

## SDLS118 - Réponse d'une fondation circulaire rigide à une excitation sismique variable en espace

### Résumé :

Ce cas test permet de valider le calcul de la réponse d'une fondation superficielle rigide soumise à un mouvement sismique variable en espace via la macro `DYNA_ISS_VARI`. Les fonctions de transfert de référence proviennent de résultats obtenus par Mita et Luco [bib2].

La modélisation E est une validation informatique de la prise en compte d'accélérogrammes dans les trois directions de l'espace en un seul appel à `DYNA_ISS_VARI`.

## 1 Problème de référence

---

### 1.1 Géométrie

Le logiciel MISS3D utilise la méthode fréquentielle de couplage pour tenir compte de l'interaction sol-structure. Cette méthode, basée sur la sous-structuration dynamique, consiste à découper le domaine d'étude en trois sous-domaines qui sont le sol, la fondation et la structure. On traite ici le cas d'une fondation superficielle seule (sans structure). Il s'agit d'une fondation circulaire de rayon  $R=20\text{ m}$ . La géométrie est celle de la fondation traitée dans la référence [bib1] et représentée au paragraphe 3.

### 1.2 Propriétés du matériau

Le sol correspond à un milieu homogène semi-infini dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau ci-après :

Couche	Épaisseur (m)	$\rho(kg/m^3)$	$\nu$	$E(MPa)$	$\beta$
Couche 1	40.	1875	0.33	1800	0.10
Couche 2	Substratum	1875	0.33	1800	0.10

Tableau 1.2-1 : Caractéristiques mécaniques du sol homogène

La fondation est considérée rigide et sans poids.

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le chargement sismique consiste en une excitation unitaire dans le domaine des fréquences. Ceci permet de directement déterminer les fonctions de transfert (entre l'excitation sismique et la réponse structurale). La fondation est considérée comme rigide. Ceci se traduit par une liaison solide du GROUP\_NO radier.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

On utilise la fonction de cohérence proposée par Luco et Wong (1986) [bib1]:

où  $d$  désigne la distance entre deux points  $i$  et  $j$  sur la fondation,  $f$  est la fréquence et  $c_{app}$  la vitesse apparente de propagation en surface de l'onde  $SH$ . Le paramètre  $\alpha$  peut varier de 0.1 à 0.5 en fonction du cas mais est généralement pris égal à 0.5.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Coefficients de covariance obtenus par Mita et Luco pour  $\alpha=0.5$  [bib2]:

---

$a_0$	$A_{11}^{11}$	$A_{33}^{33}$
-------	---------------	---------------

---

1.0	0.732	0.730
2.0	0.402	0.416
3.0	0.251	0.270

$a_0$  désigne la fréquence non dimensionnelle  $a_0 = \frac{\omega R}{c}$

Pour  $\alpha=0.0$ , on obtient le cas sans variabilité spatiale, Pour ce cas on connaît la solution (analytique). La fondation étant rigide sans poids, la réponse à une excitation unitaire est égale à 1.0, indépendamment de la fréquence de calcul.

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Pas d'incertitudes.

## 2.4 Références bibliographiques

[bib1] Luco J.E et Wong H.L. : *Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion* . Earthquake Engrg. Struct. Dyn. 14, 1986, pp.891-908.

[bib2] Luco J.E et Mita A. : *Response of a circular foundation to spatially random ground motion*. J. Engrg.Mech. 113, 1987, pp.1-15.

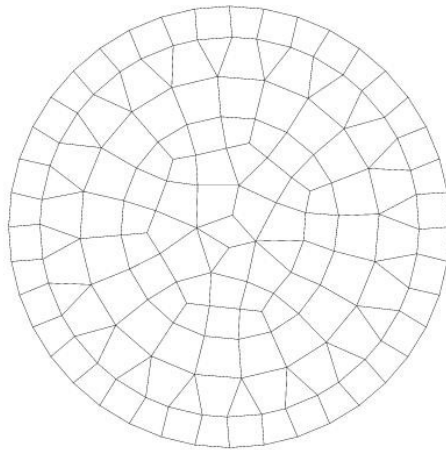
## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques utilisées et le maillage sont ceux déduits des données du paragraphe 1. On a calculé la réponse harmonique et les fonctions de transfert pour les fréquences réduites  $a_0=1,2,3$  (où  $a_0 = \frac{\omega R}{c}$ ). Les résultats obtenus par Mita et Luco pour ces fréquences réduites sont présentés dans la référence [bib2].

