

## SSLV139 - Flambement d'une plaque circulaire soumise à une force de compression uniformément répartie sur son contour

---

### Résumé :

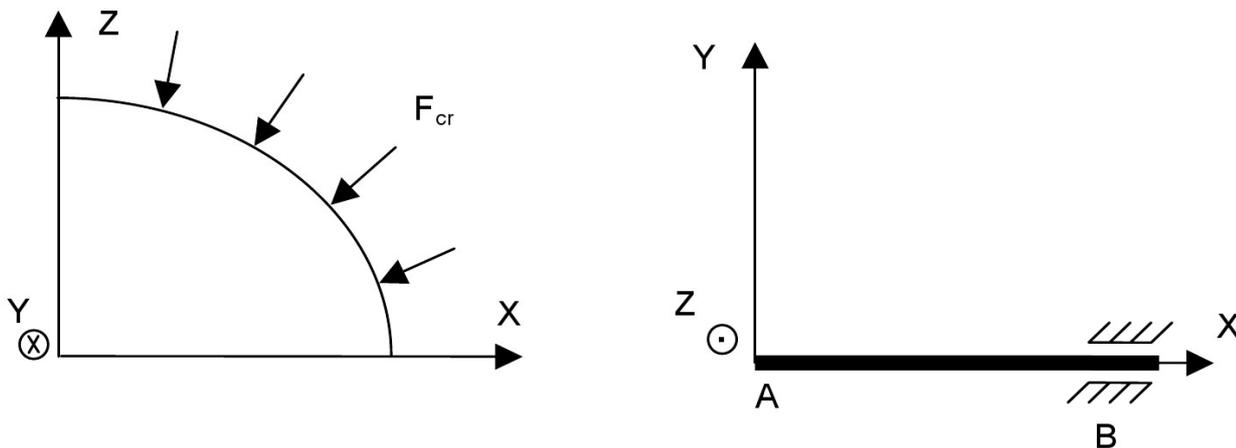
Ce test représente un calcul de stabilité d'une plaque circulaire soumise à une force de compression uniformément répartie sur son contour. Nous déterminons la charge critique conduisant au flambement élastique d'Euler ainsi que la déformée modale associée.

Ce test valide la modélisation `AXIS_FOURIER` pour le flambement linéaire avec des mailles `QUAD8` et `TRIA6` (mode circonférentiel égal à zéro), et la modélisation `AXIS` avec des mailles `QUAD8`.

La charge critique obtenue est comparée à une solution de référence analytique.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



- Epaisseur de la plaque :  $h=0.0005\text{ m}$
- Rayon de la plaque :  $R=0.115\text{ m}$

### 1.2 Propriétés du matériau

Les propriétés du matériau constituant la plaque sont :

$E=2.1\ 10^{11}\text{ Pa}$	Module de Young
$\nu=0.3$	Coefficient de Poisson

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Conditions aux limites :

- sur le contour de la plaque (point  $B$ ) : déplacement suivant  $Y=0$  et rotation autour de  $Z=0$

Chargement : on applique une force de compression uniformément répartie  $F$  sur le contour externe de la plaque.

### 1.4 Conditions initiales

Sans objet.

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul

La valeur de la charge critique est donnée en [bib1] par l'expression suivante :

$$F_{cr} = \frac{14.68 D}{R^2}$$

avec :  $D$  la rigidité à la flexion de la plaque (en  $N.m$ ) définie par l'expression suivante :

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

Cette charge critique est associée à un mode circonférentiel égal à 0.

### 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Pour les caractéristiques données, la charge critique vaut :

$$F_{cr} = 2668.315 N/m$$

### 2.3 Incertitudes sur la solution

Solution analytique

### 2.4 Références bibliographiques

- 1) S.P. TIMOSHENKO, J.M. GERE : Théorie de la stabilité élastique, deuxième édition, DUNOD (1966)

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `AXIS_FOURIER (QUAD8)` : 3 degrés de liberté par nœud ( $DX, DY, DZ$ )

Conditions limites :

- groupe de mailles  $AD$  :  $DX=0, DZ=0$
- groupe de mailles  $BC$  :  $DY=0, DZ=0$

Caractéristiques de la discrétisation

- Côtés  $AB$  et  $CD$  : 460 éléments
- Côtés  $AD$  et  $BC$  : 4 éléments

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6449  
Nombre de mailles : 1840 (QUAD8)

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Pression critique ( $n=0$ )	$8.4935 \cdot 10^5 Pa$
Déplacement $DY$ au nœud $D$	1

### 3.4 Remarques

- La pression critique  $P_{cr}$  de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2 \pi h} = 849350.94 N/m^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement  $DY$  au nœud  $D$ .

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation AXIS (QUAD8) : 2 degrés de liberté par nœud ( $DX$ ,  $DY$ )

Conditions limites :

- groupe de mailles  $AD$  :  $DX=0$
- groupe de mailles  $BC$  :  $DY=0$

Caractéristiques de la discrétisation

- Côtés  $AB$  et  $CD$  : 460 éléments
- Côtés  $AD$  et  $BC$  : 4 éléments

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 6449  
Nombre de mailles : 1840 (QUAD8)

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Pression critique ( $n=0$ )	$8.4935 \cdot 10^5 Pa$
Déplacement $DY$ au nœud $D$	1

### 4.4 Remarques

- La pression critique  $P_{cr}$  de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 N/m^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement  $DY$  au nœud  $D$ .

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation `AXIS_FOURIER` (TRIA6) : 3 degrés de liberté par nœud ( $DX$ ,  $DY$ ,  $DZ$ )

Conditions limites :

- groupe de mailles  $AD$  :  $DX=0$ ,  $DZ=0$ .
- groupe de mailles  $BC$  :  $DY=0$ ,  $DZ=0$ .

Caractéristique de la discrétisation

- Côtés  $AB$  et  $CD$  : 690 éléments
- Côtés  $AD$  et  $BC$  : 6 éléments

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 17 964  
Nombre de mailles : 8 280 (TRIA6)

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Identification	Référence
Pression critique ( $n=0$ )	$8.4935 \cdot 10^5 Pa$
Déplacement $DY$ au nœud $D$	1

### 5.4 Remarques

- La pression critique  $P_{cr}$  de référence, utilisée dans le fichier de commande, a été obtenue à partir de la charge critique référencée au paragraphe [§2.2] :

$$P_{cr} = \frac{F_{cr}}{2\pi h} = 849350.94 N/m^2$$

- La normalisation du mode propre pour la plus grande des composantes de translation implique une valeur de référence égale à 1 pour le déplacement  $DY$  au nœud  $D$ .

## 6 Synthèse des résultats

---

Les résultats obtenus sont très satisfaisants pour les mailles QUAD8 indépendamment de la modélisation utilisée (AXIS ou AXIS\_FOURIER) : les incertitudes sur la pression critique ne dépassent pas 0.104 %.

Toutefois, on notera que la modélisation AXIS\_FOURIER est nettement moins précise avec des mailles TRIA6 qu'avec des mailles QUAD8.

Ce test a permis de tester et comparer les modélisations AXIS et AXIS\_FOURIER en flambement linéaire d'Euler d'une structure mince circulaire soumise à une force externe de compression uniformément répartie sur son contour.