

## SDLV131 - Simulation d'une jauge de déformation par la commande OBSERVATION

---

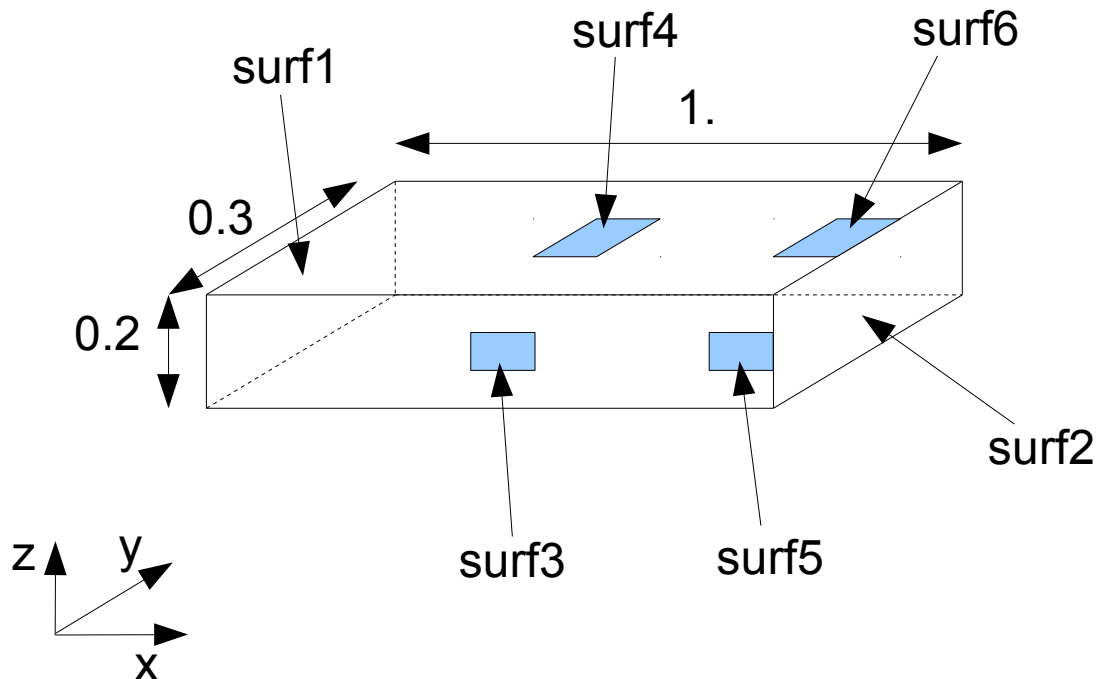
### Résumé :

Ce test valide le fonctionnement du calcul de la valeur moyenne d'un champ de déformation sur une entité donnée par l'utilisateur. On estime ainsi le champ de déformation qu'aurait mesuré une jauge de déformation. On réalise ce calcul via la macro-commande `OBSERVATION`. Le cas traité est une poutre en traction simple modélisée par des éléments volumiques.

Ce cas test valide également l'observation de champs mixtes : un seul appel à la commande `OBSERVATION` pour le relevé de champs de différente nature (`DEPL`, `VITE`, ...).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés du matériau

Module de Young :  $E = 2.110^{11} \text{ N/m}^2$

Coefficient de Poisson :  $\nu = 0.3$

Densité :  $\rho = 7800. \text{ kg/m}^3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

On impose un déplacement horizontal  $u_x = 0.0$  sur la face *surf1*.

On impose un déplacement  $u_y = 0.0$  sur les noeuds qui se trouvent sur la ligne centrale de la face supérieure et sur la ligne centrale de la face inférieure.

On impose un déplacement  $u_z = 0.0$  sur les noeuds qui se trouvent sur les lignes centrales des faces latérales.

On applique une force surfacique  $F_B$  sur la face *surf2* suivant la direction  $x$ ,

$$F_B = 1000. \text{ N/m}^2,$$

Ces conditions aux limites permettent d'obtenir un comportement de la poutre en traction simple.

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

La déformation est estimée à partir de l'allongement relatif de la poutre.

L'allongement d'une poutre de longueur  $L$  suite à une force longitudinale  $F$  s'écrit :

$$\Delta L = \frac{FL}{ES}$$

Dans notre cas, on applique une force par unité de surface  $F_B$  à l'extrémité libre de la poutre, ainsi l'allongement relatif de la poutre se met sous la forme suivante :

$$\frac{\Delta L}{L} = \epsilon_{xx} = \frac{F_B}{E}$$

Pour ce cas test, on calcul les résultats issus d'un calcul statique, d'un calcul harmonique, un calcul transitoire et d'un calcul modal.

