

## SSLL103 - Flambement élastique d'une cornière

---

### Résumé :

Une poutre droite (cornière à ailes égales) biarticulée est soumise à un effort normal (excentré ou non) ou à un moment fléchissant.

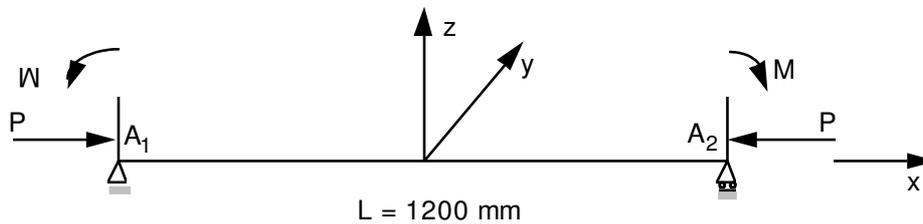
On cherche les charges critiques de flambement élastique.

- mécanique élastique linéaire,
- flambement d'une poutre,
- excentrement du centre de torsion,
- intérêt du test : calcul de la matrice de rigidité géométrique des éléments `POU_D_TG` et `POU_D_T`,
- 2 modélisations.

Une incertitude persiste sur le nombre de modes de flambement de la solution de référence [5].

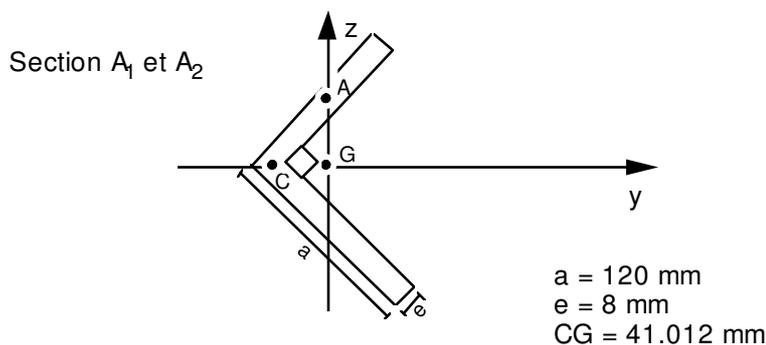
## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



#### Caractéristiques de la section

$A = 1856 \text{ mm}^2$   
 $I_y = 4167339 \text{ mm}^4$   
 $I_z = 1045547 \text{ mm}^4$   
 $J = 39595 \text{ mm}^4$   
 $I_\omega = 44398819 \text{ mm}^4$   
 $I_{yr2} = 84948392 \text{ mm}^4$   
 $y_c = -41.012 \text{ mm}$   
 $z_c = 0$



### 1.2 Propriétés de matériaux

Module d'Young:  $E = 2.10E - 5 \text{ MPa}$   
 Coefficient de Poisson:  $\nu = 0.3$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

$A1 : DX = DY = DZ = DRX = 0$   
 $A2 : DY = DZ = DRX = 0$

Chargement

- cas 1 : effort axial  $P$  en  $G$
- cas 2 : effort axial  $P$  en  $C$
- cas 3 : effort axial  $P$  en  $A$
- cas 4 : moment fléchissant  $M$

### 1.4 Remarques

Pour les cas 2 et 3, on applique en  $A2$  un effort en  $G$ , puis on superpose en  $A1$  et  $A2$  un moment de flexion (suivant  $oz$  pour cas 2, suivant  $oy$  pour cas 3) pour excentrer l'effort en  $C$  (ou en  $A$ ).

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Avec prise en compte du gauchissement, les calculs faits par V. De Ville De Goyet [bib1] donnent : soit :

$$I_y = \int_A z^2 dA \quad I_z = \int_A y^2 dA \quad I_{yz} = \int_A yz dA \quad I_{y^2+z^2} = \int_A (y^2 + z^2) dA$$

$$P_{cry} = \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \quad P_{crz} = \frac{\pi^2 E I_y}{L^2} \quad P_{crx} = \left( \frac{GJ + \pi^2 E I_\omega}{L^2} \right) A r_a$$

$$A r_c = \frac{(I_y + I_z)}{A} + y_c^2 + z_c^2 + y_c \left( \frac{I_{yz}}{I_z} - 2 y_c \right) + z_c \left( \frac{I_{yz}}{I_y} - 2 z_c \right)$$

$$A r_a = \frac{(I_y + I_z)}{A} + y_a^2 + z_a^2 + y_a \left( \frac{I_{yz}}{I_z} - 2 y_c \right) + z_a \left( \frac{I_{yz}}{I_y} - 2 z_c \right)$$

avec :

