

## ZZZZ111 - Validation de l'opérateur DEFI\_CABLE\_BP

---

### Résumé :

Le but de ce cas-test est de valider l'opérateur `DEFI_CABLE_BP`, qui calcule les profils de tension dans les câbles de précontrainte d'une structure de béton, conformément aux règles du BPEL : celles-ci permettent de tenir compte des pertes de tension par contact entre les câbles et le béton, par recul aux ancrages, par retrait et fluage du béton et par relaxation de l'acier, matériau constituant les câbles.

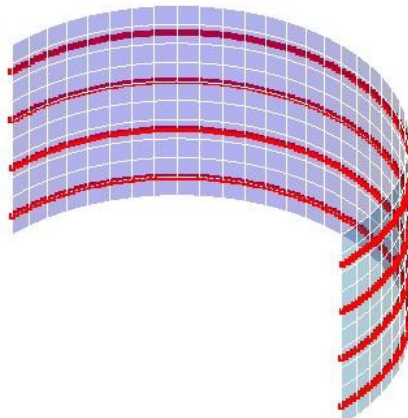
Pour les modélisations A et B, la structure considérée est un voile semi-cylindrique, contenant dans son épaisseur quatre câbles de précontrainte. Les câbles décrivent chacun un demi-cercle dans un plan horizontal, et parcourent ainsi le voile sur sa longueur. Deux câbles présentent une excentricité par rapport au rayon moyen du voile.

Les résultats obtenus sont validés par comparaison avec ceux théoriquement attendus. Les profils de tension peuvent être explicités analytiquement hors des zones où s'appliquent les pertes par recul aux ancrages. Ce calcul est fait pour les modélisations `DKT` (modélisation A) et `Q4GG` (modélisation B).

Les modélisations C et D permettent de valider le fonctionnement de la routine `PROJKM` dans les cas pour lesquels la projection ne peut se faire que sur un nœud.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Le voile de béton a une forme demi-cylindrique : la hauteur est  $H=10\text{ m}$  et le rayon moyen vaut  $R=10\text{ m}$ .

L'épaisseur du voile vaut  $e=0,6\text{ m}$ . Le « rayon moyen équivalent », au sens du BPEL sur la section verticale du voile vaut donc  $r_m=0,283\text{ m}$ , sachant que :

$$r_m = \frac{eH}{2(e+H)} \quad (\text{référence BPEL 2.1,5})$$

Les câbles décrivent chacun un demi-cercle dans un plan horizontal, et parcourent ainsi le voile sur sa longueur. Les cotes des plans contenant les câbles sont :

- pour le câble n°1 :  $z_1=1\text{ m}$  ;
- pour le câble n°2 :  $z_2=3,5\text{ m}$  ;
- pour le câble n°3 :  $z_3=6\text{ m}$  ;
- pour le câble n°4 :  $z_4=8,5\text{ m}$ .

Les câbles 3 et 4 présentent une excentricité par rapport au rayon moyen du voile, valant respectivement :

- $ex_3=0,05\text{ m}$  ;
- $ex_4=0,1\text{ m}$ .

L'aire de la section droite de chacun des câbles vaut  $S_a=1,5 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ .

### 1.2 Propriétés des matériaux

#### 1.2.1 Matériau béton constituant le voile

Propriétés élastiques :

Module d'Young  $E_b=3 \cdot 10^{10}\text{ Pa}$

Coefficient de Poisson  $\nu_b=0,2$

Paramètres caractéristiques pour estimation des pertes de tension :

Taux forfaitaire de perte de tension par fluage du béton  $x_{flu}=0,07$

Taux forfaitaire de perte de tension par retrait du béton  $x_{ret}=0,08$

## 1.2.2 Matériau acier constituant les câbles

Propriétés élastiques :

Module d'Young  $E_a = 2,1 \cdot 10^{11} Pa$

Coefficient de Poisson  $\nu_a = 0,3$

Paramètres caractéristiques pour estimation des pertes de tension :

