TPLV106 - Thermique non linéaire stationnaire en repère mobile

Résumé :

Ce test élémentaire permet de traiter un exemple tridimensionnel réductible à un problème à une variable d'espace en thermique non linéaire stationnaire en repère mobile (problème de convection-diffusion).

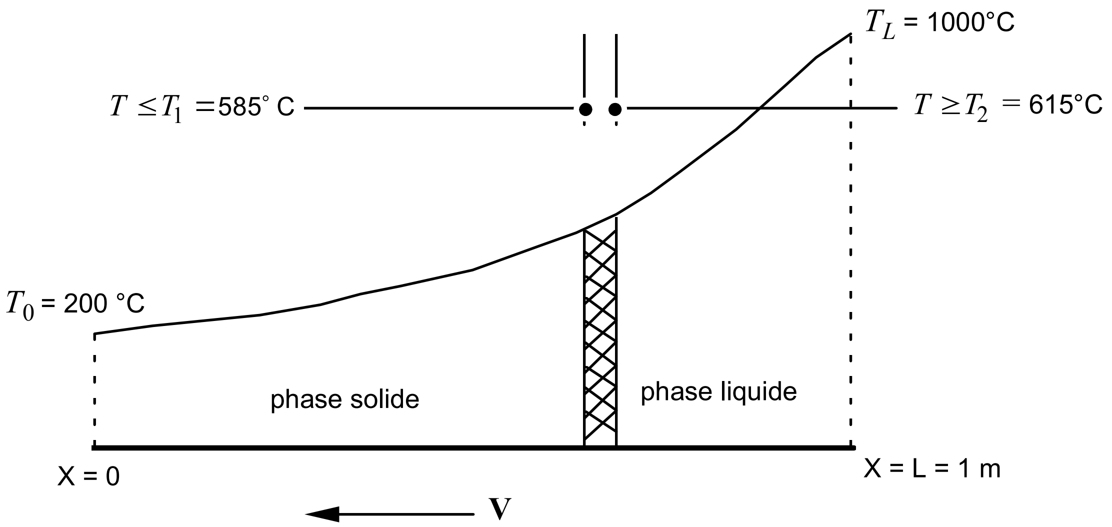
Il permet également de vérifier la prise en compte d'un changement de phase solide/liquide par *Code_Aster*.

La solution de référence est analytique et les écarts avec les résultats obtenus par *Code_Aster* sont inférieurs à 1%. Le problème est modélisé dans le cas plan.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Soit une barre se déplaçant, à la vitesse V, au droit de conditions de températures imposées en $X=0$ et $X=L$ exprimées dans un référentiel fixe (par rapport à la barre se déplaçant).



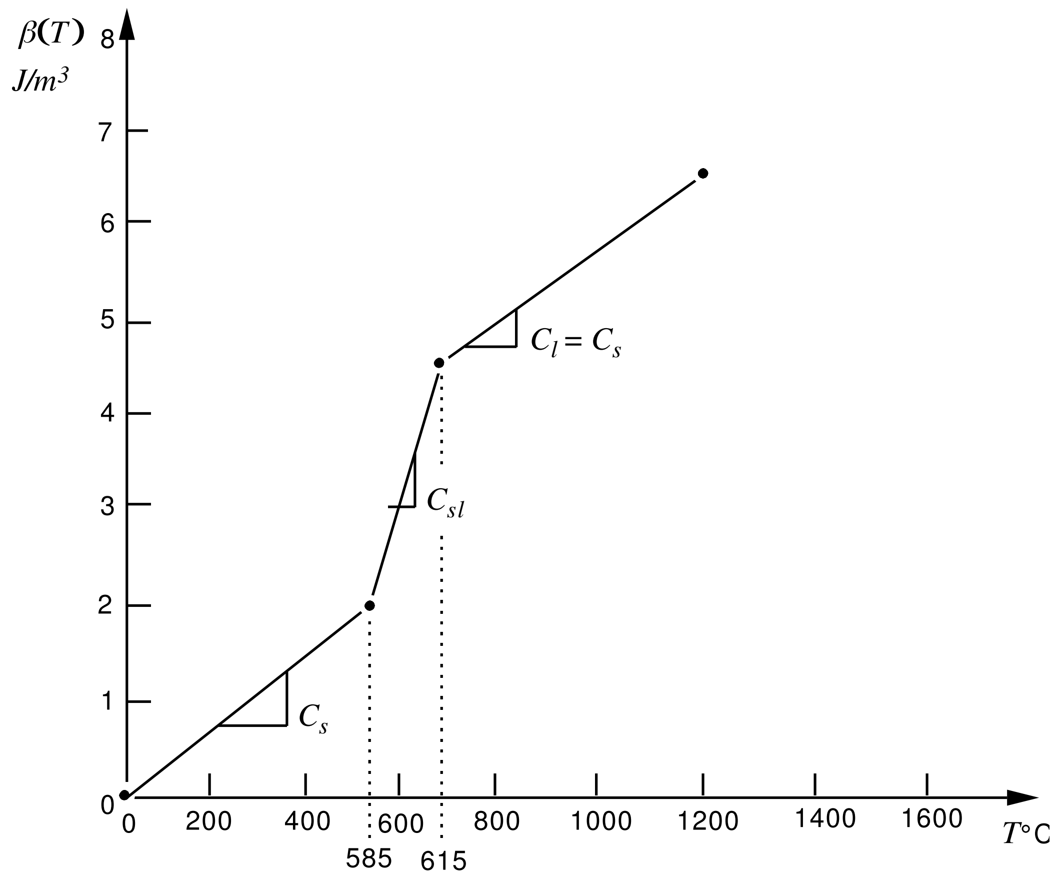
1.2 Propriétés des matériaux

- la conductivité thermique est constante : $K=150\ W/m\,°C$
- la fonction enthalpie est telle que :

