

## SSNL133 – Post-flambement élastique d'une structure en L

---

### Résumé :

Une structure en forme de L composée de deux poutres élancées de section rectangulaire mince est encastree à une de ses extrémités et soumise à une force à son autre extrémité. On cherche le comportement post-flambement associé aux valeurs positives de la force. Le domaine du test est :

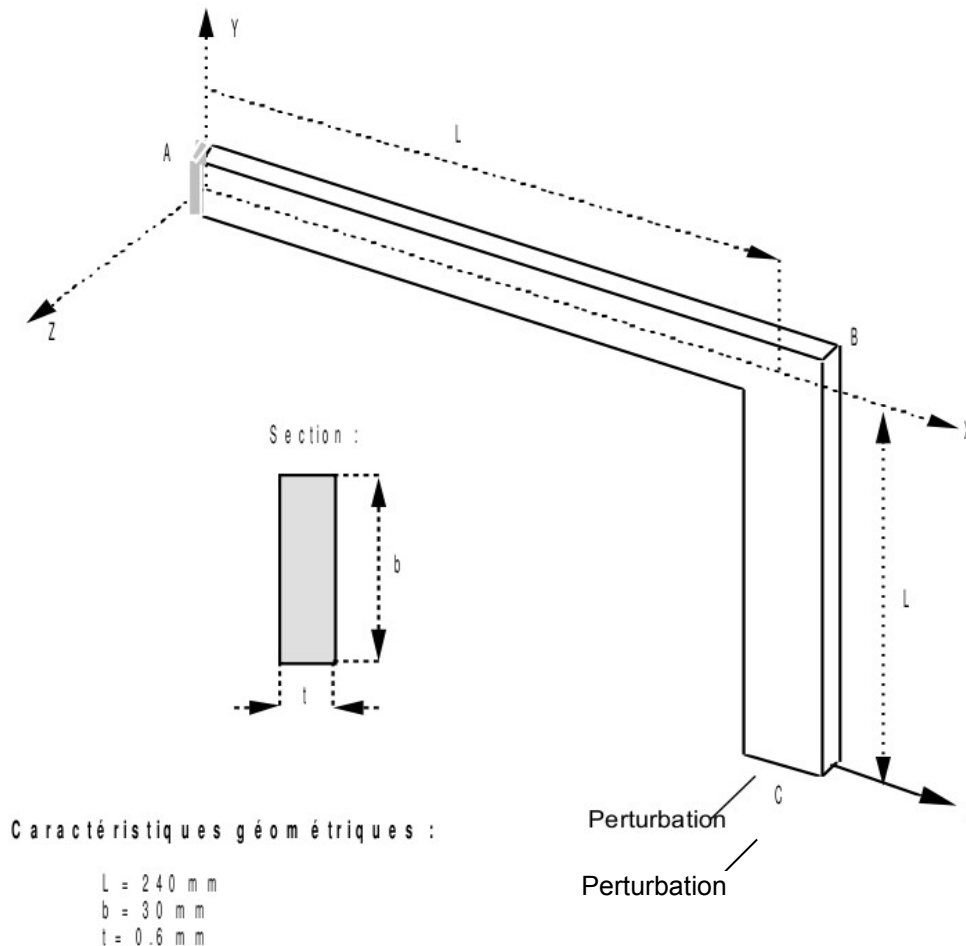
- mécanique élastique non-linéaire (grands déplacements, grandes rotations),
- flambement de poutres (instabilité),
- les modélisations testées sont `POU_D_TGM`, `POU_D_T_GD`, `POU_D_TG`, `POU_D_T`, `POU_D_E` et `POU_D_EM`.

Elle permet de tester la cinématique en grands déplacements et grandes rotations activée via le mot clé `GROT_GDEP`.

Remarque : on pourra se référer au cas test `SLLL105` pour une détermination des charges critiques de flambement pour cette structure.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



### 1.2 Propriétés de matériaux

$$E = 71240 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Condition aux limites : encastrement en  $A$

Chargement en  $C$  en fonction du pseudo-temps  $t \in [0; 5]$  :

$$F_x = 1.0 \times t [N]$$

$$F_z = 0.001 \times t [N] \text{ (perturbation pour initier le comportement post-flambement de la lame)}$$

## 2 Solution de référence

---

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

On prend comme solution de référence, la réponse post-flambement obtenue avec la modélisation `POU_D_T_GD` (modélisation A), qui fournira des valeurs de non-régression.

### 2.2 Résultats de référence

Tests de non-régression sur quelques points des courbes force-déplacement représentatives du comportement de la structure (Force appliquée au point  $C$  en fonction du déplacement du point  $C$  suivant  $X$  et  $Z$ ).

