

## SDNL102 - Poutre soumise à un champ de vitesse de vent

---

### Résumé :

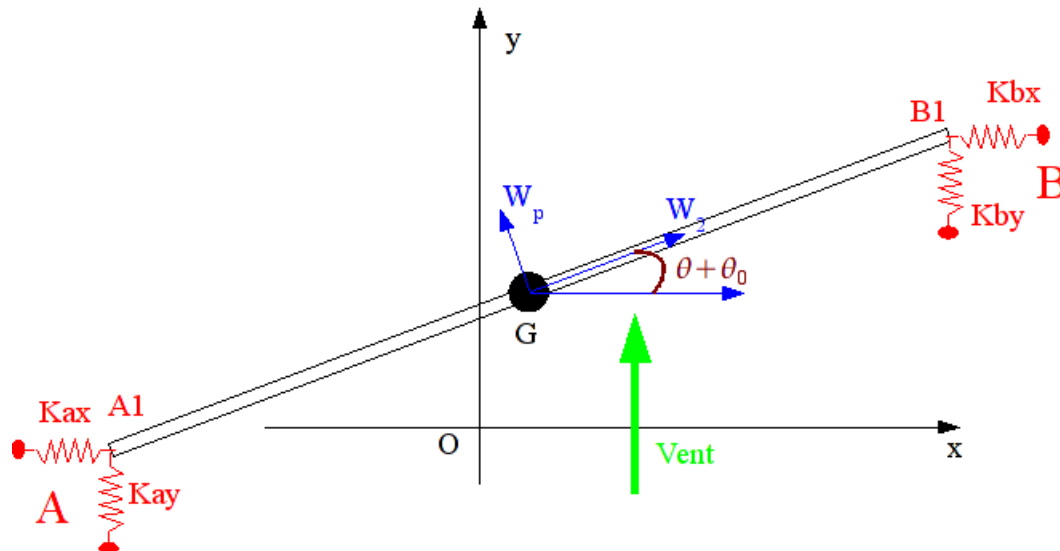
Ce test concerne la validation de l'application des chargements de vent sur les éléments linéiques. Le chargement est décrit par des champs de vitesses de vent.

Ce problème permet de tester :

- les éléments finis linéiques [barres, câbles, poutres (sauf les poutres courbes)] avec des chargements suiveur de nature "vent",
- les chargements à l'aide des vitesses de vent :
  - lecture des données des champs de vent,
  - projection des champs de vent attachés au nuage de points sur le maillage déformé de la structure,
  - calcul de la vitesse relative,
- la prise en compte de la fonction donnant la force répartie en fonction de la vitesse relative de la structure,
- la réactualisation de la géométrie pour tenir compte des grands déplacements et des grandes rotations.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Longueur de la poutre : 1.5m

Raideurs des discrets :  $kax$  ,  $kay$  ,  $kbx$  ,  $kby$

### 1.2 Propriétés du matériau

Matériau pour l'élément linéique :  $E=2.0E+10$  ,  $\rho=1000.0$

Caractéristiques mécaniques de la poutre :  $section='CERCLE'$  ,  $rayon=0.1$  ,  $ep=0.1$

La raideur des ressorts :

$Kxa$	$Kya$	$Kxb$	$Kyb$
10 N/m	20 N/m	25 N/m	22 N/m

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Aux points  $A$  et  $B$  : blocages des degrés de liberté :  $DX$  ,  $DY$  ,  $DZ$

Aux points  $AI$  et  $BI$  : blocages des degrés de liberté :  $DZ$  ,  $DRX$  ,  $DRY$

Les ressorts sont modélisés par des discrets sans dimensions. Les nœuds  $A$  et  $AI$  ,  $B$  et  $BI$  sont géométriquement confondus.

Les caractéristiques du champ de vitesse de vent, suivant l'axe  $y$  :

$$Vy=20.\sin(\omega.t) , \text{ avec } \omega=2.\pi.f \text{ et } f=0.2 \text{ Hz}$$

### 1.4 Conditions initiales

La poutre fait un angle de  $30^\circ$  (  $\theta_0=30^\circ$  ) par rapport à l'axe  $x$  .

