification structurale, exemple du cas-test sdll137e

La méthode présentée ici diffère légèrement de celle proposée dans la section précédente. Ici, les deux structures sont décrites par leur base modale, alors qu'en section 3, la modification est décrite par ses coordonnées physiques (modèle élément finis). La mise en œuvre de cette méthode est beaucoup plus simple, car elle s'appuie largement sur les techniques de sous-structuration décrites dans les documentations suivantes :

- documentation de référence sur la sous-structuration R4.06.02
- documentation d'utilisation pour la mise en place d'un calcul de sous-structuration dynamique : U2.07.05.

Un autre avantage (essentiel) de cette méthodologie est que les modèles numériques de la structure et de la modification n'ont pas besoin d'avoir des nœuds coïncidents. L'assemblage des deux sous-structures se fait en utilisant les opérateur de projection de maillage à l'interface (techniques identiques à ce qui est fait pour l'option LIAISON\_MAIL de AFFE\_CHAR\_MECA et dans PROJ\_CHAMP)

On ne présente pas ici les détails de la mise en œuvre d'un calcul par sous-structuration, mais on présente les spécificités de ce cas-test, adapté au cas où le modèle de la structure de base n'est pas recalé.

## 4.1 Modèle expérimental de la structure

On crée un modèle expérimental sur le maillage sur lequel la mesure a été réalisée, et en important la base de modes identifiée via un logiciel d'identification modale. La lecture des modes est faite avec LIRE\_RESU. Le détail de la méthode est donné en section 3, et dans la doc U2.07.06.

```
MODMtmp=LIRE_RESU (TYPE_RESU='MODE_MECA',  
                  FORMAT='IDEAS',  
                  MODELE=MODLEXP,  
                  UNITE=21,  
                  NOM_CHAM='DEPL',  
                  FORMAT_IDEAS=_F (NOM_CHAM='DEPL',  
                                   NUME_DATASET=55,  
                                   RECORD_6=(1,2,3,8,2,6),  
                                   POSI_ORDRE=(7,4),  
                                   POSI_NUME_MODE=(7,4),  
                                   POSI_MASS_GENE=(8,2),  
                                   POSI_AMOR_GENE=(8,3),  
                                   POSI_FREQ=(8,1),  
                                   NOM_CMP=('DX','DY','DZ','DRX','DRY','DRZ',  
                                           ),),  
                  MATR_A=KASSEXP,  
                  MATR_B=MASSEXP,  
                  TOUT_ORDRE='OUI',) ;
```

## 4.2 Modèle support

Le modèle support est un modèle éléments finis de la même structure, non recalé. Cela signifie par exemple, que ses fréquences propres ne correspondent pas du tout aux fréquences propres de la structure réelle.

```
MAILSUP=LIRE_MALLAGE (UNITE=20,);  
  
MAILSUP=DEFI_GROUP (reuse=MAILSUP,MAILLAGE=MAILSUP,  
                  CREA_GROUP_NO=_F (NOM='CAPT2',  
                                     DIFFE=('CAPTEUR','EXTERNE'),),),);  
  
MODLSUP=AFFE_MODELE (MAILLAGE=MAILSUP,  
                  AFFE=_F (GROUP_MA=('SIMPLE','VISUAL'),  
                           PHENOMENE='MECANIQUE',  
                           MODELISATION='POU_D_E'),),);  
  
MATSUP=DEFI_MATERIAU (ELAS=_F (E=2.1E11,  
                               NU=0.3,  
                               RHO=7800.,),),);  
  
MATDBL=DEFI_MATERIAU (ELAS=_F (E=4.2E11,  
                               NU=0.3,  
                               RHO=15600.,),),);  
  
# 'SIMPLE' : groupe ne portant pas la modif. 'VISUAL' : groupe  
# supportant la modif  
CHMATSUP=AFFE_MATERIAU (MAILLAGE=MAILSUP,  
                       MODELE=MODLSUP,  
                       AFFE=( _F (GROUP_MA='SIMPLE',  
                                  MATER=MATSUP,)  
                             _F (GROUP_MA='VISUAL',  
                                  MATER=MATDBL,)),),);
```

```
CHCARSUP=AFFE_CARA_ELEM(MODELE=MODLSUP,
                        POUTRE=_F(GROUP_MA='POUTRE',
                                   SECTION='RECTANGLE',
                                   CARA=('HY','HZ',),),
                        VALE=(9E-3,38E-3,),),
                        ORIENTATION=_F(GROUP_MA='POUTRE',
                                       CARA='VECT_Y',
                                       VALE=(0.,0.,1.,),),);

CONDLSUP=AFFE_CHAR_MECA(MODELE=MODLSUP,
                        DDL_IMPO=( _F(GROUP_NO='FIXE',
                                       LIAISON='ENCASTRE')));

ASSEMBLAGE(MODELE=MODLSUP,
            CHAM_MATER=CHMATSUP,
            CARA_ELEM=CHCARSUP,
            CHARGE=CONDLSUP,
            NUME_DDL=CO('NUMSUP'),
            MATR_ASSE=( _F(MATRICE=CO('KASSUP'),
                           OPTION='RIGI_MECA',),
                       _F(MATRICE=CO('MASSUP'),
                           OPTION='MASS_MECA',),),);

BAMO=MODE_STATIQUE(MATR_RIGI=KASSUP,
                   MATR_MASS=MASSUP,
                   FORCE_NODALE=( _F(GROUP_NO=('CAPT2','EXTERNE'),
                                       AVEC_CMP=('DY','DZ',),),),);
```

