

---

## SDNL100 - Pendule simple en grande oscillation

---

### Résumé :

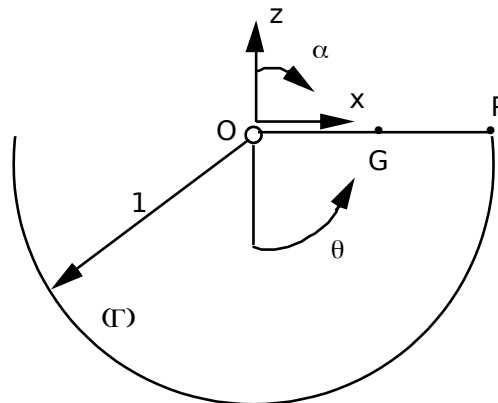
L'objet de ce test est de calculer le mouvement d'une barre pesante articulée à un point fixe par l'une de ses extrémités, libre ailleurs et oscillant avec grande amplitude dans un plan vertical.

Intérêt : tester l'élément de câble à deux nœuds - qui est en fait un élément de barre - en dynamique et son fonctionnement dans l'opérateur `DYNA_NON_LINE`.

## 1 Problème de référence

---

### 1.1 Géométrie



Un pendule  $OP$  rigide de longueur 1 et de centre de gravité  $G$  oscille autour du point  $O$ .

La position angulaire du pendule est repérée par :  $\alpha = \theta - \pi$

### 1.2 Propriétés de matériaux

Masse linéique du pendule :  $1 \text{ kg/m}$

Rigidité axiale (produit du module d'Young par l'aire de la section droite) :  $1.10^8 \text{ N}$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Le pendule est articulé au point fixe  $O$ . Sous l'action de la pesanteur, son extrémité  $P$  oscille sur le demi-cercle  $(\Gamma)$  de centre  $O$  et de rayon 1. Il n'y a pas de frottement.

### 1.4 Conditions initiales

Le pendule est lâché sans vitesse de la position horizontale  $OP$ .

$$\theta = +\frac{\pi}{2}, \dot{\theta} = 0$$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

La période  $T$  d'un pendule mobile sans frottement autour du point fixe  $O$ , dont la masse est concentrée au centre de gravité  $G$  ( $OG=l$ ) et dont l'amplitude angulaire maximale est  $\theta_0$  est donnée par la série [bib1] :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \left( \sin \frac{\theta_0}{2} \right)^{2n} \right]$$

avec

$$a_n = \frac{2n-1}{2n}$$

### 2.2 Résultats de référence

Pour  $l=0.5\text{ m}$ ,  $g=9.81\text{ m/s}^2$  et  $\theta_0=\pi/2$ , on trouve :  $T=1.6744\text{ s}$

### 2.3 Incertitude sur la solution

On a sommé les termes de la série jusqu'à  $n=12$  inclusivement, le dernier terme pris en compte étant inférieur à  $10^{-5}$  fois la somme calculée.

### 2.4 Références bibliographiques

- 1) J. HAAG, "Les mouvements vibratoires", P.U.F. (1952).

## 3 Modélisation A

---

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Le pendule est modélisé par un élément de câble à 2 noeuds, identique à un élément de barre de section constante.

Discrétisations :

- spatiale : un élément de câble MECABL2
- temporelle : analyse du mouvement sur une période complète  $T$  par pas de temps égaux à  $T/40$ .

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de noeuds : 2  
Nombre de mailles et types : 1 maille SEG2

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Tolérance
DX sur noeud <i>P</i> à $t=0,4186$	-1,000000	2,5 % (relatif)
DZ sur noeud <i>P</i> à $t=0,4186$	-1,000000	0,05 % (relatif)
DX sur noeud <i>P</i> à $t=0,8372$	-2,000000	0,01 % (relatif)
DZ sur noeud <i>P</i> à $t=0,8372$	0,000000	7,0E-4 % (absolu)
DX sur noeud <i>P</i> à $t=1,2558$	-1,000000	7,5 % (relatif)
DZ sur noeud <i>P</i> à $t=1,2558$	-1,000000	0,3 % (relatif)
DX sur noeud <i>P</i> à $t=1,6744$	0,000000	1,0E-6 % (absolu)
DZ sur noeud <i>P</i> à $t=1,6744$	0,000000	1,5E-3 % (absolu)

On teste également les paramètres de la structure de données résultats :

Identification	Référence	Tolérance
INST pour NUME_ORDRE= 10	0,418600	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE= 10	9,000000	0,00%
INST pour NUME_ORDRE= 15	0,837200	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE= 15	5,000000	0,00%
INST pour NUME_ORDRE= 19	1,674400	0,10 %
ITER_GLOB pour NUME_ORDRE= 19	6,000000	0,00%

### 4.2 Remarques

- L'intégration temporelle se fait par la méthode de NEWMARK (règle du trapèze),
- A chaque pas de temps, la convergence est atteinte en moins de 9 itérations.

## 5 Synthèse des résultats

---

On voit sur ce cas-test que l'intégration temporelle par la "règle du trapèze" de Newmark ne modifie que très légèrement la fréquence et n'apporte pas d'amortissement parasite, puisqu'au bout d'une période on revient à très peu près à la position initiale.