Relaxation de l'acier à 1000 heures

$$\rho_{1000} = 2\%$$

Coefficient adimensionnel de relaxation de l'acier précontraint

$$\mu_0 = 0,3$$

Contrainte limite élastique de l'acier

$$f_{prg} = 1,77 \cdot 10^9 Pa$$

Coefficient de frottement en courbe

$$f = 0,2 rad^{-1}$$

Coefficient de perte de tension par unité de longueur

$$\varphi = 3 \cdot 10^{-3} m^{-1}$$

## 1.3 Chargement

On applique aux deux extrémités de chaque câble un effort normal de traction. La valeur de la tension appliquée est  $F_0 = 2 \cdot 10^5 N$ .

Pour évaluer les pertes de tension par relaxation des câbles dans le temps, on utilise les relations suivantes :

$$\Delta \sigma_{pj} = \Delta \sigma_p(x) r(j) \quad (\text{référence BPEL 3.3,24})$$

$$\Delta \sigma_p = \frac{6}{100} \rho_{1000} \left( \frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} - \mu_0 \right) \sigma_{pi}(x) \quad (\text{référence BPEL 3.3,23})$$

$$r(j) = \frac{j}{j + 9 \times r_m} \quad (\text{référence BPEL 3.3,24 et 2.1,51})$$

$\sigma_{pi}(x)$  appelé tension initiale, la tension au point d'abscisse  $x$ , après pertes de tension instantanées.

$j$  instant d'évaluation, en jour

$r_m$  rayon moyen équivalent, en  $cm$

Les caractéristiques sont évaluées au jour  $j = 10$ .

Pour évaluer les pertes de tension au voisinage des ancrages, on tient compte d'un recul aux ancrages  $\Delta = 5 \cdot 10^{-4} m$ .

### Note :

Ce problème fait abstraction de la résolution de l'équilibre de la structure complète acier-béton et se limite à la détermination selon le BPEL de la précontrainte dans les câbles.

## 2 Solution de référence

### 2.1 Abscisse curviligne et déviation angulaire cumulée

Les câbles décrivent chacun une trajectoire en forme de demi-cercle dans un plan horizontal. En conséquence, l'abscisse curviligne  $s$  et la déviation angulaire cumulée  $\alpha$  s'expriment très simplement :

$$\begin{cases} s = R_c \theta \\ \alpha = \theta \end{cases}$$

où  $R_c$  désigne le rayon du demi-cercle décrit par le câble, et  $\theta$  l'azimut en coordonnées cylindriques.

Les valeurs de référence pour les tests sont estimées à l'aide de ces expressions.

### 2.2 Effort normal dans les câbles

On considère un câble décrivant un demi-cercle horizontal de rayon  $R_c$ . On note  $\theta_0$  l'azimut repérant la fin de la zone où s'appliquent les pertes de tension par recul au premier ancrage ;  $\pi - \theta_0$  repère le début de la zone où s'appliquent les pertes de tension par recul au second ancrage. Compte tenu des expressions précédentes de l'abscisse curviligne et de la déviation angulaire cumulée, le profil de tension le long du câble peut être paramétré par l'azimut  $\theta$ , hors des zones où s'appliquent les pertes par recul aux ancrages :

$$\begin{aligned} F(\theta) = & -F_0(x_{flu} + x_{ret}) \\ & + F_0 \left[ 1 + r(j) \times \frac{5}{100} \rho_{1000} \times \mu_0 \right] \exp(-(f + \varphi R_c)\theta) \\ & - F_0 \times r(j) \times \frac{5}{100} \rho_{1000} \times \frac{F_0}{S_a f_{prg}} \times \exp(-2(f + \varphi R_c)\theta) \quad \text{sur l'intervalle} \left[ \theta_0; \frac{\pi}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(\theta) = & -F_0(x_{flu} + x_{ret}) \\ & + F_0 \left[ 1 + r(j) \times \frac{5}{100} \rho_{1000} \times \mu_0 \right] \exp(-(f + \varphi R_c)(\pi - \theta)) \\ & - F_0 \times r(j) \times \frac{5}{100} \rho_{1000} \times \frac{F_0}{S_a f_{prg}} \times \exp(-2(f + \varphi R_c)(\pi - \theta)) \quad \text{sur l'intervalle} \\ & \left[ \frac{\pi}{2}; \pi - \theta_0 \right] \end{aligned}$$

Les valeurs de référence pour les tests sont estimées à l'aide de ces expressions, qui définissent un profil de tension symétrique par rapport au nœud central.