NB : dans la méthode proposée ci-dessus, on calcule les relevés statiques correspondant aux degrés de liberté des capteurs. Pour peu que le maillage soit suffisamment fin, il existe toujours des nœuds du maillage support « proches » de la position des capteurs. Si ce n'est pas le cas, une méthode est proposée dans le cas-test `sdlll137e`, utilisant une routine externe python (appelée `calc_modestat_capteurs`), pour calculer les relevés statique correspondant rigoureusement à la position des capteurs. Cette méthode « cherche » les nœuds proches du capteurs, et calcule le relevé statique correspondant par somme pondérée des relevés sur ces nœuds.

## 4.3 Expansion des modes expérimentaux

Les modes expérimentaux identifiés sur la structure et importés sur modèle en section 4.1 sont interpolés sur le modèle support via les méthodes d'expansion présentées en section 2. La base d'expansion est composée des relevés statiques calculés précédemment (la base `BAMO`), réorthonormalisés via les opérations suivantes :

```
PROJ_BASE( BASE=BAMO,
           STOCKAGE='PLEIN',
           MATR_ASSE_GENE=( _F(MATRICE=CO('KPROJ'),
                               MATR_ASSE=KASSUP,),
                           _F(MATRICE=CO('MPROJ'),
                               MATR_ASSE=MASSUP,),),);

nbmod_expans = 5
MODGENE=CALC_MODES(MATR_RIGI=KPROJ,
                  MATR_MASS=MPROJ,
                  OPTION='PLUS_PETITE',
                  CALC_FREQ=_F(NMAX_FREQ=nbmod_expans,),
                  VERI_MODE=_F(STOP_ERREUR='NON'),
```

```
);
```

```
MODREPHY=REST_GENE_PHYS (RESU_GENE=MODGENE, NOM_CHAM='DEPL')
```

Les modes de `MODREPHY` génèrent le même sous-espace que `BAMO`, mais ses composantes sont classées par fréquences propres croissantes. En choisissant bien le paramètre `nbmod_expans`, on peut piloter la régularité de la base de modes étendus générée. Le choix de ce paramètre est déterminant pour la qualité du calcul, et plusieurs méthodes sont proposées, notamment dans la thèse de M. Corus, pour choisir le meilleur compromis.

L'expansion se fait dans les deux étapes suivantes :

```
# base de modes etendue pour la structure
tmp=PROJ_MESU_MODAL (MODELE_CALCUL=_F (MODELE=MODLSUP,
                                         BASE=MODREPHY, ),
                    MODELE_MESURE=_F (MODELE=MODLEXP,
                                         MESURE=MODMESU, ), );
```

```
# base de modes etendue pour la structure
MODEET=REST_GENE_PHYS (RESU_GENE=tmp)
```

## 4.4 Création du macro-élément associé à la structure

La base de modes étendus dans les commandes suivantes est `BAMOSTRU`. Le macro-élément est fabriqué en donnant à `MACR_ELEM_DYNA` :

- cette base de déformées,
- les caractéristiques modales identifiées sur le modèle mesure (appelées ici `freq`, `amor` et `mass`)

```
INTSTRU=DEFI_INTERF_DYNA (NUME_DDL=NUMSUP,
                          INTERFACE=_F (NOM = 'INTSTRU',
                                         TYPE = 'MNEAL',
                                         GROUP_NO = 'EXTERNE'))
```

```
BAMOSTRU=DEFI_BASE_MODALE (RITZ=_F (MODE_MECA = MODEET),
                           NUME_REF=NUMSUP,
                           INTERF_DYNA=INTSTRU)
```

```
freq = MODMESU.LIST_PARA () ['FREQ']
amor = MODMESU.LIST_PARA () ['AMOR_REDUIT']
mass = MODMESU.LIST_PARA () ['MASS_GENE']
```

```
MACELSTR=MACR_ELEM_DYNA (BASE_MODALE=BAMOSTRU,
                         MODELE_MESURE=_F (FREQ=freq,
                                             MASS_GENE=mass,
                                             AMOR_REDUIT=amor, ));
```

