

## SDLS109 - Fréquences propres d'un anneau cylindrique épais

---

### Résumé :

Ce test est inspiré d'une étude vibratoire réalisée sur le collecteur VVP des tranches N4. Ce collecteur est épais et présente un rapport maximum épaisseur sur rayon moyen de 0,13. Cette valeur, pouvant être typique d'une structure industrielle, est légèrement supérieure à la valeur limite de validité habituellement reconnue pour les plaques et coques. Dans cette étude, la modélisation du collecteur en coques est alors évaluée par comparaison avec un modèle volumique sur un anneau.

Ce test permet d'évaluer l'opérateur de recherche de valeurs propres `CALC_MODES [U4.52.02]` avec les matrices de rigidité et de masse correspondant aux modélisations suivantes :

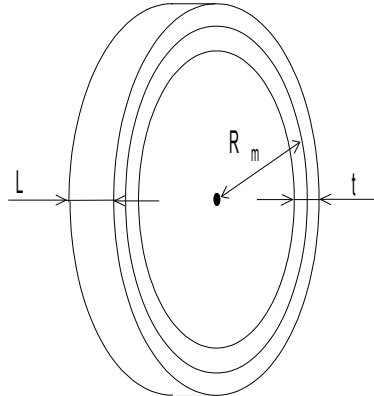
- 1) plaques de type `DKQ` (élément fini `MEDKQU4`) et `DSQ` (élément fini `MEDSQU4`),
- 2) plaques de type `DKT` (élément fini `MEDKTR3`) et `DST` (élément fini `MEDSTR3`) avec un maillage en épis et en maillage en étoiles,
- 3) coques tridimensionnelles de type `COQUE_3D` (éléments finis `MEC3QU9H` et `MEC3TR7H`),
- 4) éléments filaires à cinématique de poutre et modes de Fourier `TUYAU` (élément fini `METUSEG3`) et `TUYAU_6M` (élément fini `MET6SEG3`).

Les résultats obtenus sont comparés avec la solution issue d'une modélisation volumique de l'anneau (élément fini `MECA_HEX8`) faisant apparaître les modes de Fourier d'ordre 2 (ovalisation) et 3 (trifolié) ainsi que 2 modes hors plan. Les écarts sur les fréquences des modes d'ovalisation et trifolié sont voisins de :

- 0.4% en `DSQ` et `COQUE_3D` en `QUAD9`,
- 0.7% en `COQUE_3D` en `TRIA7`, `TUYAU` et `TUYAU_6M`,
- 1% pour les `DKQ`, `DKT` et `DST`.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Il s'agit d'un anneau cylindrique, de rayon moyen  $R_m = 0.369 \text{ m}$ , d'épaisseur  $t = 0.048 \text{ m}$  et de longueur  $L = 0.05 \text{ m}$ .

### 1.2 Propriétés du matériau

Le matériau est homogène, isotrope, élastique linéaire. Les coefficients élastiques sont :

$$E = 185000 \text{ MPa} \text{ et } \nu = 0.3 .$$

La masse volumique est constante et vaut :  $\rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$ .

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

La structure est libre dans l'espace.

### 1.4 Ordre de grandeur des fréquences propres

Les modes propres recherchés correspondent aux modes de Fourier d'ordre 2 et 3 de l'anneau. Les fréquences d'un anneau peuvent être estimées à partir d'un modèle analytique de poutre courbe d'Euler [bib1]. Pour un mode de Fourier d'ordre  $n$ , la fréquence vaut :

$$f_n = \frac{n(n^2-1)}{2\pi R_m^2} \sqrt{\frac{E I_y}{m(n^2+1)}}$$

où :  $I_y = \frac{L t^3}{12}$  et  $m = \rho L t$

Pour les modes d'ovalisation ( $n=2$ ) et trifolié ( $n=3$ ), les fréquences correspondantes valent respectivement  $211.65 \text{ Hz}$  et  $598.64 \text{ Hz}$ . La recherche de modes propres est effectuée sur la bande  $200 - 800 \text{ Hz}$  afin de capter ces deux modes de Fourier.