### 2.3 Indice de projection

La projection d'un nœud appartenant à l'un des câbles sur une maille du voile de béton donne lieu à l'affectation d'un indice de projection *IPROJ* conformément à la règle suivante :

**Projection sur une maille triangle** de nœuds sommets  $N1$ ,  $N2$  et  $N3$  :

$IPROJ = 0$	si le point projeté est à l'intérieur du triangle ;
$IPROJ = 11, 12$ ou $13$	si le point projeté appartient respectivement au bord $[N1; N2]$ , $[N2; N3]$ ou $[N3; N1]$ ;
$IPROJ = 2$	s'il y a coïncidence du point projeté avec un nœud sommet.

**Projection sur une maille quadrangle** de nœuds sommets  $N1, N2, N3$  et  $N4$  :

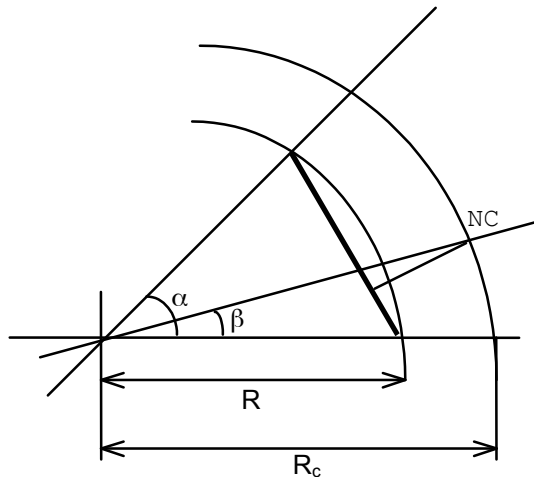
$I_{PROJ} = 0$  si le point projeté est à l'intérieur du quadrangle ;  
 $I_{PROJ} = 11, 12, 13$  ou  $14$  si le point projeté appartient respectivement au bord  $[N1; N2]$ ,  $[N2; N3]$ ,  $[N3; N4]$  ou  $[N4; N1]$  ;  
 $I_{PROJ} = 2$  s'il y a coïncidence du point projeté avec un nœud sommet.

Les valeurs de référence pour les tests sont estimées en prédisant les lieux de projection des câbles, compte tenu de leur situation par rapport au voile et de la disposition des mailles sur celui-ci.

## 2.4 Excentricité

L'excentricité d'un nœud appartenant à l'un des câbles est définie comme la distance de ce nœud à la maille du voile de béton sur laquelle il se projette.

Vue dans un plan horizontal, la trace de la maille est une corde sur le demi-cercle de rayon  $R$ . On note  $\alpha$  le secteur angulaire couvert par la maille. Le nœud du câble, noté  $NC$ , est situé sur le demi-cercle de rayon  $R_c$ . Sa position relative par rapport à la maille est repérée par l'azimut  $\beta$ .



Le vecteur  $\left( \cos \frac{\alpha}{2}; \sin \frac{\alpha}{2} \right)$  est normal à la corde, qui passe par le point  $(R; 0)$ .

L'équation de la corde est donc  $\cos \frac{\alpha}{2} x + \sin \frac{\alpha}{2} y - R \cos \frac{\alpha}{2} = 0$

La distance d'un point à une droite, dans le plan, est donnée par :

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

où  $(x_0; y_0)$  sont les coordonnées du point et  $ax + by + c = 0$  est l'équation de la droite.