$$\beta(T)=\begin{cases} C_S T & ;T\leq T_1 \\ C_S T+C_{Sl}(T-T_1) & ;T_1\leq T\leq T_2 \\ C_S T+C_{Sl}(T_2-T_1)+C_l(T-T_2) & ;T_1\leq T\leq T_2 \end{cases}$$

avec les valeurs suivantes :

$$C_S=C_l=1/3\,.10^7\ J/m^3\,°C$$
$$C_{Sl}=8.33310^7\ J/m^3\,°C$$
$$T_1=585.\,°C$$
$$T_2=615\,°C$$



1.3 Conditions aux limites et chargements

Températures imposées aux extrémités

$T_0 = 200\,°C$ pour $x = 0$

$T_L = 1000\,°C$ pour $x = L = 1\text{m}$

Vitesse de déplacement du solide : $V = 10^{-4}\, m/s$

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le résultat de référence est du type semi-analytique. L'équation 1D à résoudre est la suivante :

$$\begin{cases} V\beta(T)_{,x} - K\,T_{,xx} = 0 \\ \text{avec}\, T_{(x=0)} = T_0 \,\text{et}\, T_{(x=L)} = T_L \end{cases} \qquad \text{éq 2.1-1}$$

en intégrant l'équation [éq 2.1-1] on obtient :

$$\frac{V}{K}\beta(T) - \frac{dT}{dx} = A \qquad \text{éq 2.1-2}$$

où A est une constante dépendant des conditions aux limites, du rapport $\frac{V}{K}$ et de la fonction enthalpie $\beta(T)$.

Cette constante sera déterminée analytiquement.

L'équation [éq 2.1-2] conduit à :

$$x = \int_{T_0}^{T(x)} \frac{dT}{A + \frac{V}{K}\beta(T)} \qquad \text{éq 2.1-3}$$

qui doit vérifier :

$$L = \int_{T_0}^{T_L} \frac{dT}{A + \frac{V}{K}\beta(T)} \qquad \text{éq 2.1-4}$$

Connaissant $T_{0,} T_L, L, V, t$ et $\beta(T)$, l'équation [éq 2.1-4] doit donner la valeur de la constante d'intégration A .

Cependant, il est difficile (voire impossible) de déterminer analytiquement cette constante, d'où le recours à une résolution numérique de l'équation [éq 2.1-4] pour déterminer A .

Avec les données du problème $(T_{0,} T_L, T_{1,} T_{2,} C_S = C_l, C_{Sl} \ldots)$, nous avons obtenu la solution (physique) de A qui prend la valeur $A = -294.9117$.

A partir de cette constante, la solution analytique du problème [éq 2.1-1] est analytique.

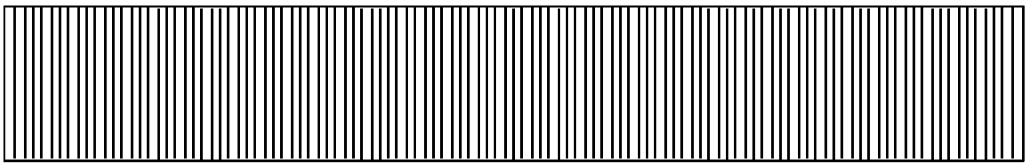
2.2 Résultats de référence

Abscisse	Température
0.6	387.98514
0.7	451.51001
0.725	469.72232
0.750	488.97505
0.775	509.32766
0.80	530.84296
0.825	553.58738
0.85	577.63114
0.9	683.71269
0.9125	719.51615
0.925	756.32221
0.9375	794.16795
0.95	833.07971
0.9625	873.08751
0.9750	914.22222
0.9875	956.51557

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 2D



3.2 Caractéristiques du maillage

80 QUAD8

3.3 Valeurs testées

Identification Température	Référence
$N80(X=0.9875)$	956.515
$N79(X=0.9750)$	914.222
$N78(X=0.9625)$	873.087
$N77(X=0.9500)$	833.079
$N76(X=0.9375)$	794.167
$N75(X=0.9250)$	756.322
$N74(X=0.9125)$	719.516
$N73(X=0.9000)$	683.712
$N69(X=0.8500)$	577.631

$N67(X=0.8250)$	553.587
$N65(X=0.8000)$	530.842
$N63(X=0.7750)$	509.327
$N61(X=0.7500)$	488.975
$N59(X=0.7250)$	469.722
$N57(X=0.7000)$	451.510
$N44(X=0.6000)$	387.985

4 Synthèse des résultats

Les résultats sont très satisfaisants avec des écarts à la solution de référence inférieurs à 1%.