Pour le cas statique, on obtient :

$$\epsilon_{xx} = \frac{F_B}{E} \quad \text{et} \quad \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = -\nu \epsilon_{xx}$$

Pour les cas dynamiques, le système est régi par l'équation suivante :

$$M \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + K u = F_{ext}$$

Pour une poutre en traction - compression, si on considère un modèle qui ne contient qu'un seul élément, les matrices de masse  $M$  et de rigidité  $K$  se mettent sous la forme suivante :

$$M = \frac{\rho SL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad K = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec : } u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$u_1$  et  $u_2$  sont les déplacements des noeuds de l'élément.

En réponse harmonique de pulsation  $\omega$ , les déplacements des noeuds de l'élément sont régis par la relation suivante :

$$\frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \frac{\rho SL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

En exploitant la deuxième ligne de cette relation, et en appliquant les conditions aux limites ( $u_1=0$  et  $F_2=F=F_B S$ ), on obtient :

$$u_2 = \frac{F_B}{\frac{E}{L} - \omega^2 \frac{\rho L}{3}} = \Delta L$$

La déformation à l'extrémité libre de la poutre s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{F_B}{E - \omega^2 \frac{\rho L^2}{3}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu \varepsilon_{xx}$$

La solution de référence pour la solution transitoire peut être obtenue de la même manière. Si on applique une force longitudinale  $F(t) = F_B \sin(\omega_0 t)$  avec une condition initiale de poutre en équilibre (déplacement initial nul et vitesse initiale nulle), on obtient :

$$u_2(t) = \frac{3 F_B}{\rho L \omega_0^2} \left[ t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right] = \Delta L \quad \text{avec :} \quad \omega_0^2 = \frac{3 E}{\rho L^2}$$

Et la déformation à l'extrémité libre de la poutre s'écrit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{3 F_B}{\rho L^2 \omega_0^2} \left[ t - \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0} \right] \quad \text{et} \quad \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = -\nu \varepsilon_{xx}$$

Dans le cas du calcul modal, on effectue un test de non-régression sur les déformations calculées au point milieu de la poutre.

On simule également une rotation de 90 degrés afin de vérifier le changement de repère dans OBSERVATION.

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

On teste la valeur de la déformation moyenne sur les surfaces : *surf3* , *surf4* , *surf5* et *surf6* . Les résultats obtenus sont ensuite projetés sur le modèle « mesure » qui ne comprend que les noeuds *P3* , *P4* , *P5* et *P6* associés aux surfaces *surf3* , *surf4* , *surf5* et *surf6* .

Pour la validation de la solution statique, on a choisit :  $F_B = 1000. N/m^2$

Pour la validation de la solution harmonique, on a choisi :  $F_B = 1000.(1 + 2j) N/m^2$  et :  
 $\omega = 2\pi 200 \text{ rad } s^{-1}$

Pour la validation de la solution transitoire, on a choisi :  $F_B = 1000.t N/m^2$  et la solution est testée à l'instant  $t = 1 \text{ s}$

On teste également les valeurs des champs obtenus par observation mixte.

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique pour le cas statique, le cas harmonique et le cas transitoire.  
On propose une solution de non-régression pour le cas de la déformation modale.

## 2.4 Référence bibliographique

[R3.08.01] Éléments « exacts » de poutres (droites et courbes).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul de réponse statique avec MECA\_STATIQUE.

On fait également appel à l'opérateur OBSERVATION pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029  
Mailles : 720 HEXA8

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent au milieu de la poutre.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\varepsilon_{xx}$ en P3	4.7619047619 048D-09	4.7619047619 047D-09	0.1 %
$\varepsilon_{zz}$ en P3	- 1.4285714285 714D-09	- 1.4285714285 714D-09	0.1 %
$\varepsilon_{yy}$ en P4 (après rotation de 90°)	4.7619047619 048D-09	4.7619047619 047D-09	0.1 %
$\varepsilon_{xx}$ en P4 (après rotation de 90°)	- 1.4285714285 714D-09	- 1.4285714285 714D-09	0.1 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\varepsilon_{xx}$ en P3	4.7619047619 048D-09	4.7619047619 047D-09	0.1 %
$DX$ en P5 (m)	4.7619047619 048D-09	4.5238095238 095D-09	6.0 %

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul harmonique.  
On choisit une fréquence d'excitation égale à  $200\text{ Hz}$ .