### 2.3 Incertitude sur la solution

Autre modélisation Aster.

### 2.4 Références bibliographiques

- [1] G. DEVESA : Traitement des grands déplacements dans l'élément de cornière à 7 ddl implanté dans le *Code\_Aster* validation par un cas test classique (HM-77/94/079).
- [2] H. Shakourzadeh. Modélisation des structures-poutres tridimensionnelles à parois minces et simulation du comportement non linéaire géométrique et élastoplastique. Thèse de doctorat, Université de Compiègne, Compiègne (1994).

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU\_D\_T\_GD

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Pour cette modélisation, les tests sont de non-régression. Les valeurs apparaissent comme références dans toutes les autres modélisations.

#### 3.3.1 Résultats graphiques de la modélisation A

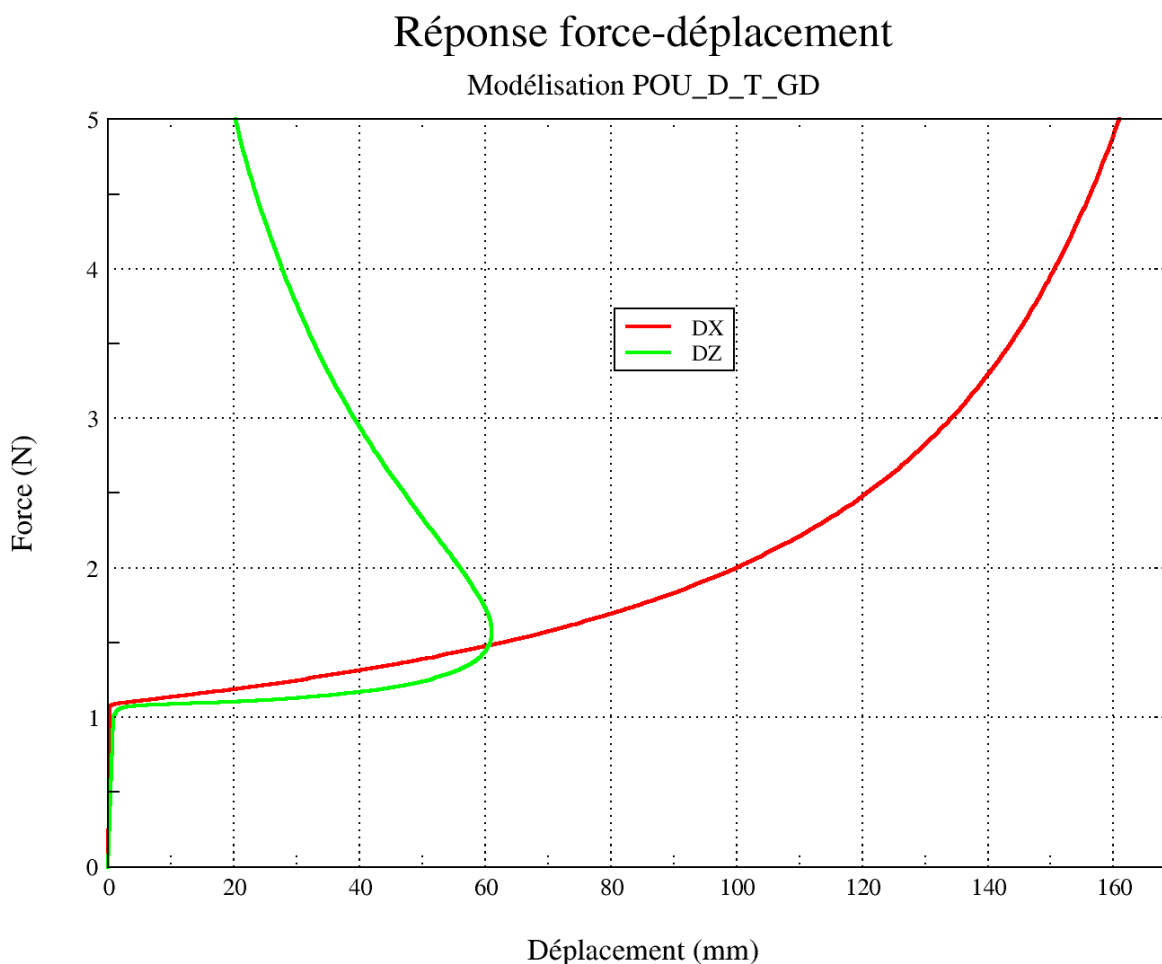


Figure 3.3.1-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU\_D\_T\_GD.