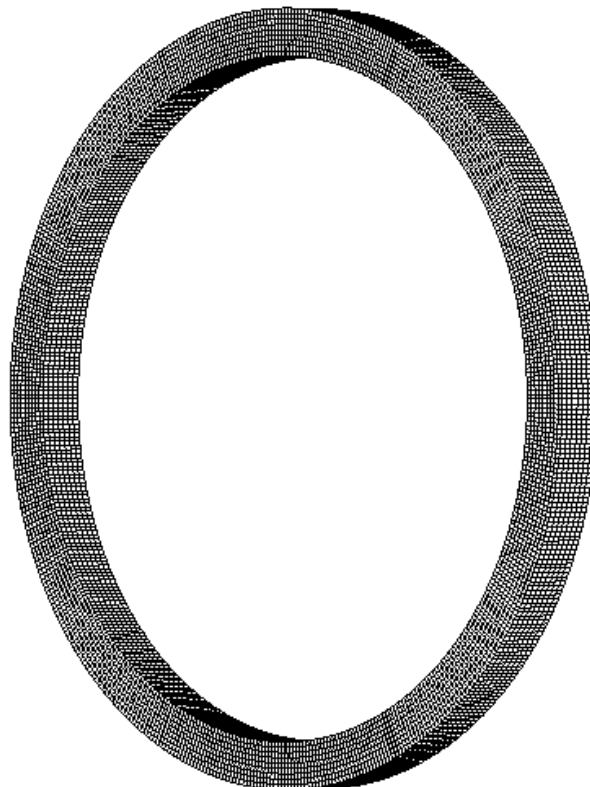
### 1.5 Référence bibliographique

- 1) Blevins R.D., Formulas for natural frequency and mode shape, N.Y. : Van Nostrand Reynhold Company, 1979, 492 p.

## 2 Modélisation de référence

### 2.1 Caractéristiques de la modélisation de référence

Eléments volumiques 3D



La géométrie discrétisée est représentée ci-dessus. Les éléments 3D sont volumiques à 8 nœuds de type HEXA8. Le nombre de nœuds sur la circonférence est 600, sur l'épaisseur 9 et sur la longueur 9.

### 2.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 48600  
Nombre de mailles et type : 38400 HEXA8

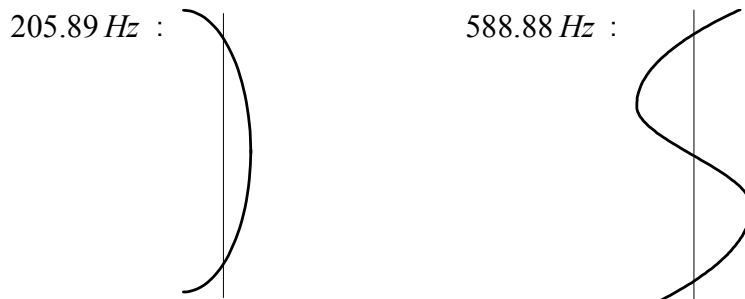
### 2.3 Valeurs de référence testées

Fréquences des modes propres d'ovalisation, trifolié et hors plan.

Mode	Fréquences propres (Hz)
ovalisation	210.55
	210.55
trifolié	587.92
	587.92
hors plan	205.89
	205.89
	588.88
	588.88

## 2.4 Remarques

Le problème axisymétrique possède des modes doubles dans le plan et hors plan.  
Les modes hors plan ont les déformées suivantes :



## 2.5 Incertitudes

L'incertitude est issue de l'analyse de convergence du maillage où les fréquences propres avec la maillage de référence  $600 \times 8 \times 8$  sont comparés à celles du maillages  $500 \times 7 \times 9$ .

