SSLV113 - Estimateur d'erreur sur un cylindre creux bi-matériaux

Résumé :

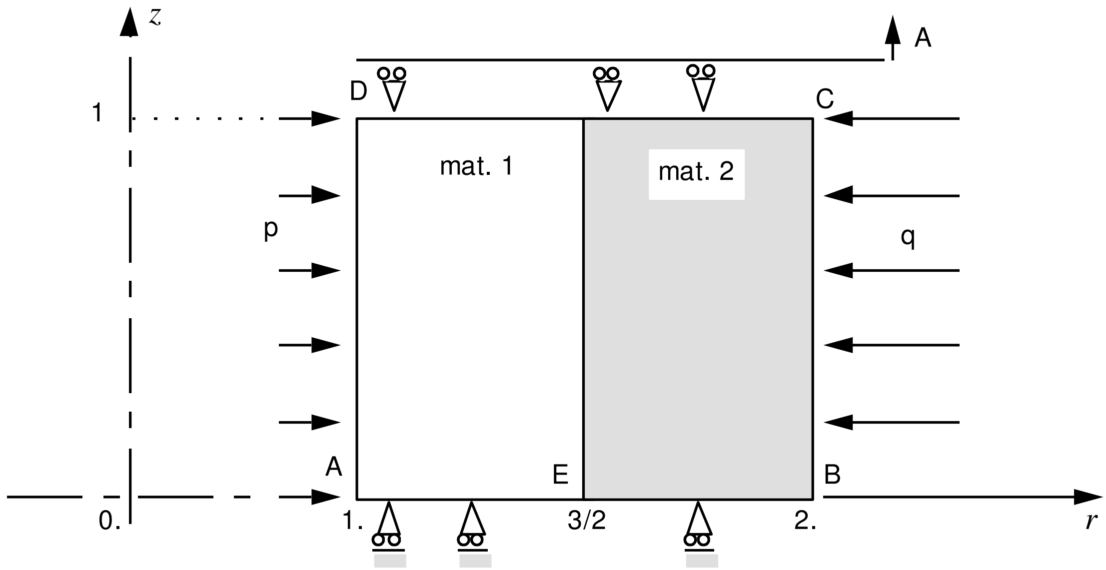
Ce test valide l'estimateur d'erreur en résidu pur, appliqué à l'élasticité linéaire 2D, en statique. On considère un cylindre creux constitué de deux matériaux et soumis à des pressions internes et externes.

Les 2 modélisations sont axisymétriques, sur des quadrangles à 8 nœuds.

L'intérêt du test réside dans la comparaison entre les contraintes exactes et calculées, d'une part, l'erreur estimée et l'erreur exacte, d'autre part. Ce test permet également de montrer la validité de l'estimateur en résidu sur une structure bimatériau, contrairement à l'estimateur de Zhu-Zienkiewicz qui n'est pas appliquable sur des structures présentant des discontinuités dans le champ de contraintes (ici à l'interface matériau).

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



1.2 Propriétés de matériaux

matériau 1 :	$E=2.$	$\nu=0.3$
matériau 2 :	$E=1.$	$\nu=0.3$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Sur AB , $U_Z=0.$

sur DC , $U_Z=0.91333=A$.

Pression interne sur AD , $p=1$.

Pression externe sur BC , $q=2$.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

$$\mu_i = \frac{E_i}{2(1+\nu)}$$

$$\lambda_i = \frac{\nu E_i}{(1-2\nu)(1+\nu)}$$

$$\left.\begin{array}{llll} a_1 = & -0.98097 & b_1 & -1.11741 \\ a_2 = & -1.34405 & b_2 & -0.30048 \end{array}\right\}$$ Données numériques calculées à partir des équations de Navier