Le nœud  $NC$  appartenant au câble a pour coordonnées  $(R_c \cos \beta; R_c \sin \beta)$ . Son excentricité par rapport à la maille du voile sur laquelle il se projette vaut donc :

$$ex_c = \left| R_c \cos \left( \frac{\alpha}{2} - \beta \right) - R \cos \frac{\alpha}{2} \right|$$

Les valeurs de référence pour les tests sont estimées à l'aide de cette expression.

## 3 Modélisation A et B

### 3.1 Caractéristiques des modélisations

Le voile de béton est représenté par des éléments `DKT` pour la modélisation A et par les éléments `Q4GG` pour la modélisation B, supportés dans les deux cas par des mailles quadrangles à 4 nœuds : on compte 10 mailles sur une génératrice verticale et 32 sur un demi-cercle horizontal. Avec cette disposition, les mailles ont des dimensions proches de celles d'un carré de  $1\text{ m}$  de côté.

Tout ce qui suit est commun aux modélisations A et B.

Une épaisseur  $e=0,6\text{ m}$  est affectée à toutes les mailles du voile, ainsi qu'un matériau béton pour lequel sont définis les comportements `ELAS` et `BPEL_BETON` : les paramètres prennent les valeurs données précédemment en paragraphe [§ 2.2.1].

Chacun des câbles est représenté par 128 éléments `MECA_BARRE`, supportés par des mailles segments à 2 nœuds. Sur un demi-cercle horizontal, on compte donc 4 fois plus de mailles sur un câble que sur le voile de béton.

Une aire de section droite  $S_a=1,5 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$  est affectée à toutes les mailles des câbles, ainsi qu'un matériau acier pour lequel sont définis les comportements `ELAS` et `BPEL_ACIER` : les paramètres prennent les valeurs données précédemment en paragraphe [§ 2.2.2].

La tension  $F_0=2 \cdot 10^5\text{ N}$  est appliquée aux deux nœuds extrémités de chaque câble. La valeur de cette tension est cohérente avec les valeurs de section et de contrainte limite élastique, pour des câbles de précontrainte toronnés. L'évaluation des pertes de tension par relaxation et recul aux ancrages est effectuée conformément aux règles du `BPEL` ; les paramètres prennent les valeurs données précédemment en paragraphe [§ 2.2.3].

Comme on applique une même tension aux deux extrémités de chaque câble, et comme on impose un même recul aux ancrages, les profils de tension obtenus doivent être symétriques par rapport aux nœuds milieux des câbles.

Compte tenu des caractéristiques géométriques et du maillage, les nœuds des câbles n°1 et n°2 se projettent sur les nœuds sommets et les bords des mailles du voile de béton. Pour les nœuds de ces deux câbles, les indices de projection obtenus doivent être conformes à la séquence suivante : 2 pour le premier nœud, puis 13–13–13–2 jusqu'au dernier nœud.

Les nœuds des câbles n°3 et n°4 se projettent quant à eux sur les bords et à l'intérieur des mailles du voile de béton. Pour les nœuds de ces deux câbles, les indices de projection obtenus doivent être conformes à la séquence suivante : 14 pour le premier nœud, puis 0–0–0–12 jusqu'au dernier nœud.

La règle d'affectation de l'indice de projection est définie précédemment en paragraphe [§ 3.3].

Compte tenu des caractéristiques du maillage, les excentricités des nœuds des câbles sont évaluées à l'aide de l'expression du paragraphe [§ 3.4] avec  $\alpha = \frac{\pi}{32}$  et  $\beta = 0, \frac{\alpha}{4}, \frac{\alpha}{2}, \frac{3\alpha}{4}$ .

## 3.2 Grandeurs testées et résultats

### 3.2.1 Abscisse curviligne

La composante testée est ABS\_CURV.