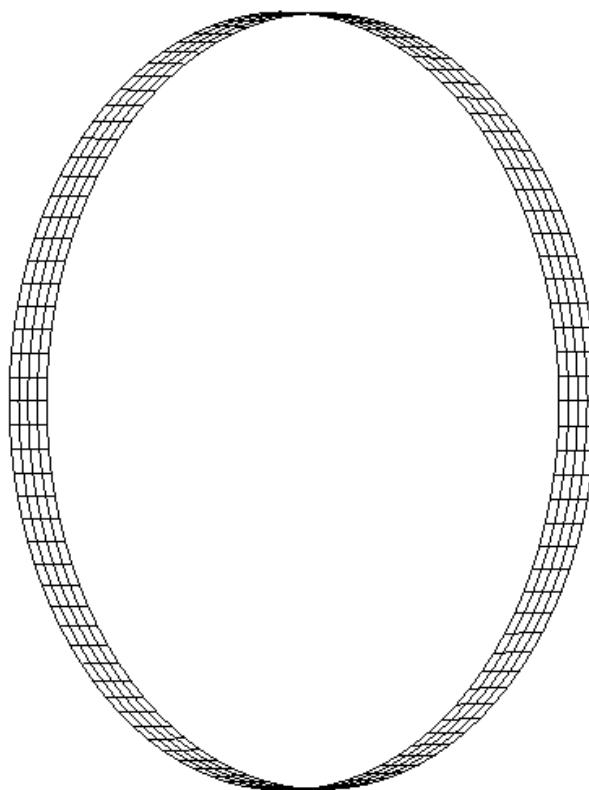
Nombre d'éléments			Fréquences propres ( Hz )	
Circonférence	Epaisseur	Longueur	Ovalisation	Trifolié
100	3	3	232.03	648.62
200	3	3	225.20	628.74
400	5	8	221.02	616.34
500	7	9	210.64	588.18
600	8	8	210.55	587.92

L'incertitude est de 0.05% sur la fréquence.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Plaques DKQ et DSQ.



La géométrie discrétisée est représentée ci-dessus. Les éléments DKQ et DSQ sont des facettes planes à quatre noeuds de type QUAD4. Le nombre de noeuds sur la circonférence est 100 et sur la longueur 5.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 500  
Nombre de mailles et type : 400 QUAD4

### 3.3 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz). La modélisation A teste COEF\_RIGI\_DRZ négatif. Dans ce cas le ddl DRZ a un sens physique de « drilling rotation » ou rotation autour de la normale à la surface moyenne.

Mode	Référence	% différence	% différence
ovalisation	210.55	0.44	-0.46
	210.55	0.44	-0.46
trifolié	587.92	1.75	-0.27
	587.92	1.75	-0.27
hors plan	205.89	13.99	
	205.89	13.99	
	588.88	9.75	-9.49

---

588.88

9.75

-9.49

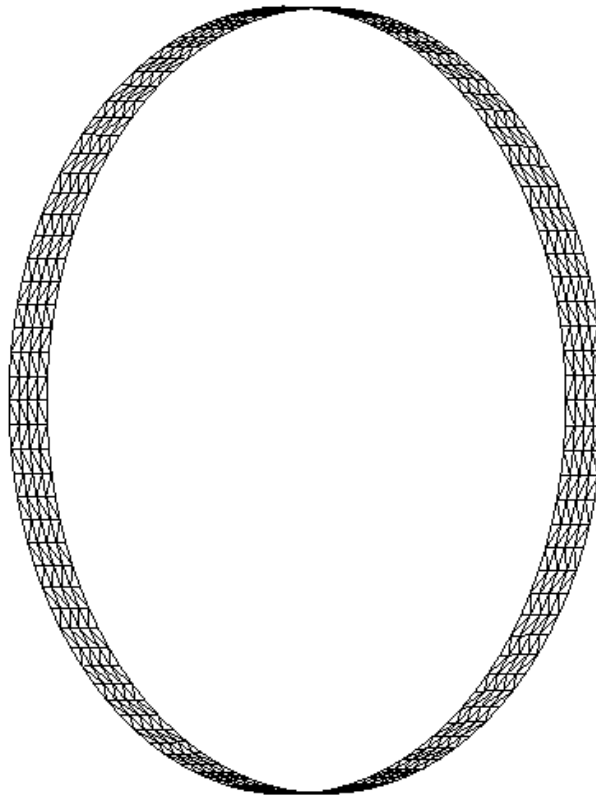
On teste également, les différences de résultat entre les modèles DSQ et DKQ.