Pour le matériau i , on a :

$$u_r = a_i r + \frac{b_i}{r}$$

$$u_z = A$$

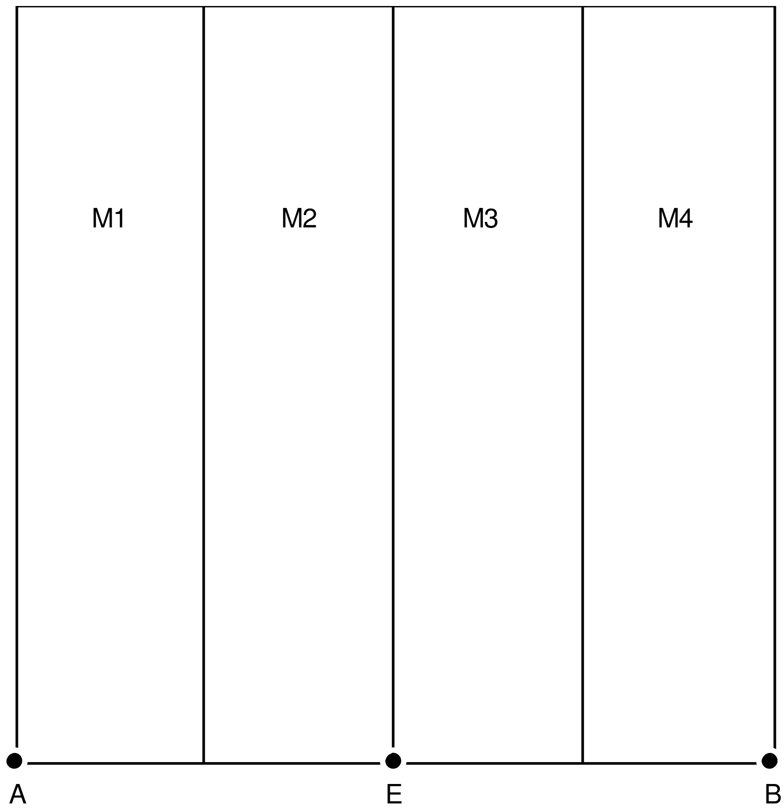
$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \lambda_i(2a_i + A) + 2\mu_i\left(a_i - \dfrac{b_i}{r^2}\right) \\ \sigma_{rr} = \lambda_i(2a_i + A) + 2\mu_i\left(a_i + \dfrac{b_i}{r^2}\right) \\ \sigma_{rr} = 2\lambda_i a_i + (\lambda_i + 2\mu_i)A \end{cases}$$

2.2 Incertitude sur la solution

Solution analytique.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation



3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 23.

Nombre de mailles et types : 4 `QUAD8`.

3.3 Résultats et grandeurs testées

Identification			Référence	*Aster*	% différence	tolérance
A	σ_{rr}		–1.00003	–1.06833	6.83	7.0
	$\sigma_{\theta\theta}$		–4.43821	–4.46731	0.66	2.0
	σ_{zz}		0.19518	0.16596	14.9	15.0
	e_{rel}			2.37%		5.0
E	mat. 1	σ_{rr}	–1.95508	–1.97893	1.22	2.0
		$\sigma_{\theta\theta}$	–3.48316	–3.49330	0.29	2.0
		σ_{zz}	0.19518	0.18498	5.22	6.0
		e_{rel}		1.05%		5.0
E	mat. 2	σ_{rr}	–1.95508	–1.98398	1.48	2.0
		$\sigma_{\theta\theta}$	–2.16049	–2.13394	1.23	2.0

	σ_{zz}	–0.32135	–0.32204	0.22	2.0
	e_{rel}		0.152%		5.0
B	σ_{rr}	–1.99999	–2.00095	0.048	2.0
	$\sigma_{\theta\theta}$	–2.11555	–2.11595	0.012	2.0
	σ_{zz}	–0.32135	–0.32174	0.12	2.0
	e_{rel}		0.057%		5.0