## 2 Solution de référence

### 2.1 Équations d'équilibre

L'étude est réalisée autour de la position initiale de la structure dans le plan  $xy$ . Les équations sont écrites au centre de gravité de la poutre.

Effort d'inertie :

$$M \cdot \gamma_g = \begin{pmatrix} Mx'' \\ My'' \\ \frac{ML^2}{12} \cdot \theta'' \end{pmatrix}$$

Effort au point  $AI$

$$Fa = \begin{cases} -kxa \cdot \delta xa \\ -kya \cdot \delta ya \\ L \cdot (\delta ya \cdot kya \cdot \cos(\theta_0 + \theta) - \delta xa \cdot kxa \cdot \sin(\theta_0 + \theta)) / 2 \end{cases} \text{ avec les déplacements du point } AI \begin{cases} \delta xa = L \cdot \cos(\theta_0) / 2 - L \cdot \cos(\theta_0 + \theta) / 2 + x \\ \delta ya = L \cdot \sin(\theta_0) / 2 - L \cdot \sin(\theta_0 + \theta) / 2 + y \end{cases}$$

Effort au point  $BI$

$$Fb = \begin{cases} -kxb \cdot \delta xb \\ -kyb \cdot \delta yb \\ L \cdot (-\delta yb \cdot kyb \cdot \cos(\theta_0 + \theta) + \delta xb \cdot kxb \cdot \sin(\theta_0 + \theta)) / 2 \end{cases} \text{ avec les déplacements du point } BI \begin{cases} \delta xb = -L \cdot \cos(\theta_0) / 2 + L \cdot \cos(\theta_0 + \theta) / 2 + x \\ \delta yb = -L \cdot \sin(\theta_0) / 2 + L \cdot \sin(\theta_0 + \theta) / 2 + y \end{cases}$$

Effort dû au vent

- Vitesse relative d'un point  $M$

$$V_r = \begin{pmatrix} V_{vx} + s \cdot \sin(\theta_0 + \theta) \cdot \theta' - x' \\ V_{vy} - s \cdot \cos(\theta_0 + \theta) \cdot \theta' - y' \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec  $s$  : l'abscisse curviligne du point  $M$  sur la poutre  $s \in [-L/2, L/2]$   
 $V_{vx}$ ,  $V_{vy}$  : vitesse du vent suivant l'axe  $x$  et l'axe  $y$ .

- Vitesse relative perpendiculaire à la barre au point  $M$  :

$$V_p = \begin{pmatrix} \sin(\theta_0 + \theta) \cdot (-V_{vy} \cdot \cos(\theta_0 + \theta) + V_{vx} \cdot \sin(\theta_0 + \theta) + s \cdot \theta' - \sin(\theta_0 + \theta) \cdot x' + \cos(\theta_0 + \theta) \cdot y') \\ \cos(\theta_0 + \theta) \cdot (V_{vy} \cdot \cos(\theta_0 + \theta) - V_{vx} \cdot \sin(\theta_0 + \theta) - s \cdot \theta' + \sin(\theta_0 + \theta) \cdot x' - \cos(\theta_0 + \theta) \cdot y') \\ 0 \end{pmatrix}$$

Force due au vent en un point  $M$

$$F_{vent(M)} = F_{cx(M)} \cdot \frac{V_p}{\|V_p\|} \text{ dans notre cas on choisit } F_{cx(M)} = \|V_p\|$$

on obtient donc  $F_{vent(M)} = V_p$

- Résultante de la force due au vent sur la barre

$$F_{vent} = \begin{pmatrix} L \cdot \sin(\theta_0 + \theta) \cdot ((-V_{vy} + y') \cdot \cos(\theta_0 + \theta) + (V_{vx} - x') \cdot \sin(\theta_0 + \theta)) \\ L \cdot \cos(\theta_0 + \theta) \cdot ((V_{vy} - y') \cdot \cos(\theta_0 + \theta) + (-V_{vx} + x') \cdot \sin(\theta_0 + \theta)) \\ -L^3 \cdot \theta' / 12 \end{pmatrix}$$

Équation finale de la dynamique

$$M \cdot \gamma_g = Fa + Fb + Fvent$$

## 2.2 Grandeurs et résultats de référence

Déplacements et rotation du point  $G$  aux instants : 2.0sec , 3.0sec , 4.0sec , 5.0sec et 6.0sec .