## 3.4 Remarques

Les modélisations en plaques `DKQ` et `DSQ` ne permettent pas de représenter correctement les modes hors plan. On peut penser que cela est dû au nombre de mailles sur la longueur trop faible (4 au lieu de 8 dans la modélisation de référence). La première fréquence hors plan en plaques `DSQ` doit être inférieure à  $200 \text{ Hz}$ .

## 4 Modélisation B

Plaques DKT et DST - maillage en épis



La géométrie discrétisée sur le rayon moyen  $R_m = 0.369 \text{ m}$  est représentée ci-dessus. Les éléments DKT et DST sont des facettes planes à trois nœuds de type TRIA3 disposées en épis. Le nombre de nœuds sur la circonférence est 100 et sur la longueur 5.

### 4.1 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 500  
Nombre de mailles et type : 800 TRIA3

### 4.2 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz)

Mode	Référence	Aster DKT	% différence	Aster DST	% différence
ovalisation	210.55	211.54	0.47	203.69	-3.25
	210.55	211.54	0.47	203.69	-3.25
trifolié	587.92	598.64	1.82	568.70	-3.27
	587.92	598.64	1.82	568.70	-3.27
hors plan	205.89	254.89	23.80	202.38	-1.70
	205.89	254.89	23.80	202.38	-1.70
	588.88	707.53	20.14	617.18	4.81
	588.88	707.53	20.14	617.18	4.81

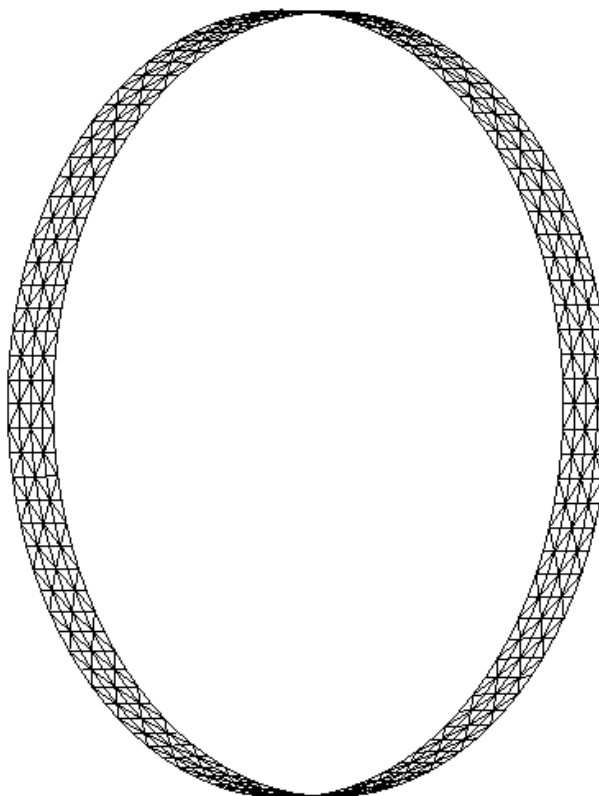
## 4.3 Remarques

La modélisation en plaques `DKT` ne permet pas de représenter correctement les modes hors plan. Les erreurs sur les fréquences en plaques `DST` sont relativement importantes.



## 5 Modélisation C

Plaques DKT et DST - maillage en étoiles



La géométrie discrétisée sur le rayon moyen  $R_m=0.369\text{ m}$  est représentée ci-dessus. Les éléments DKT et DST sont des facettes planes à trois nœuds de type TRIA3 disposées en étoiles. Le nombre de nœuds sur la circonférence est 100 et sur la longueur 5.