Identification (nœud)	Type de référence	Valeur de référence [ m ]	Tolérance ( % )
NC001032	'ANALYTIQUE'	7,608545.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC001033	'ANALYTIQUE'	7,853982.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC001034	'ANALYTIQUE'	8,099419.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC001064	'ANALYTIQUE'	1,546253.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC001065	'ANALYTIQUE'	1,570796.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC001066	'ANALYTIQUE'	1,595340.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC001096	'ANALYTIQUE'	2,331651.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC001097	'ANALYTIQUE'	2,356194.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC001098	'ANALYTIQUE'	2,380738.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC002032	'ANALYTIQUE'	7,608545.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC002033	'ANALYTIQUE'	7,853982.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC002034	'ANALYTIQUE'	8,099419.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC002064	'ANALYTIQUE'	1,546253.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC002065	'ANALYTIQUE'	1,570796.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC002066	'ANALYTIQUE'	1,595340.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC002096	'ANALYTIQUE'	2,331651.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC002097	'ANALYTIQUE'	2,356194.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC002098	'ANALYTIQUE'	2,380738.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC003032	'ANALYTIQUE'	7,646587.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC003033	'ANALYTIQUE'	7,893252.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC003034	'ANALYTIQUE'	8,139916.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC003064	'ANALYTIQUE'	1,553984.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC003065	'ANALYTIQUE'	1,578650.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC003066	'ANALYTIQUE'	1,603317.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC003096	'ANALYTIQUE'	2,343309.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC003097	'ANALYTIQUE'	2,367975.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC003098	'ANALYTIQUE'	2,392642.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC004032	'ANALYTIQUE'	7,684630.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC004033	'ANALYTIQUE'	7,932521.10 <sup>0</sup>	0,10%

NC004034	'ANALYTIQUE'	8,180413.10 <sup>0</sup>	0,10%
NC004064	'ANALYTIQUE'	1,561715.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC004065	'ANALYTIQUE'	1,586504.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC004066	'ANALYTIQUE'	1,611293.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC004096	'ANALYTIQUE'	2,354967.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC004097	'ANALYTIQUE'	2,379756.10 <sup>1</sup>	0,10%
NC004098	'ANALYTIQUE'	2,404546.10 <sup>1</sup>	0,10%

### 3.2.2 Déviation angulaire cumulée

La composante testée est ALPHA.

Identification (nœud)	Type de référence	Valeur de référence [ rad ]	Tolérance ( % )
NC001032	'ANALYTIQUE'	7,608545.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC001033	'ANALYTIQUE'	7,853982.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC001034	'ANALYTIQUE'	8,099419.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC001064	'ANALYTIQUE'	1,546253.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC001065	'ANALYTIQUE'	1,570796.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC001066	'ANALYTIQUE'	1,595340.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC001096	'ANALYTIQUE'	2,331651.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC001097	'ANALYTIQUE'	2,356194.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC001098	'ANALYTIQUE'	2,380738.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC002032	'ANALYTIQUE'	7,608545.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC002033	'ANALYTIQUE'	7,853982.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC002034	'ANALYTIQUE'	8,099419.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC002064	'ANALYTIQUE'	1,546253.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC002065	'ANALYTIQUE'	1,570796.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC002066	'ANALYTIQUE'	1,595340.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC002096	'ANALYTIQUE'	2,331651.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC002097	'ANALYTIQUE'	2,356194.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC002098	'ANALYTIQUE'	2,380738.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC003032	'ANALYTIQUE'	7,608545.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC003033	'ANALYTIQUE'	7,853982.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC003034	'ANALYTIQUE'	8,099419.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC003064	'ANALYTIQUE'	1,546253.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC003065	'ANALYTIQUE'	1,570796.10 <sup>0</sup>	1,00%



NC003066	'ANALYTIQUE'	1,595340.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC003096	'ANALYTIQUE'	2,331651.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC003097	'ANALYTIQUE'	2,356194.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC003098	'ANALYTIQUE'	2,380738.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC004032	'ANALYTIQUE'	7,608545.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC004033	'ANALYTIQUE'	7,853982.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC004034	'ANALYTIQUE'	8,099419.10 <sup>-1</sup>	1,00%
NC004064	'ANALYTIQUE'	1,546253.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC004065	'ANALYTIQUE'	1,570796.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC004066	'ANALYTIQUE'	1,595340.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC004096	'ANALYTIQUE'	2,331651.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC004097	'ANALYTIQUE'	2,356194.10 <sup>0</sup>	1,00%
NC004098	'ANALYTIQUE'	2,380738.10 <sup>0</sup>	1,00%

### 3.2.3 Effort normal dans les câbles

La composante testée est TENSION.