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Le maillage de la fondation circulaire est représenté ci-dessous (voir §1.1) :



### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour le cas avec variabilité spatiale, on choisit  $\alpha=0.5$  et on teste par rapport aux résultats de la littérature (SOURCE\_EXTERNE) avec une tolérance de 10% .

Résultats obtenus avec DYNA\_ISS\_VARI pour  $\alpha=0.5$  et :

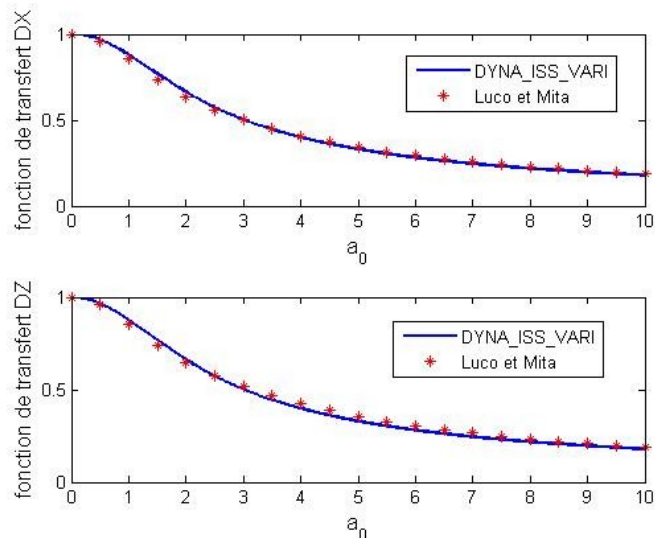
$a_0$	$A_{11}^{11}$	$A_{33}^{33}$
1.0	0.767	0.767
2.0	0.437	0.437
3.0	0.251	0.251

Pour rappel, les résultats de référence [bib2], voir aussi §2.2:

$a_0$	$A_{11}^{11}$	$A_{33}^{33}$
1.0	0.732	0.730
2.0	0.402	0.416
3.0	0.251	0.270

On fait par ailleurs un test de NON\_REGRESSION pour les valeurs calculées par DYNA\_ISS\_VARI avec une tolérance de 0,1% (valeur par défaut).

Comparaison des fonctions de transfert  $\sqrt{A_{ii}^{jj}}$  obtenues avec DYNA\_ISS\_VARI et avec Mita et Luco :



Pour le cas  $\alpha=0.0$ , on teste la réponse après projection sur coordonnées physiques. La fondation étant rigide et sans masse, tous les nœuds subissent le même déplacement qui est égale à 1.0 en direction  $x$  pour une excitation en direction  $x$ .

$$K_s X = K_s X_0$$

$K_s$  est la matrice d'impédance modale,  $X$  la réponse modale et  $X_0=(1.,0.,0.,0.,0.,0.)$  pour une excitation sismique en direction  $x$  et  $X_0=(0.,0.,1.,0.,0.,0.)$  pour un séisme vertical.

$a_0$	$A_{11}^{11}$	$A_{33}^{33}$
1.0,	1.0	1.0
2.0	1,0	1,0
3.0	1,0	1,0

Avec une projection via REST\_SPEC\_PHYS, on obtient le résultat:

$a_0$	SPEC N11 'DX'	SPEC N11 'DZ'
1.0	1.00527E+00	1.03014E+00

On effectue un test de type ANALYTIQUE avec une tolérance de 1% pour 'DX' et 10% pour 'DZ'.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques utilisées et le maillage sont ceux déduits des données du paragraphe 1. Le maillage est le même que pour la modélisation A.

On a calculé la réponse temporelle au point  $N11$  et détermine le spectre de réponse correspondant. La fonction de transfert étant égale à 1 pour le cas sans variabilité spatiale, la réponse temporelle est égale au signal d'entrée. Si on tient compte de la variabilité spatiale, alors la réponse est modifiée.

Dans cette modélisation, on teste les différentes fonctions de cohérence disponibles dans code\_aster (MITA\_LUCO, ABRAHAMSON, ABRA\_ROCHER, ABRA\_SOLMOYEN).