Les valeurs servant de référence pour les toutes les autres modélisations sont celles du tableau 3.3.1-a. Les tolérances sont adaptées pour que le test passe sur les différentes plates-formes.

Effort ( N )	$DX$ ( mm )	$DZ$ ( mm )	Tolérance / $DX$	Tolérance / $DZ$
1.0	1.9557493476051e-01	8.1849504447187e-01	1.0e-06	1.0e-06
1.2	2.2002897190547e+01	4.5085481299695e+01	1.6e-05	1.2e-05
1.4	5.1370576657920e+01	5.9127404636640e+01	3.7e-06	5.3e-06
1.6	7.2308205991507e+01	6.1009065262385e+01	5.9e-06	9.7e-06
2.0	9.9971410898183e+01	5.5985793815570e+01	2.6e-06	7.8e-06
3.0	1.3415732610325e+02	3.9186782348842e+01	1.0e-06	7.0e-06
4.0	1.5070726838590e+02	2.7660150436455e+01	1.0e-06	6.5e-06
5.0	1.6092764983263e+02	2.0199366888417e+01	1.0e-06	6.2e-06

Tableau 3.3.1-a : valeurs de référence.

## 3.4 Remarques

La stratégie adoptée pour obtenir la réponse en force-déplacement de la structure est de piloter en effort.

Il faut par ailleurs utiliser la subdivision automatique du pas de temps. En effet, l'élément `POU_D_T_GD` ne converge pas uniformément en résidu et il est donc difficile de mener un calcul à son terme avec un découpage uniforme du temps à moins de prendre de très petits pas de temps ce qui est sous-optimal.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU\_D\_TGM

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

### 4.3 Caractéristiques du maillage de la section transversale

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 4.4 Grandeurs testées et résultats

#### 4.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

Effort ( $N$ )	$DX$ ( $mm$ )	$DZ$ ( $mm$ )	Tolérance / $DX$	Tolérance / $DZ$
1.0	1.9557493475982E-01	8.1849504440533E-01	2.0E-02	7.0E-02
1.2	2.2003159601578E+01	4.5085834614729E+01	6.0E-02	1.0E-02
1.4	5.1370721240215E+01	5.9127605459760E+01	2.2E-02	1.5E-02
1.6	7.2307885049332E+01	6.1008538728158E+01	2.0E-02	2.0E-02
2.0	9.9971229134146E+01	5.5985405418044E+01	1.0E-02	2.2E-02
3.0	1.3415730437940E+02	3.9186532467172E+01	1.0E-02	2.0E-02
4.0	1.5070726872507E+02	2.7659987903886E+01	1.0E-02	1.0E-02
5.0	1.6092765462757E+02	2.0199252710901E+01	1.0E-02	0.5E-02

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.