3.4 Remarques

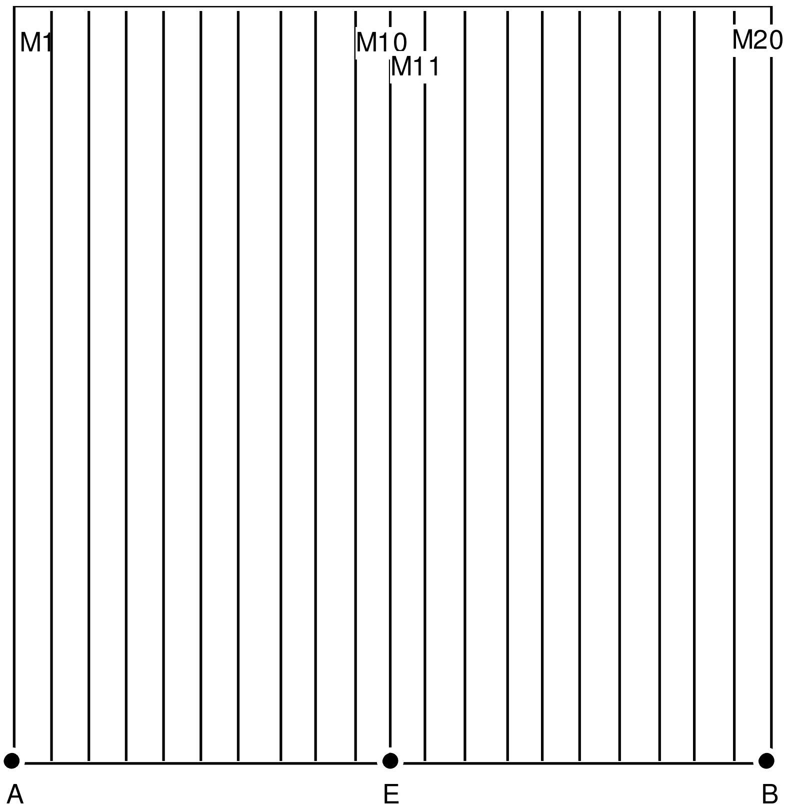
Le maillage étant grossier (4 éléments suivant Or), certaines contraintes près de l'axe d'axisymétrie sont mal approximées. Le saut de $\sigma_{\theta\theta}$ et σ_{zz} à l'interface des 2 matériaux est par contre bien décelé.

3.5 Remarques

Erreur relative estimée globale = 1.40%.

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation



4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds :

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`.

4.3 Résultats et grandeurs testées

Identification			Référence	Aster	% différence	tolérance
A	σ_{rr}		–1.00003	–1.00351	0.35	0.5
	$\sigma_{\theta\theta}$		–4.43821	–4.43970	0.034	0.05
	σ_{zz}		0.19518	0.19369	0.76	0.8
	e_{rel}			0.57%		0.6
E	mat. 1	σ_{rr}	–1.95508	–1.95583	0.039	0.05
		$\sigma_{\theta\theta}$	–3.48316	–3.48347	0.009	0.01
		σ_{zz}	0.19518	0.19486	0.16	0.2
		e_{rel}		0.14%		0.2
E	mat. 2	σ_{rr}	–1.95508	–1.96166	0.34	0.5
		$\sigma_{\theta\theta}$	–2.16049	–2.15403	0.299	0.5

	σ_{zz}	–0.32135	–0.32138	0.009	0.01
	e_{rel}		0.027%		0.03
B	σ_{rr}	–1.99999	–2.00003	0.002	0.01
	$\sigma_{\theta\theta}$	–2.11555	–2.11558	0.001	0.01
	σ_{zz}	–0.32135	–0.32135	0.002	0.01
	e_{rel}		0.0084%		0.01

4.4 Remarque

Erreur relative estimée globale = 0.24%.

5 Synthèse des résultats

L'estimateur d'erreur en résidu `ERRE_ELEM_SIGM` donne de bons résultats sur les problèmes en bi-matériaux.

Remarque :

> *L'estimateur d'erreur de Zhu-Zienkiewicz ne donne pas des résultats corrects. En effet, à l'interface il détecte une forte erreur car il effectue un lissage continu des contraintes alors qu'il existe un saut pour* σ_{zz} *et* $\sigma_{\theta\theta}$ *.*