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Les caractéristiques sont celles de la modélisation A.

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

#### 4.3.1 Fonction de cohérence de Mita & Luco

On vérifie que, pour  $\alpha=0.0$ , la réponse en accélération est égale à l'accélérogramme en entrée du calcul (on rappelle que la fonction de transfert vaut 1 et que la fonction est rigide pour ce cas d'étude). On détermine la réponse  $q(t)$  en 'DX' au point  $N11$  pour une excitation  $a(t)$  en 'DX'. On calcule l'erreur comme l'écart-type de la différence (résidu) entre le signal et la réponse. Ceci est fait pour le cas où la fonction de transfert est calculé pour tous les points (discrétisation de l'accélérogramme) et pour le cas où l'utilisateur renseigne `FREQ_PAS`, `FREQ_FIN`. Dans ce dernier cas, `DYNA_ISS_VARI` interpole des valeurs calculés pour déterminer la réponse temporelle due à l'excitation par l'accélérogramme. On ajoute également à ce cas un test de `NON_REGRESSION` pour la valeur de déplacement maximal positif en 'DX' au point  $N11$  qui correspond au centre de la fondation.

type de test	valeur de référence	tolérance (abs.)
ANALYTIQUE	0.0	0.01

De même, pour  $\alpha=0.0$ , le spectre de réponse oscillateur (SRO) de la réponse en accélération calculée doit être égal au SRO de l'accélérogramme en entrée. Ainsi, on teste l'erreur, à savoir la différence entre ces deux SRO. On compare évalue notamment la différence maximale entre les deux SRO et l'écart-type de l'erreur

type de test	valeur	valeur de référence	tolérance (abs.)
ANALYTIQUE	MAX	0.0	0.01
ANALYTIQUE	ECART-TYPE	0.0	0.001

Pour le cas avec variabilité spatiale, les valeurs  $\alpha=0.7$ ,  $V_s=200\text{ m/s}$  ont été choisies. On considère une excitation sismique temporelle en direction 'DX' donnée par un accélérogramme correspondant au spectre EUR pour un site rocheux (cf, courbe rouge de la figure ci-dessous). Il n'y a pas de solution de référence (analytique) pour ce cas. Aussi, on fait un test de `NON_REGRESSION` pour les SRO obtenus avec variabilité spatiale. On teste deux cas.

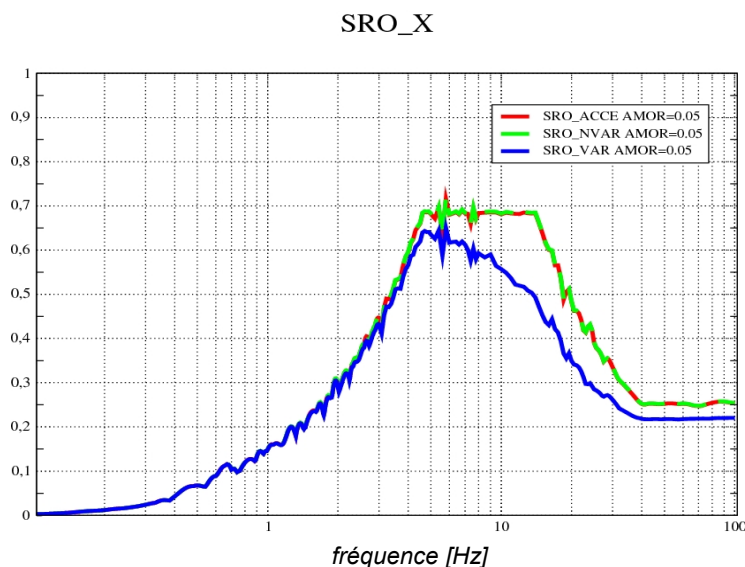
1)  $FREQ\_FIN$  est égale à la fréquence de coupure :

type de test	fréquence (Hz)	référence SRO (g)	tolérance (%)
NON_REGRESSION	10.0	5.34727E-01	$2 \cdot 10^{-4}$
NON_REGRESSION	30.0	2.3855E-01	$2 \cdot 10^{-3}$