## 4.5 Modèle modification

Le modèle de la modification est entièrement numérique (en général beaucoup plus simple, l'étape de recalage n'est pas nécessaire). Dans le cas-test `sdl137e`, on propose de créer le macro-élément qui le décrit simplement avec la macro-commande `CREA_ELEM_SSD`.

```
MACELMOD = CREA_ELEM_SSD (
                    MODELE = MODMODI,
```

```
CHARGE = CONDMODI,  
CHAM_MATER = CHMAMODI,  
CARA_ELEM = CARAMODI,  
INTERFACE = _F( NOM = 'INTMODI',  
                TYPE = 'CRAIGB',  
                GROUP_NO = 'EXTERNE'),  
BASE_MODALE = _F( TYPE = 'RITZ',  
                 TYPE_MODE = 'STATIQUE',  
                 ),  
CALC_FREQ = _F(OPTION='SANS'), ) ;
```

## 4.6 Assemblage des sous-structures, et calcul des fréquences propres de la la structure modifiée

L'assemblage se fait aussi également simplement en utilisant la macro-commande ASSE\_ELEM\_SSD.

```
ASSE_ELEM_SSD(RESU_ASSE_SSD = _F(  
    MODELE = CO('MODEGE'),  
    NUME_DDL_GENE = CO('NUMEGE'),  
    RIGI_GENE = CO('RIGGEN'),  
    MASS_GENE = CO('MASGEN'),  
    ),  
    SOUS_STRUC = ( _F(NOM = 'MODIF',  
                    MACR_ELEM_DYNA = MACELMOD, ),  
                _F(NOM = 'STRUCT',  
                    MACR_ELEM_DYNA = MACELSTR, ) ),  
    LIAISON=_F( SOUS_STRUC_2='STRUCT',  
              INTERFACE_2='INTSTRU',  
              SOUS_STRUC_1='MODIF',  
              INTERFACE_1='INTMODI',  
              GROUP_MA_MAIT_2='toto',  
              OPTION='REDUIT'),  
    VERIF = _F( STOP_ERREUR = 'OUI',  
              PRECISION = 1.E-6,  
              CRITERE = 'RELATIF'),  
    METHODE = 'ELIMINE',  
    ),
```

Remarque : l'utilisation du mot-clé `GROUP_MA_MAIT_2` permet de déclarer le sens de la relation maître-esclave pour les projections de nœuds d'une sous-structure sur l'autre. Il n'est pas nécessaire de préciser le groupe de mailles utilisé, car, avec l'option `REDUIT`, le code utilise par défaut le groupe qui a été déclaré dans la définition de l'interface dans `DEFI_INTERF_DYNA`.

Calcul des fréquences propres de la structure assemblée :

```
RESGEN=CALC_MODES( MATR_RIGI=RIGGEN,  
                  MATR_MASS=MASGEN,  
                  OPTION = 'BANDE',  
                  CALC_FREQ=_F( FREQ = (1.0, 1000.0), ),  
                  SOLVEUR_MODAL=_F( DIM_SOUS_ESPACE=10, ),  
                  VERI_MODE=_F( STOP_ERREUR='NON',  
                               STURM='NON', ),  
                  SOLVEUR=_F( METHODE='MUMPS'),  
                  );  
  
FREQ=RECU_TABLE(CO=RESGEN, NOM_PARA='FREQ')
```

A noter qu'ici, contrairement aux autres cas-tests, aucune méthode de vérification de la qualité du calcul n'est proposée par retro-projection sur les capteurs de la structure. On pourrait envisager d'ajouter cette procédure. Les résultats des cas-tests sont sensiblement égaux à ceux obtenus pour sdll137a et b.

## 5 Conclusion

---

La procédure de calcul de modification structurale présentée ici est basée sur l'exploitation conjointe des données mesurées et du modèle numérique de la modification. Elle utilise le principe de la sous-structuration pour le couplage des deux modèles.

Cette technique ne doit pas être utilisée comme une boîte noire. L'utilisateur doit intervenir sur le choix de la base d'expansion pour que celle-ci soit la plus pertinente possible. Il doit aussi trouver la modification la plus adaptée à la contrainte imposée par l'environnement où se trouve la structure initiale.

On n'insiste jamais assez sur l'importance de la mise en œuvre de la mesure expérimentale. En effet, les incertitudes sur les données expérimentales sont propagées tout au long du calcul et peuvent conduire à une erreur importante sur les résultats finaux. Il est vivement conseillé que la personne qui fait la mesure soit la même que celle qui met en œuvre la modélisation numérique. Elle est la plus apte à exploiter les données mesurées, et la plus à même à effectuer le couplage entre la mesure et le calcul.

## 6 Bibliographie

---

- [1] M. CORUS, Thèse ECP n° 2003-23, Amélioration des méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle.
- [2] Manuel de validation (V2.02.137) : SDLL137 – Modification structurale d'une poutre.
- [3] B. GROULT, Thèse ECP n° 2008-14, Extension d'une méthode de modification structurale pour la conception de dispositifs dissipatifs intégrant des matériaux viscoélastiques.