#### 4.4.2 Résultats graphiques de la modélisation B

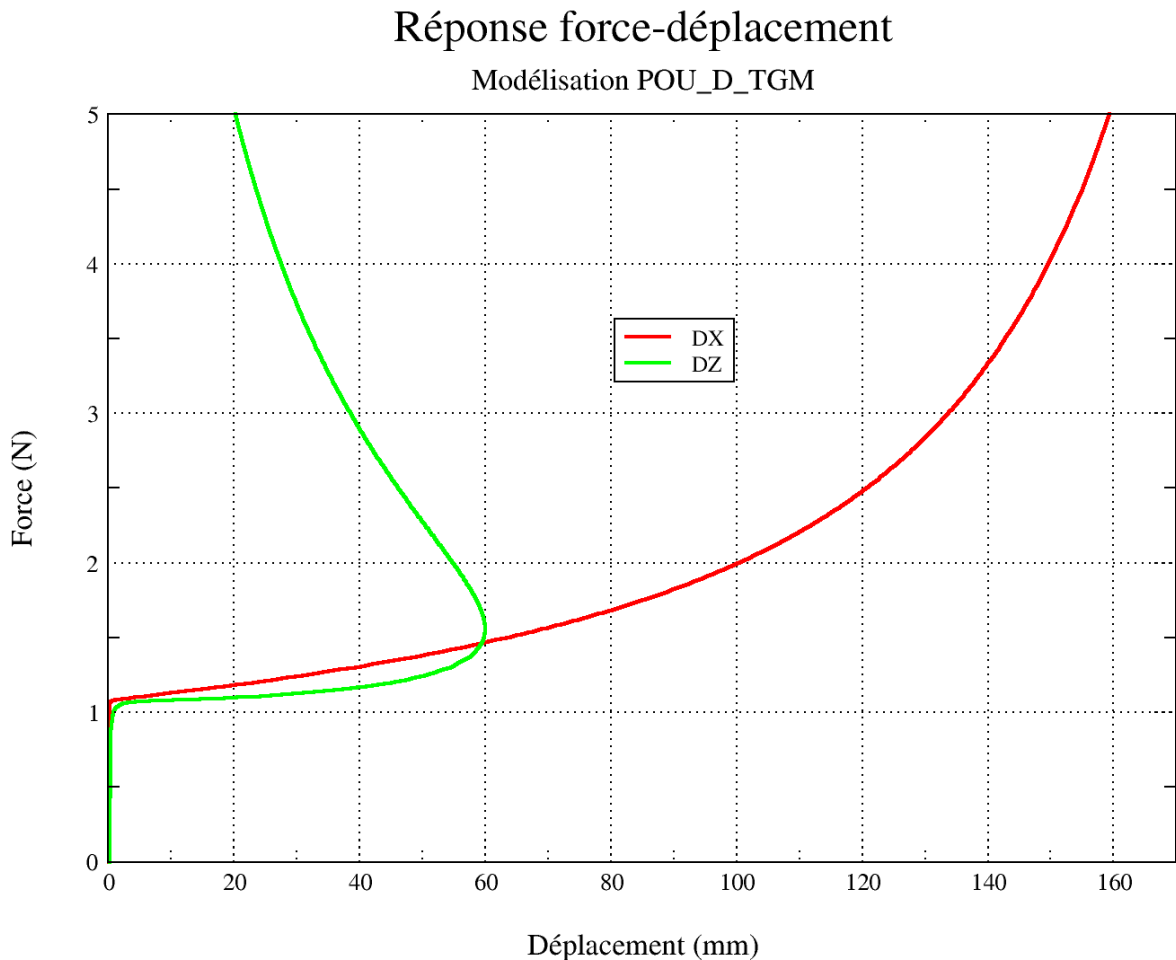


Figure 4.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU\_D\_TGM.

#### 4.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont dans l'ensemble assez faible malgré un écart de 7.0% en  $DZ$  à l'instant 1.0 et de 6.0% en  $DX$  à l'instant 1.2. On remarque que les différences diminuent au cours du temps et sont finalement faibles à l'instant 5.0. La cinématique 'GROT\_GDEP' de l'élément POU\_D\_TGM est donc très satisfaisante.

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU\_D\_TG

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

### 5.3 Caractéristiques du maillage de la section transversale

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 5.4 Grandeurs testées et résultats

#### 5.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont celles du tableau 3.3.1-a.

Effort ( $N$ )	$DX$ ( $mm$ )	$DZ$ ( $mm$ )	Tolérance / $DX$	Tolérance / $DZ$
1.0	1.9557493475982E-01	8.1849504440533E-01	6.0E-03	1.6E-03
1.2	2.2003159601578E+01	4.5085834614729E+01	2.5E-03	2.0E-02
1.4	5.1370721240215E+01	5.9127605459760E+01	1.7E-03	2.0E-02
1.6	7.2307885049332E+01	6.1008538728158E+01	2.5E-04	2.0E-02
2.0	9.9971229134146E+01	5.5985405418044E+01	4.0E-03	2.0E-02
3.0	1.3415730437940E+02	3.9186532467172E+01	1.0E-02	5.1E-03
4.0	1.5070726872507E+02	2.7659987903886E+01	1.5E-02	8.0E-03
5.0	1.6092765462757E+02	2.0199252710901E+01	1.5E-02	2.0E-02

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.