### 5.1 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 500  
Nombre de mailles et type : 800 TRIA3

### 5.2 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz)

Mode	Référence	Aster DKT	% différence	Aster DST	% différence
ovalisation	210.55	211.54	0.47	208.20	-1.11
	210.55	211.54	0.47	208.20	-1.11
trifolié	587.92	598.58	1.81	581.00	-1.18
	587.92	598.58	1.81	581.00	-1.18
hors plan	205.89	284.38	38.12	225.23	9.39
	205.89	284.38	38.12	225.23	9.39
	588.88	797.24	35.38	690.73	17.29
	588.88	797.24	35.38	690.73	17.29

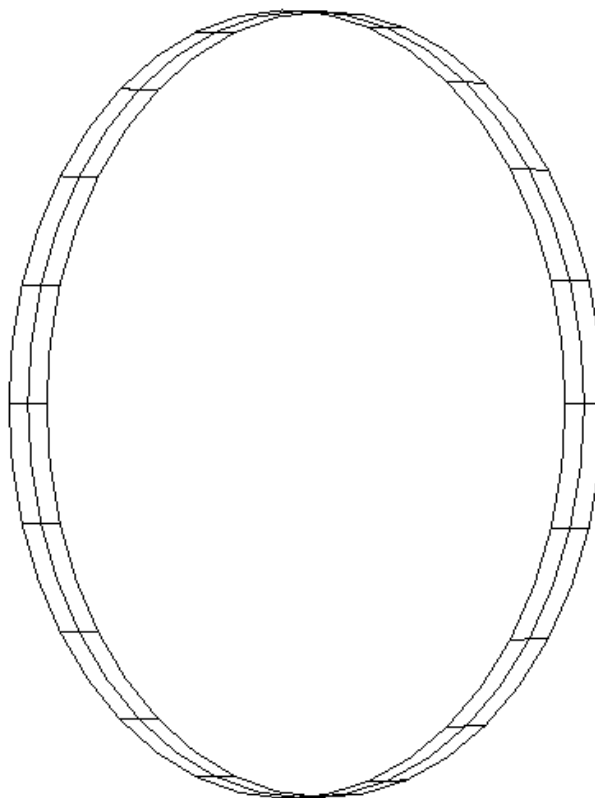
## 5.3 Remarques

Les modélisations en plaques `DKT` et `DST` ne permettent pas de représenter correctement les modes hors plan.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

COQUE\_3D maillage en QUAD9.



La géométrie discrétisée sur le rayon moyen  $R_m = 0.369\text{ m}$  est représentée ci-dessus. Les éléments COQUE\_3D sont des mailles à 9 nœuds de type QUAD9 permettant de prendre en compte le rayon de courbure de l'anneau. Les nœuds milieux sont bien sur la circonférence moyenne. Le nombre de nœuds sur la circonférence est 40 et sur la longueur 5.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 200  
Nombre de mailles et type : 40 QUAD9

### 6.3 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz)

Mode	Référence	Code_Aster	% différence
ovalisation	210.55	209.91	-0.30
	210.55	209.91	-0.30
trifolié	587.92	586.51	-0.24
	587.92	586.51	-0.24
hors plan	205.89	205.14	-0.36
	205.89	205.14	-0.36
	588.88	587.55	-0.23
	588.88	587.55	-0.23