2)  $FREQ\_FIN$  est inférieure à la fréquence de coupure (  $35 Hz$  au lieu de  $50 Hz$  ) et on complète par zéro :

type de test	fréquence (Hz)	référence SRO (g)	tolérance (%)
NON_REGRESSION	10.0	5.34727E-01	$2 \cdot 10^{-1}$
NON_REGRESSION	30.0	2.3855E-01	$2 \cdot 10^{-2}$

Les spectre de réponse de l'accélérogramme (  $SRO\_ACCE$  ) et calculés en réponse au point  $N11$  , sans variabilité spatiale (  $SRO\_NVAR$  ) et avec variabilité spatiale (  $SRO\_VAR$  ), sont montrés sur la figure ci-dessous:



Remarque: Pour le cas test, le pas de temps des accélérogramme EUR a été multiplié par 2 (0.013672s au lieu de 0.006836s) afin d'accélérer les calculs. Aussi, les SRO calculés dans slds118b, vont de 0 à  $50 Hz$  et non de 0 à  $100 Hz$  comme sur la figure ci-dessus .

### 4.3.2 Fonctions de cohérence de Abrahamson

On teste les différentes fonctions de cohérence de Abrahamson disponibles dans code\_aster (ABRAHAMSON, ABRA\_ROCHER, ABRA\_SOLMOYEN).

On considère une excitation sismique temporelle en direction 'DX' donnée par un accélérogramme correspondant au spectre EUR pour un site rocheux (cf, courbe rouge de la figure ci-dessus). On fait un test de NON\_REGRESSION pour les SRO obtenus avec variabilité spatiale.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques utilisées et le maillage sont ceux déduits des données du paragraphe 1. On a calculé la réponse harmonique et les fonctions de transfert pour les fréquences réduites  $a_0 = 1, 2, 3$  (où  $a_0 = \frac{\omega R}{c}$ ). Les résultats obtenus par Mita et Luco pour ces fréquences réduites sont présentés dans la référence [bib2].

Cette modélisation sert à tester l'option d'interface de type 'QUELCONQUE' du mot-clé `MODE_INTERF` avec des modes de fondation quelconques différents des modes de corps rigide. On comparera ses résultats à ceux de la modélisation A.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Les caractéristiques sont celles de la modélisation A.

### 5.3 Conditions aux limites de la modélisation

Pour la représentation du mouvement de fondation, au lieu des modes de corps rigide de translation, on utilise une base de 30 modes quelconques obtenus comme modes propres, sans conditions de blocage, sur tapis de ressorts établi à partir des impédances de sol statiques pour le sol défini en §1,2. On prend donc comme valeurs de rigidités globales à répartir sous la fondation avec l'option `RIGI_PARASOL` de `AFFE_CARA_ELEM` :

$$KX = KY = 6.36 E 10, \quad KZ = 8.02 E 10, \quad KRX = KRY = 2.07 E 13, \quad KRZ = 2.70 E 13$$

### 5.4 Grandeurs testées et résultats

Pour le cas  $\alpha = 0.0$ , on teste obligatoirement la réponse après projection sur coordonnées physiques car, à la différence de la modélisation A, les coordonnées modales ne coïncident pas avec les coordonnées physiques. La fondation étant rigide et sans masse, tous les nœuds subissent le même déplacement qui est égale à 1.0 en direction  $x$  pour une excitation en direction  $x$ . De même, tous les nœuds subissent le même déplacement qui est égale à 1.0 en direction  $z$  pour une excitation en direction  $z$ .

Avec une projection *via* `REST_SPEC_PHYS`, on obtient le résultat:

$a_0$	SPEC N11 'DX'	SPEC N11 'DZ'
1.0	1.00001E+00	1.00383E+00

On effectue un test de type `ANALYTIQUE` avec une tolérance de 1% pour 'DX' et 10% pour 'DZ'.

Pour le cas avec variabilité spatiale, on choisit  $\alpha = 0.5$  et on teste par rapport aux résultats de la littérature (`SOURCE_EXTERNE`) avec une tolérance de 10%.