$(y_a, z_a)$  : coordonnées du point d'application de l'effort  
 $(y_c, z_c)$  : coordonnées du centre de torsion

Cas 1, 2, 3 :

On obtient 3 charges critiques en résolvant l'équation du 3° degré en  $P$  :

$$A r_a (P_{cry} - P)(P_{crz} - P)(P_{crx} - P) - P^2 (P_{crz} - P)(z_c - z_a)^2 - P^2 (P_{cry} - P)(y_c - y_a)^2 = 0$$

Cas 4 :

Le moment critique  $M_{cr}$  (autour de l'axe  $y$ ) vaut :

$$M_{cr} = \pm \left( \left( GJ + \frac{\pi^2 E I_\omega}{L^2} \right) P_{cry} \right)^{1/2}$$

En négligeant le gauchissement : la solution analytique de référence est donnée dans [bib2] [bib3].

### 2.2 Résultats de référence

Valeurs des charges critiques correspondant aux premiers modes de flambage pour les différents cas de charge.

### 2.3 Incertitude sur la solution

Solution analytique. Les valeurs de référence sont obtenues à l'aide de *NAG* (routine *COSAGF*,  $EPS = 10^{-8}$ ).

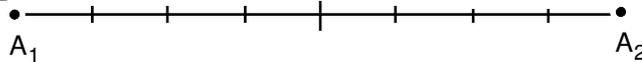
### 2.4 Références bibliographiques

1. V. DE VILLE DE GOYET "Analyse statique non linéaire par la méthode des éléments finis des structures spatiales formées de poutres à section non symétrique" - Thèse de doctorat Université de Liège, MSM, année académique (1988-1989).
2. P. PENSERINI "Instabilité élastique des poutres à profil mince ouvert : aspects théoriques et numériques" Note EDF/DER/HM77/112.
3. J. CERISIER "Propagation de deux cas tests de modélisation du calcul des poutres en flambement élastique dans le Code\_Aster" HM77/184

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU\_D\_TG



### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Cas 1	
mode 1	-6.92531E+05
mode 2	-1.50487E+06
mode 3	-1.00589E+07
Cas 2	
mode 1	-1.50487E+06
mode 2	-5.99812E+06
mode 3	1.47904E+06
Cas 3	
mode 1	-5.72260E+05
mode 2	-2.45950E+06
mode 3	-1.85673E+07
Cas 4	
mode 1	7.00631E+07

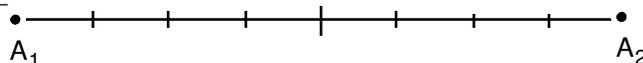
### 3.4 Remarques

La précision est excellente avec 8 éléments dans la longueur.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

8 éléments POU\_D\_T



### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9

Nombre de mailles et types : 8 SEG2

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Cas 1	
mode 1	-6.796E+05
mode 2	-1.505E+06
mode 3	-1.0055E+07
Cas 2	
mode 1	-1.505E+06
mode 2	-5.998E+06
Cas 3	
mode 1	-5.638E+05
mode 2	-2.453E+06
mode 3	-1.8525E+07
Cas 4	
mode 1	6.9376E+07

### 4.4 Remarques

La précision est assez bonne avec 8 éléments dans la longueur. La solution diffère un peu de celle obtenue avec gauchissement (modélisation A).

## 5 Synthèse des résultats

---

La solution analytique nous donne 3 modes de flambement dont les charges critiques sont racines d'une équation du 3<sup>e</sup> degré.

Y-a-t-il d'autres charges critiques intercalées entre les 3 valeurs trouvées ?

Aster retrouve les bonnes charges critiques, mais au milieu de beaucoup d'autres ... par exemple pour le cas 3, les 3 charges critiques cherchées correspondent aux NUME\_MODE : 1, 10 et 19.

Ceci est vrai pour les deux modélisations.