Identification (nœud)	Type de référence	Valeur de référence [ N ]	Tolérance ( % )
NC001032	'ANALYTIQUE'	1,334446.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001033	'ANALYTIQUE'	1,325720.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001034	'ANALYTIQUE'	1,317036.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001064	'ANALYTIQUE'	1,076002.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001065	'ANALYTIQUE'	1,068586.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001066	'ANALYTIQUE'	1,076002.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001096	'ANALYTIQUE'	1,317036.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001097	'ANALYTIQUE'	1,325720.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC001098	'ANALYTIQUE'	1,334446.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002032	'ANALYTIQUE'	1,334446.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002033	'ANALYTIQUE'	1,325720.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002034	'ANALYTIQUE'	1,317036.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002064	'ANALYTIQUE'	1,076002.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002065	'ANALYTIQUE'	1,068586.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002066	'ANALYTIQUE'	1,076002.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002096	'ANALYTIQUE'	1,317036.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC002097	'ANALYTIQUE'	1,325720.10 <sup>5</sup>	0,50%

NC002098	'ANALYTIQUE'	1,334446.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003032	'ANALYTIQUE'	1,334270.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003033	'ANALYTIQUE'	1,325538.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003034	'ANALYTIQUE'	1,316850.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003064	'ANALYTIQUE'	1,075696.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003065	'ANALYTIQUE'	1,068278.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003066	'ANALYTIQUE'	1,075696.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003096	'ANALYTIQUE'	1,316850.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003097	'ANALYTIQUE'	1,325538.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC003098	'ANALYTIQUE'	1,334270.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004032	'ANALYTIQUE'	1,334093.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004033	'ANALYTIQUE'	1,325356.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004034	'ANALYTIQUE'	1,316664.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004064	'ANALYTIQUE'	1,075391.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004065	'ANALYTIQUE'	1,067969.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004066	'ANALYTIQUE'	1,075391.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004096	'ANALYTIQUE'	1,316664.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004097	'ANALYTIQUE'	1,325356.10 <sup>5</sup>	0,50%
NC004098	'ANALYTIQUE'	1,334093.10 <sup>5</sup>	0,50%

### 3.2.4 Indice de projection

La composante testée est INDICE\_PROJECTION.

Identification (nœud)	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
NC001032	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC001033	'ANALYTIQUE'	2	1,00E-003
NC001034	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC001064	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC001065	'ANALYTIQUE'	2	1,00E-003
NC001066	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC001096	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC001097	'ANALYTIQUE'	2	1,00E-003
NC001098	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC002032	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002033	'ANALYTIQUE'	12	1,00E-003

NC002034	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002064	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002065	'ANALYTIQUE'	12	1,00E-003
NC002066	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002096	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002097	'ANALYTIQUE'	12	1,00E-003
NC002098	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC003032	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC003033	'ANALYTIQUE'	2	1,00E-003
NC003034	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC003064	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC003065	'ANALYTIQUE'	2	1,00E-003
NC003066	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC003096	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC003097	'ANALYTIQUE'	2	1,00E-003
NC003098	'ANALYTIQUE'	13	1,00E-003
NC004032	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC004033	'ANALYTIQUE'	12	1,00E-003
NC004034	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC004064	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC004065	'ANALYTIQUE'	12	1,00E-003
NC004066	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC004096	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC004097	'ANALYTIQUE'	12	1,00E-003
NC004098	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003

### 3.2.5 Excentricité

La composante testée est EXCENTRICITE.