## 2.3 Incertitudes sur la solution

Aucune. La résolution de l'équation d'équilibre se fait par une méthode d'intégration de Runge Kutta d'ordre 4.

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation et du maillage

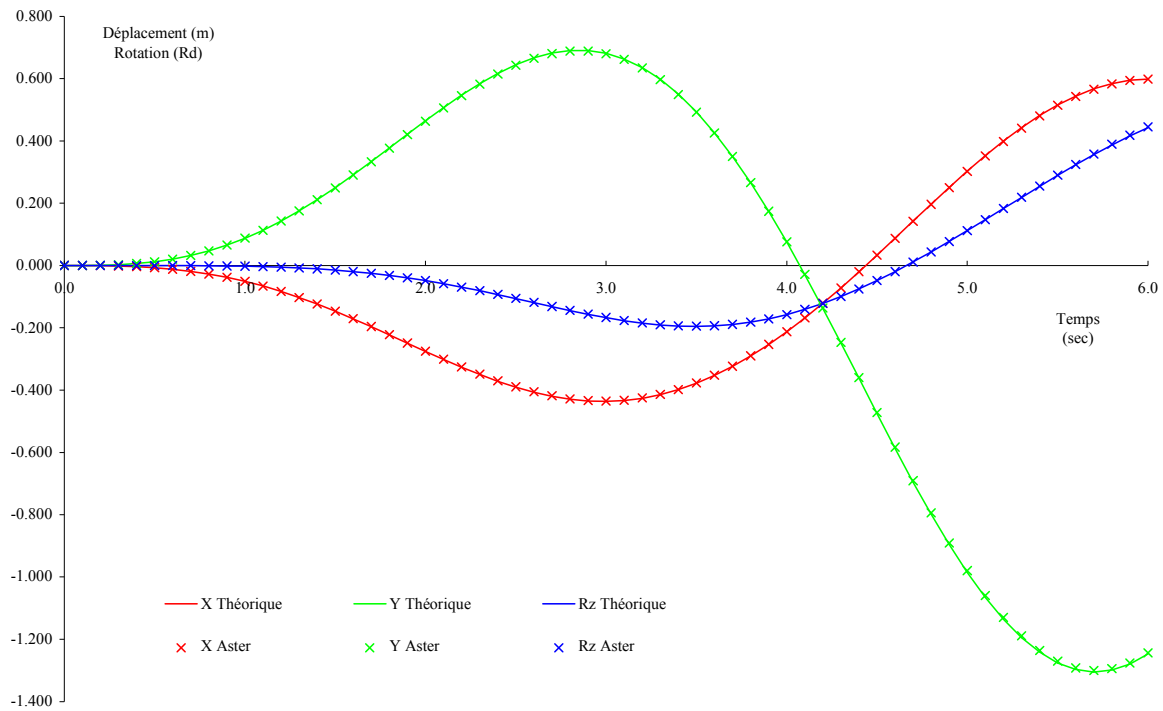
L'élément linéique : 'poutre' découpée en 12 mailles.

Les discrets : 'DIS\_T'

### 3.2 Grandeurs testées et résultats

Temps 2.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	-0.27571	0.00070	0.00255
$y(m)$	0.46478	0.00120	0.00259
$Rz(rd)$	-0.04851	0.00001	0.00027
Temps 3.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	-0.43640	0.00118	0.00271
$y(m)$	0.68149	0.00190	0.00279
$Rz(rd)$	-0.16767	0.00079	0.00472
Temps 4.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	-0.21266	0.00043	0.00201
$y(m)$	0.07494	0.00111	0.01476
$Rz(rd)$	-0.15769	0.00026	0.00163
Temps 5.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	0.30290	0.00108	0.00357
$y(m)$	-0.98487	0.00536	0.00544
$Rz(rd)$	0.11188	0.00027	0.00241
Temps 6.0sec	Analytique	Erreur absolue	Erreur relative
$x(m)$	0.59847	0.00032	0.00054
$y(m)$	-1.24735	0.00322	0.00258
$Rz(rd)$	0.44284	0.00251	0.00566

## 4 Synthèse des résultats



Comparaison entre les résultats théoriques et ceux de Code\_Aster.