On fait également appel à l'opérateur **OBSERVATION** pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029  
Mailles : 720 HEXA8

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent à l'extrémité libre de la poutre.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\varepsilon_{xx}$ en P5	4.8568623280	4.7813760355	2.0 %
	004D-09 +	714D-09 +	
	i9.713724656	i9.562752071	
	0009D-09	1429D-09	
$\varepsilon_{zz}$ en P5	-	-	2.0 %
	1.4570586984	1.4339303380	
	001D-09 -	850D-09 -	
	i2.914117396	i2.867860676	
$\varepsilon_{yy}$ en P6 (après rotation de $90^\circ$ )	4.8568623280	4.7792223250	2.0 %
	004D-09 +	189D-09 +	
	i9.713724656	i9.558444650	
	0009D-09	0377D-09	
$\varepsilon_{xx}$ en P6 (après rotation de $90^\circ$ )	-	-	2.0 %
	1.4570586984	1.4339110329	
	001D-09 -	539D-09 -	
	i2.914117396	i2.867822065	
	8003D-09	9079D-09	

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\varepsilon_{xx}$ en P5	4.8568623280	4.7792696544	2.0 %
	004E-09 +	452E-09 +	
	i9.713724656	i9.558539308	
	0009E-09	8903E-09	

---

Déplacement <i>DX</i> en <i>P5</i> (m)	4.8568623280	4.6188418141	5.0 %
	004E-09 +	639E-09 +	
	i9.713724656	i9.237683628	
	0009E-09	3278E-09	
Vitesse <i>DX</i> en <i>P5</i> (m/s)	-	-	5.0 %
	1.2206626407	1.1608415609	
	315E-05 +	177E-05 +	
	i6.103313203	i5.804207804	
	6573E-06	5883E-06	

---

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul transitoire sur base physique. Pour la résolution du système, on choisit une discrétisation temporelle égale à  $0.1 s$ .

On fait également appel à l'opérateur **OBSERVATION** pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029  
Mailles : 720 HEXA8

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation aux noeuds qui se trouvent à l'extrémité libre de la poutre à l'instant  $t = 1 s$ .

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\varepsilon_{xx}$ en <i>P5</i>	4.7614812131 879D-09	4.7619095908 375D-09	2.0 %
$\varepsilon_{zz}$ en <i>P5</i>	- 1.4284443639 564D-09	- 1.4285727587 481D-09	2.0 %
$\varepsilon_{yy}$ en <i>P6</i> (après rotation de $90^\circ$ )	4.7614812131 879D-09	4.7619090586 422D-09	2.0 %
$\varepsilon_{xx}$ en <i>P6</i> (après rotation de $90^\circ$ )	- 1.4284443639 564D-09	- 1.4285727564 358D-09	2.0 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\varepsilon_{xx}$ en <i>P5</i>	4.7614812131 879E-09	4.7619090690 47E-09	2.0 %
Déplacement <i>DX</i> en <i>P5</i> (m)	4.7614812131 879E-09	4.5238330203 209E-09	6.0 %



## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

On calcule la déformation moyenne issue d'un calcul modal avec `CALC_MODES`.

On fait également appel à l'opérateur `OBSERVATION` pour les relevés de champs de déplacement et de déformation.

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nœuds : 1029  
Mailles : 720 `HEXA8`

### 6.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur moyenne de la déformation du premier mode longitudinal de la poutre aux noeuds qui se trouvent au milieu et à l'extrémité libre. Les valeurs de référence sont celles obtenues avec la version 10.1 (test de non-régression). Elles sont données avec quatre chiffres significatifs.

Identification	Référence	Aster	Tolérance
$\epsilon_{xx}$ en <i>P3</i>	1.012	1.0120571181 683D+00	0.1 %
$\epsilon_{zz}$ en <i>P3</i>	-3.063D-1	- 3.0631275158 658D-01	0.1 %
$\epsilon_{xx}$ en <i>P5</i>	1.762D-1	1.7617357057 031D-01	0.1 %
$\epsilon_{zz}$ en <i>P5</i>	-4.646D-2	- 4.6458825653 459D-02	0.1 %
$\epsilon_{yy}$ en <i>P4</i> (après rotation de 90°)	1.017	1.0168194189 613D+00	0.1 %
$\epsilon_{xx}$ en <i>P4</i> (après rotation de 90°)	-3.118D-1	- 3.1181161388 859D-01	0.1 %
$\epsilon_{yy}$ en <i>P6</i> (après rotation de 90°)	1.533D-1	1.5327248667 577D-01	0.1 %
$\epsilon_{xx}$ en <i>P6</i> (après rotation de 90°)	-4.178D-2	- 4.1782881091 537D-02	0.1 %

Tests pour l'observation mixte :

Identification	Référence	Aster	% différence
$\varepsilon_{xx}$ en <i>P3</i>	1,01	1.0144135640 865	0.1 %
Déplacement <i>DX</i> en <i>P3</i> (m)	0.7570	0.7570567975 9059	0.1 %

## 7 Synthèse des résultats

---

Ces tests ont pour but de vérifier le bon déroulement de calcul de la valeur moyenne du champ de déformation à l'aide de la macro-commande `OBSERVATION`. La solution de référence est analytique pour la réponse statique, la réponse harmonique et la réponse transitoire.

Ce cas test valide également l'observation de champ mixte (`DEPL`, `VITE`, ...) avec un seul appel à l'opérateur `OBSERVATION`.

Les écarts entre les solutions obtenues avec Aster et les solutions analytiques sont très faibles. Pour les résultats issus d'un calcul modal, un test de non-régression est proposé.