Identification (noeud)	Type de référence	Valeur de référence [ m ]	Tolérance
NC001032	'ANALYTIQUE'	9,033625.10 <sup>-3</sup>	0,10%
NC001033	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC001034	'ANALYTIQUE'	9,033625.10 <sup>-3</sup>	0,10%
NC001064	'ANALYTIQUE'	9,033625.10 <sup>-3</sup>	0,10%
NC001065	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003

NC001066	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC001096	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC001097	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC001098	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC002032	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC002033	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002034	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC002064	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC002065	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002066	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC002096	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC002097	'ANALYTIQUE'	0	1,00E-003
NC002098	'ANALYTIQUE'	$9,033625.10^{-3}$	0,10%
NC003032	'ANALYTIQUE'	$5,901857.10^{-2}$	0,10%
NC003033	'ANALYTIQUE'	$5.10^{-2}$	0,10%
NC003034	'ANALYTIQUE'	$5,901857.10^{-2}$	0,10%
NC003064	'ANALYTIQUE'	$5,901857.10^{-2}$	0,10%
NC003065	'ANALYTIQUE'	$5.10^{-2}$	0,10%
NC003066	'ANALYTIQUE'	$5,901857.10^{-2}$	0,10%
NC003096	'ANALYTIQUE'	$5,901857.10^{-2}$	0,10%
NC003097	'ANALYTIQUE'	$5.10^{-2}$	0,10%
NC003098	'ANALYTIQUE'	$5,901857.10^{-2}$	0,10%
NC004032	'ANALYTIQUE'	$1,090035.10^{-1}$	0,10%
NC004033	'ANALYTIQUE'	$10^{-1}$	0,10%
NC004034	'ANALYTIQUE'	$1,090035.10^{-1}$	0,10%
NC004064	'ANALYTIQUE'	$1,090035.10^{-1}$	0,10%
NC004065	'ANALYTIQUE'	$10^{-1}$	0,10%
NC004066	'ANALYTIQUE'	$1,090035.10^{-1}$	0,10%
NC004096	'ANALYTIQUE'	$1,090035.10^{-1}$	0,10%
NC004097	'ANALYTIQUE'	$10^{-1}$	0,10%
NC004098	'ANALYTIQUE'	$1,090035.10^{-1}$	0,10%

## 3.3 Remarques

On obtient des écarts relatifs pour la déviation angulaire cumulée d'un ordre de grandeur nettement plus élevé que ceux obtenus pour l'abscisse curviligne, qui est calculée avec une très bonne précision.

La cause est inhérente à la méthode d'interpolation spline cubique utilisée pour interpoler les trajectoires des câbles. Cette méthode consiste à interpoler la trajectoire sur chaque sous-intervalle par un polynôme d'ordre 3, en garantissant la continuité des dérivées premières et des dérivées secondes aux bornes des sous-intervalles. L'interpolation d'une trajectoire circulaire par des polynômes d'ordre 3 est en soit une approximation, dont les effets sont plus sensibles sur les dérivées secondes que sur les dérivées premières.

C'est pourquoi la précision obtenue pour l'abscisse curviligne, calculée à l'aide des dérivées premières de la trajectoire, est nettement meilleure que celle obtenue pour la déviation angulaire cumulée, calculée à l'aide de produits croisés entre les dérivées premières et les dérivées secondes. Pour améliorer la précision sur la déviation angulaire cumulée, il faudrait sensiblement raffiner le maillage : cette démarche n'est pas valable a priori, car elle conduirait à des surcoûts de calcul très conséquents pour un faible gain de précision.

On obtient effectivement des profils de tension symétriques par rapport aux nœuds milieux des câbles. Les écarts par défaut sur l'abscisse curviligne et la déviation angulaire cumulée induisent des écarts par excès sur les valeurs de tension calculées, mais la précision reste satisfaisante : ceci valide la méthode de calcul.

Les indices de projection obtenus sont conformes à ceux attendus, et les excentricités sont calculées avec une très bonne précision : ceci valide les opérations de projection.

## 4 Modélisation C

L'objectif de cette modélisation est de valider la routine PROJKM dans le cas où les projections sur les mailles puis sur les côtés sont impossibles.

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation et maillage

On utilise pour le béton une géométrie présentant une double courbure de type « coupole ». Le maillage est composé de quatre mailles QUAD4 de béton et de deux mailles SEG2 pour le câble.