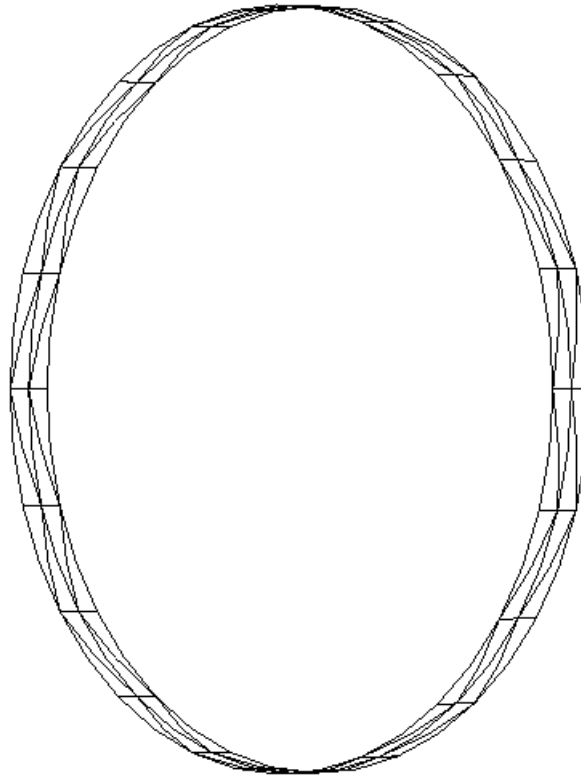
## 6.4 Remarques

Toutes les fréquences sont correctement estimées.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

COQUE\_3D maillage en TRIA7.



La géométrie discrétisée sur le rayon moyen  $R_m = 0.369\text{ m}$  est représentée ci-dessus. Les éléments COQUE\_3D sont des mailles à 7 nœuds de type TRIA7 permettant de prendre en compte le rayon de courbure de l'anneau. Les nœuds milieux sont bien sur la circonférence moyenne. Le nombre de nœuds sur la circonférence est 40 et sur la longueur 5.

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 280  
Nombre de mailles et type : 160 TRIA7

### 7.3 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz)

Mode	Référence	Code_Aster	% différence
ovalisation	210.55	211.19	0.30
	210.55	211.19	0.30
trifolié	587.92	590.98	0.52
	587.92	590.98	0.52
hors plan	205.89	205.81	-0.04
	205.89	205.81	-0.04
	588.88	595.38	1.10
	588.88	595.38	1.10

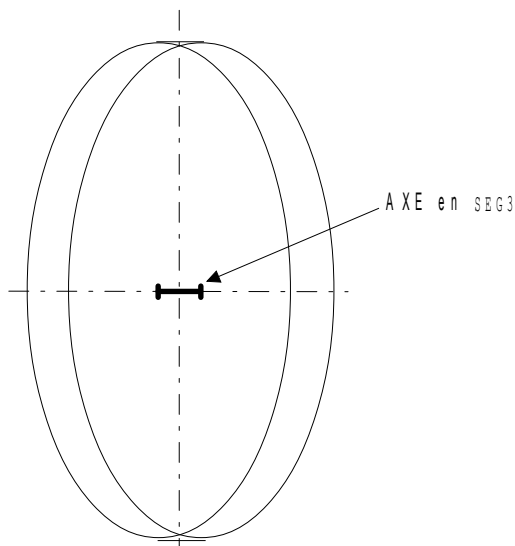
## 7.4 Remarques

Les fréquences sont moins bien estimées qu'avec les éléments QUAD9.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

TUYAU et TUYAU\_6M.



La géométrie discrétisée sur l'axe de l'anneau est représentée ci-dessus. Les éléments TUYAU et TUYAU\_6M sont des mailles à 3 nœuds de type SEG3 représentant l'axe de l'anneau. Le nombre de nœuds sur l'axe est 5.

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 5  
Nombre de mailles et type : 2 SEG3

### 8.3 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz)

Mode	Référence	Aster TUYAU	% différence	Aster TUYAU_6M	% différence
ovalisation	210.55	209.02	-0.72	209.02	-0.72
	210.55	209.02	-0.72	209.02	-0.72
trifolié	587.92	591.00	0.52	591.00	0.52
	587.92	591.00	0.52	591.00	0.52
hors plan	205.89	259.74	26.15	259.74	26.15
	205.89	259.74	26.15	259.74	26.15
	588.88	649.57	10.31	649.57	10.31
	588.88	649.57	10.31	649.57	10.31

