

SSLV139 - Flambement d'une plaque circulaire soumise à une force de compression uniformément répartie sur son contour

Résumé :

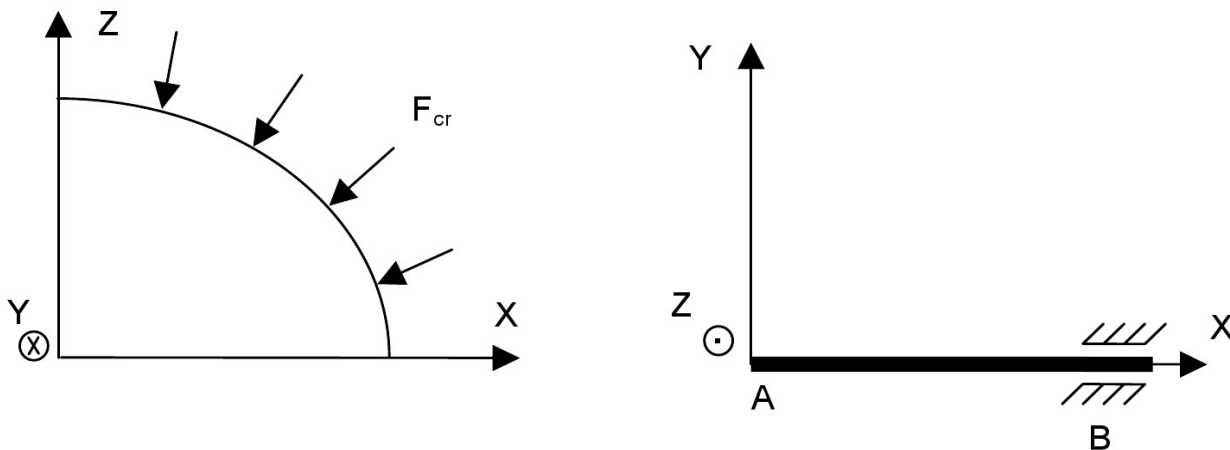
Ce test représente un calcul de stabilité d'une plaque circulaire soumise à une force de compression uniformément répartie sur son contour. Nous déterminons la charge critique conduisant au flambement élastique d'Euler ainsi que la déformée modale associée.

Ce test valide la modélisation `AXIS_FOURIER` pour le flambement linéaire avec des mailles `QUAD8` et `TRIA6` (mode circonférentiel égal à zéro), et la modélisation `AXIS` avec des mailles `QUAD8`.

La charge critique obtenue est comparée à une solution de référence analytique.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie



- Epaisseur de la plaque : $h=0.0005\text{ m}$
- Rayon de la plaque : $R=0.115\text{ m}$

1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$$E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Pa} \quad \text{Module de Young}$$

$$\nu = 0.3 \quad \text{Coefficient de Poisson}$$

1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

- sur le contour de la plaque (point B) : déplacement suivant $Y=0$ et rotation autour de $Z=0$

Chargement : on applique une force de compression uniformément répartie F sur le contour externe de la plaque.

1.4 Conditions initiales

Sans objet.

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul

La valeur de la charge critique est donnée en [bib1] par l'expression suivante :

$$F_{cr} = \frac{14.68 D}{R^2}$$

avec : D la rigidité à la flexion de la plaque (en $N.m$) définie par l'expression suivante :

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

Cette charge critique est associée à un mode circonférentiel égal à 0.

2.2 Grandeurs et résultats de référence

Pour les caractéristiques données, la charge critique vaut :

$$F_{cr} = 2668.315 N/m$$

2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

2.4 Références bibliographiques

- 1) S.P. TIMOSHENKO, J.M. GERE : Théorie de la stabilité élastique, deuxième édition, DUNOD (1966)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `AXIS_FOURIER (QUAD8)` : 3 degrés de liberté par nœud (DX, DY, DZ)

Conditions limites :

- groupe de mailles AD : $DX=0, DZ=0$
- groupe de mailles BC : $DY=0, DZ=0$

Caractéristiques de la discrétisation

- Côtés AB et CD : 460 éléments
- Côtés AD et BC : 4 éléments

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6449
Nombre de mailles : 1840 (QUAD8)

3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Pression critique ($n=0$)	$8.4935 \cdot 10^5 Pa$
Déplacement DY au nœud D	1

3.4 Remarques

- La pression critique P_{cr} de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2 \pi h} = 849350.94 N/m^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement DY au nœud D .

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS (QUAD8) : 2 degrés de liberté par nœud (DX , DY)

Conditions limites :

- groupe de mailles AD : $DX=0$
- groupe de mailles BC : $DY=0$

Caractéristiques de la discrétisation

- Côtés AB et CD : 460 éléments
- Côtés AD et BC : 4 éléments

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6449
Nombre de mailles : 1840 (QUAD8)

4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Pression critique ($n=0$)	$8.4935 \cdot 10^5 Pa$
Déplacement DY au nœud D	1

4.4 Remarques

- La pression critique P_{cr} de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 N/m^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement DY au nœud D .

5 Modélisation C

5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `AXIS_FOURIER` (TRIA6) : 3 degrés de liberté par nœud (DX, DY, DZ)

Conditions limites :

- groupe de mailles AD : $DX=0, DZ=0$.
- groupe de mailles BC : $DY=0, DZ=0$.

Caractéristique de la discrétisation

- Côtés AB et CD : 690 éléments
- Côtés AD et BC : 6 éléments

5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 17 964
Nombre de mailles : 8 280 (TRIA6)

5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Pression critique ($n=0$)	$8.4935 \cdot 10^5 Pa$
Déplacement DY au nœud D	1

5.4 Remarques

- La pression critique P_{cr} de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 N/m^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement DY au nœud D .

6 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont très satisfaisants pour les mailles QUAD8 indépendamment de la modélisation utilisée (AXIS ou AXIS_FOURIER) : les incertitudes sur la pression critique ne dépassent pas 0.104 %.

Toutefois, on notera que la modélisation AXIS_FOURIER est nettement moins précise avec des mailles TRIA6 qu'avec des mailles QUAD8.

Ce test a permis de tester et comparer les modélisations AXIS et AXIS_FOURIER en flambement linéaire d'Euler d'une structure mince circulaire soumise à une force externe de compression uniformément répartie sur son contour.