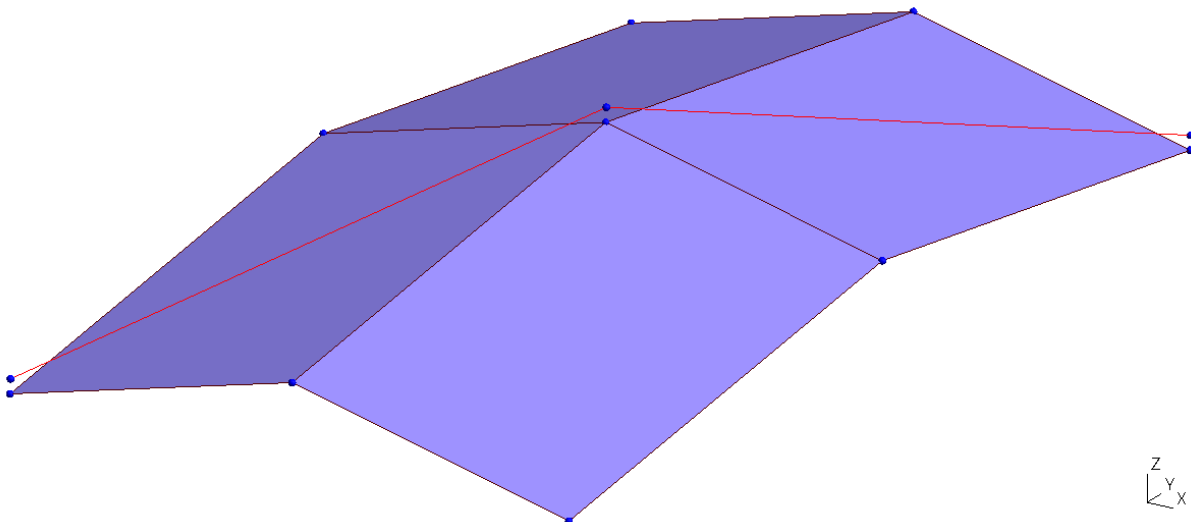


Figure 4.1-a: vue du maillage zzzz111b

La double courbure du béton crée une zone où les projections sur les mailles surfaciques et les bords des mailles de béton échouent. Le point milieu du câble est situé dans cette zone pour que la routine PROJKN soit appelée.

Le fichier de commande est basé sur celui de la modélisation A avec un minimum de modification pour l'adapter aux maillage et tests de cette modélisation; tous les autres paramètres sont identiques: modélisation, matériaux, chargements, ...

### 4.2 Grandeurs testées et résultats

On teste l'indice de projection pour les 3 nœuds du câble et l'excentricité du point central dont la projection a été calculée par la routine PROJKN.

Identification	Type de référence	Valeur de référence	Tolérance
N101 - INDICE_PROJECTION	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-03
N105 - INDICE_PROJECTION	'ANALYTIQUE'	2	1.0E-03
N109 - INDICE_PROJECTION	'ANALYTIQUE'	0	1.0E-03
N105 - EXCENTRICITE	'ANALYTIQUE'	0.1	1.0E-10

## 5 Modélisation D

---

Cette modélisation est la même que la modélisation C. On a simplement remplacé les mailles QUAD4 par des TRIA3 en les séparant en deux de façon à ce que le nœud sommet appartient aux 8 mailles surfaciques du maillage.

## 6 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sont validés par comparaison avec ceux théoriquement attendus avec une bonne précision.

Les fonctionnalités particulières testées sont les suivantes :

- opérateur `DEFI_MATERIAU` [U4.23.01] : définition des paramètres caractéristiques des matériaux acier et béton permettant le calcul de la tension le long des câbles de précontrainte, conformément aux règles du BPEL ;
- opérateur `DEFI_CABLE_BP` [U4.23.06] : calcul de la tension le long des câbles ; projection des nœuds des câbles sur les mailles représentant la structure de béton, préliminaire au calcul des coefficients des relations cinématiques entre les degrés de liberté des nœuds des câbles et les degrés de liberté des nœuds «voisins» de la structure de béton.