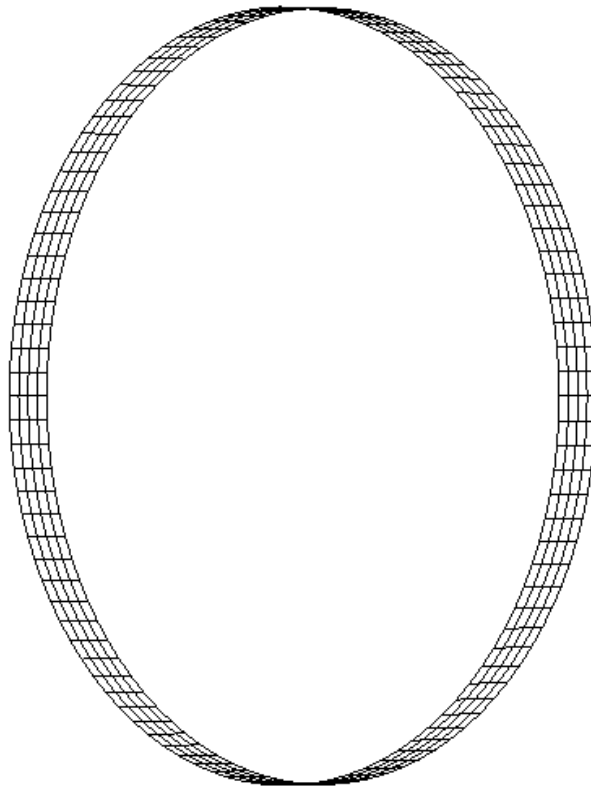
### 8.4 Remarques

Les modélisations en TUYAU (limitée par construction à 3 modes de Fourier) et TUYAU\_6M ne permettent pas de représenter correctement les modes hors plan. En revanche, ils fournissent les mêmes résultats sur les modes plans, proches de la référence.

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation SHB



La géométrie discrétisée est représentée ci-dessus. Les éléments SHB8 s'appuient sur des mailles HEXA8. Le nombre d'éléments sur la circonférence est 100 et sur la longueur 5.

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1000

Nombre de mailles et type : 400 HEXA8, 400 QUAD4

### 9.3 Valeurs testées

(Fréquences en Hertz)

Mode	Référence	Aster DKQ	% différence
ovalisation	210.55	210.71	0.08
	210.55	210.71	0.08
trifolié	587.92	590.84	0.5
	587.92	590.84	0.5
hors plan	205.89	208.05	1.05
	205.89	208.05	1.05
	588.88	595.3	1.09
	588.88	595.3	1.09



## 10 Synthèse des résultats

---

- Même si les résultats obtenus sont honorables, les modèles DKQ, DSQ, DKT, DST, TUYAU et TUYAU\_6M ne permettent pas d'estimer les modes hors plan de l'anneau. Seul le modèle COQUE\_3D avec un maillage en QUAD9 fournit une bonne estimation fréquentielle de ces modes avec une erreur inférieure à 0.4%.
- Les modèles DSQ et COQUE\_3D en QUAD9 donnent une erreur voisine de 0.3% pour les modes d'ovalisation et trifolié. Pour les modèles COQUE\_3D en TRIA7, TUYAU et TUYAU\_6M, cette erreur avoisine 0.7% et est supérieure à 1% pour les DKQ, DKT et DST.
- Les meilleurs résultats des DSQ par rapport aux DKQ confirment que l'effet du cisaillement transverse n'est pas négligeable dans les coques d'épaisseur notable.
- Sur une géométrie développable comme celle du cylindre étudié ici, les éléments finis quadrangulaires fournissent de meilleurs résultats que les éléments finis triangulaires. Les DST, testés sur un maillage en épis et sur un maillage symétrique en étoiles, sont beaucoup moins bons que les DSQ. La même remarque est également valable pour les COQUE\_3D en TRIA7 par rapport aux COQUE\_3D en QUAD9.
- Les performances des COQUE\_3D sont bonnes quantitativement et en temps de calcul. La richesse de l'interpolation, la prise en compte de la courbure du cylindre dans les éléments et la correction métrique effectuée dans l'épaisseur de la coque semblent expliquer ces bons résultats.
- Les éléments SHB8 permettent d'obtenir tous les modes avec un écart maximum de l'ordre de 1%.