Résultats obtenus avec `DYNA_ISS_VARI` avec une projection *via* `REST_SPEC_PHYS`, pour  $\alpha = 0.5$  et :

$a_0$	$A_{11}^{11}$	$A_{33}^{33}$



---

1.0	0.767	0.770
2.0	0.437	0.438
3.0	0.251	0.252

Pour rappel, les résultats de référence [bib2], voir aussi §2.2:

---

$a_0$	$A_{11}^{11}$	$A_{33}^{33}$
1.0	0.732	0.730
2.0	0.402	0.416
3.0	0.251	0.270

On fait par ailleurs un test de `NON_REGRESSION` pour les valeurs calculées par `DYNA_ISS_VARI` avec une tolérance de 0,1% (valeur par défaut).

On fait également un test `AUTRE_ASTER` par rapport aux résultats de la modélisation A.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Les caractéristiques utilisées et le maillage sont ceux déduits des données du paragraphe 1. Le maillage est le même que pour la modélisation A.

Comme pour la modélisation B, on a calculé la réponse temporelle au point  $N11$  et détermine le spectre de réponse correspondant. La fonction de transfert étant égale à 1 pour le cas sans variabilité spatiale, la réponse temporelle est égale au signal d'entrée.

Si on tient compte de la variabilité spatiale, alors la réponse est modifiée.

Cette modélisation sert à tester l'option d'interface de type 'QUELCONQUE' du mot-clé `MODE_INTERF` avec des modes de fondation quelconques différents des modes de corps rigide. On comparera ses résultats à ceux de la modélisation B.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Les caractéristiques sont celles de la modélisation A.

### 6.3 Conditions aux limites de la modélisation

Pour la représentation du mouvement de fondation, au lieu des modes de corps rigide de translation, on utilise une base de 30 modes quelconques obtenus comme modes propres, sans conditions de blocage, sur tapis de ressorts établi à partir des impédances de sol statiques pour le sol défini en §1,2. On prend donc comme valeurs de rigidités globales à répartir sous la fondation avec l'option `RIGI_PARASOL` de `AFFE_CARA_ELEM` :

$$KX = KY = 6.36 E 10 \quad , \quad KZ = 8.02 E 10 \quad , \quad KRX = KRY = 2.07 E 13 \quad , \quad KRZ = 2.70 E 13$$

### 6.4 Grandeurs testées et résultats

#### 6.4.1 Fonction de cohérence de Mita&Luco

On vérifie que, pour  $\alpha = 0.0$ , la réponse en accélération est égale à l'accélérogramme en entrée du calcul (on rappelle que la fonction de transfert vaut 1 et que la fonction est rigide pour ce cas d'étude). On détermine la réponse  $q(t)$  en 'DX' au point  $N11$  pour une excitation  $a(t)$  en 'DX'. On traite le cas où la fonction de transfert est calculé pour tous les points (discrétisation de l'accélérogramme) et le cas où l'utilisateur renseigne `FREQ_PAS`, `FREQ_FIN`. Dans ce dernier cas, `DYNA_ISS_VARI` interpole des valeurs calculées pour déterminer la réponse temporelle due à l'excitation par l'accélérogramme.

On vérifie comme en 4,3,1 que le spectre de réponse oscillateur (SRO) de la réponse en accélération calculée est égal au SRO de l'accélérogramme en entrée.

type de test	fréquence ( $Hz$ )	référence SRO ( $g$ )	tolérance (%)
ANALYTIQUE	10.0	0.6573	0.1
ANALYTIQUE	30.0	0.2970	0.2

Pour le cas avec variabilité spatiale, les valeurs  $\alpha = 0.7$ ,  $V_s = 200 m/s$  ont été choisies. On considère une excitation sismique temporelle en direction 'DX' donnée par un accélérogramme correspondant au spectre EUR pour un site rocheux (cf, courbe rouge de la figure en §4.3.1). Il n'y a pas de solution de référence (analytique) pour ce cas. Aussi, on fait un test de `NON_REGRESSION` pour les SRO obtenus avec variabilité spatiale.

On fait également un test `AUTRE_ASTER` par rapport aux résultats de la modélisation B.

On teste deux cas.

1) `FREQ_FIN` est égale à la fréquence de coupure :

type de test	fréquence (Hz)	référence SRO (g)	tolérance (%)
NON_REGRESSION	10.0	0.5418	0.0001
NON_REGRESSION	30.0	0.2348	0.0002
AUTRE_ASTER	10.0	0.535	1.3E0
AUTRE_ASTER	30.0	0.2386	1.6E0

2) `FREQ_FIN` est inférieure à la fréquence de coupure (  $35\text{Hz}$  au lieu de  $50\text{Hz}$  ) et on complète par zéro :

type de test	fréquence (Hz)	référence SRO (g)	tolérance (%)
NON_REGRESSION	10.0	0.5418	0.0002
NON_REGRESSION	30.0	0.2333	0.0001
AUTRE_ASTER	10.0	0.535	1.2E0
AUTRE_ASTER	30.0	0.2386	2.2E0

## 6.4.2 Fonction de cohérence de Abrahamson

On considère une excitation sismique temporelle en direction 'DX' donnée par un accélérogramme correspondant au spectre EUR pour un site rocheux (cf, courbe rouge de la figure en §4.3.1). On fait un test de `NON_REGRESSION` pour les SRO obtenus avec variabilité spatiale. On fait également un test `AUTRE_ASTER` par rapport aux résultats de la modélisation B :

type de test	fréquence (Hz)	référence SRO (g)	tolérance (%)
NON_REGRESSION	10.0	0.5747	0.0001
NON_REGRESSION	30.0	0.23877	0.0001
AUTRE_ASTER	10.0	0.5723	0.4
AUTRE_ASTER	30.0	0.23903	0.1

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Cette modélisation est identique à la modélisation B.

### 7.2 Principe

On effectue un calcul avec DYNA\_ISS\_VARI en renseignant un signal différent dans chaque direction (opérandes ACCE\_X , ACCE\_Y et ACCE\_Z de EXCIT\_SOL ). On lance ensuite trois autres calculs pour lesquels un seul signa est renseigné ( ACCE\_X , ACCE\_Y puis ACCE\_Z ). Les résultats sont ramenés sur base physique. On combine alors les résultats des calculs unidirectionnels à l'aide de CREA\_CHAMP et CREA\_RESU . Le résultat créé constitue la référence pour le résultat avec signaux dans les trois directions.

### 7.3 Grandeurs testées et résultats

Résultat de référence :

	Identification		Valeur de référence	Type de référence	Tolérance
Champ	DEPL, Nœud	N11,	-	'NON_REGRESSION'	-
Composante DX, instant 2					
Champ	DEPL, Nœud	N11,	-	'NON_REGRESSION'	-
Composante DRX, instant 2					
Champ	VITE, Nœud	N11,	-	'NON_REGRESSION'	-
Composante DY, instant 2					
Champ	VITE, Nœud	N11,	-	'NON_REGRESSION'	-
Composante DRY, instant 2					
Champ	ACCE, Nœud	N11,	-	'NON_REGRESSION'	-
Composante DZ, instant 2					
Champ	ACCE, Nœud	N11,	-	'NON_REGRESSION'	-
Composante DRZ, instant 2					

Résultat tri-directionnel :

	Identification		Valeur de référence	Type de référence	Tolérance
Champ	DEPL, Nœud	N11,	0.00108384851924	'AUTRE_ASTER'	1E-8
Composante DX, instant 2					
Champ	DEPL, Nœud	N11,	-9.65779984763E-07	'AUTRE_ASTER'	1E-8
Composante DRX, instant 2					
Champ	VITE, Nœud	N11,	-0.00917620109214	'AUTRE_ASTER'	1E-8
Composante DY, instant 2					
Champ	VITE, Nœud	N11,	-2.6388744608E-07	'AUTRE_ASTER'	1E-8
Composante DRY, instant 2					
Champ	ACCE, Nœud	N11,	-0.207431127511	'AUTRE_ASTER'	1E-8
Composante DZ, instant 2					
Champ	ACCE, Nœud	N11,	-0.00037170431950	'AUTRE_ASTER'	1E-8
Composante DRZ, instant 2					

## 8 Synthèse des résultats

---

Ce cas test permet de valider la commande `DYNA_ISS_VARI` à travers le calcul de la réponse d'une fondation superficielle rigide représentée soit par des modes de corps rigide (`MODE_INTERF='CORP_RIGI'`), soit par des modes quelconques sur tapis de ressorts déterminés à partir des impédances de sol statiques (`MODE_INTERF='QUELCONQUE'`). Les résultats obtenus avec `DYNA_ISS_VARI` sont en bon accord avec les résultats de la référence de Mita et Luco.