## 5.4.2 Résultats graphiques de la modélisation C

### Réponse force-déplacement

Modélisation POU\_D\_TG

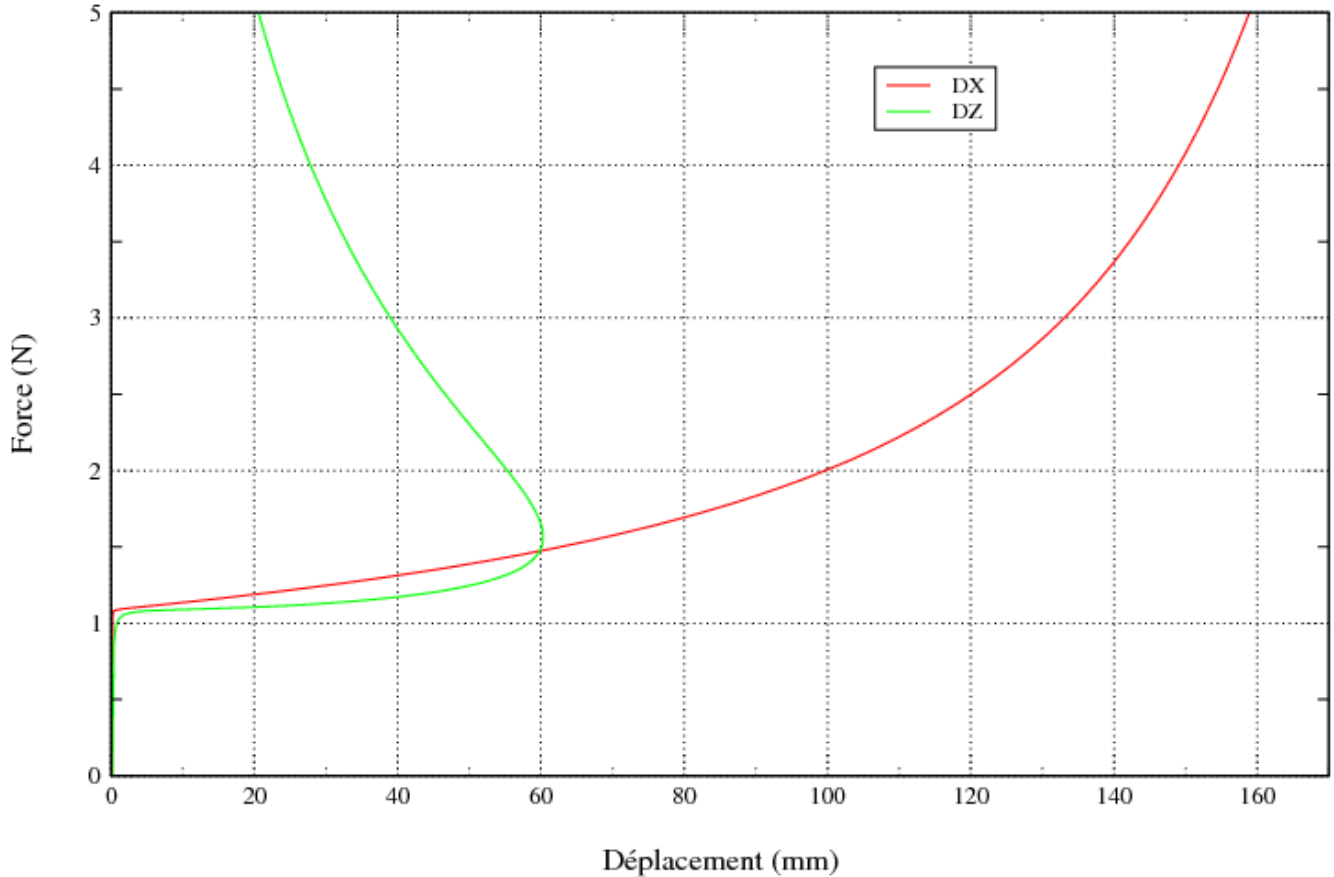


Figure 5.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU\_D\_TG .

## 5.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont faibles. On ne remarque pas contrairement à la modélisation POU\_D\_TGM de diminution de l'écart au cours du temps. La cinématique 'GROT\_GDEP' de l'élément POU\_D\_TG est très satisfaisante.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU\_D\_T

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

### 6.3 Caractéristiques du maillage de la section transversale

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 6.4 Grandeurs testées et résultats

#### 6.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

Effort ( $N$ )	$DX$ ( $mm$ )	$DZ$ ( $mm$ )	Tolérance / $DX$	Tolérance / $DZ$
1.0	1.9557493475982E-01	8.1849504440533E-01	1.0E-02	1.5E-02
1.2	2.2003159601578E+01	4.5085834614729E+01	3.0E-02	0.2E-02
1.4	5.1370721240215E+01	5.9127605459760E+01	2.0E-02	2.0E-02
1.6	7.2307885049332E+01	6.1008538728158E+01	2.0E-02	2.0E-02
2.0	9.9971229134146E+01	5.5985405418044E+01	0.5E-02	2.2E-02
3.0	1.3415730437940E+02	3.9186532467172E+01	0.5E-02	2.0E-02
4.0	1.5070726872507E+02	2.7659987903886E+01	1.0E-02	1.4E-02
5.0	1.6092765462757E+02	2.0199252710901E+01	1.0E-02	1.0E-02

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.

## 6.4.2 Résultats graphiques de la modélisation D

### Réponse force-déplacement

Modélisation POU\_D\_T

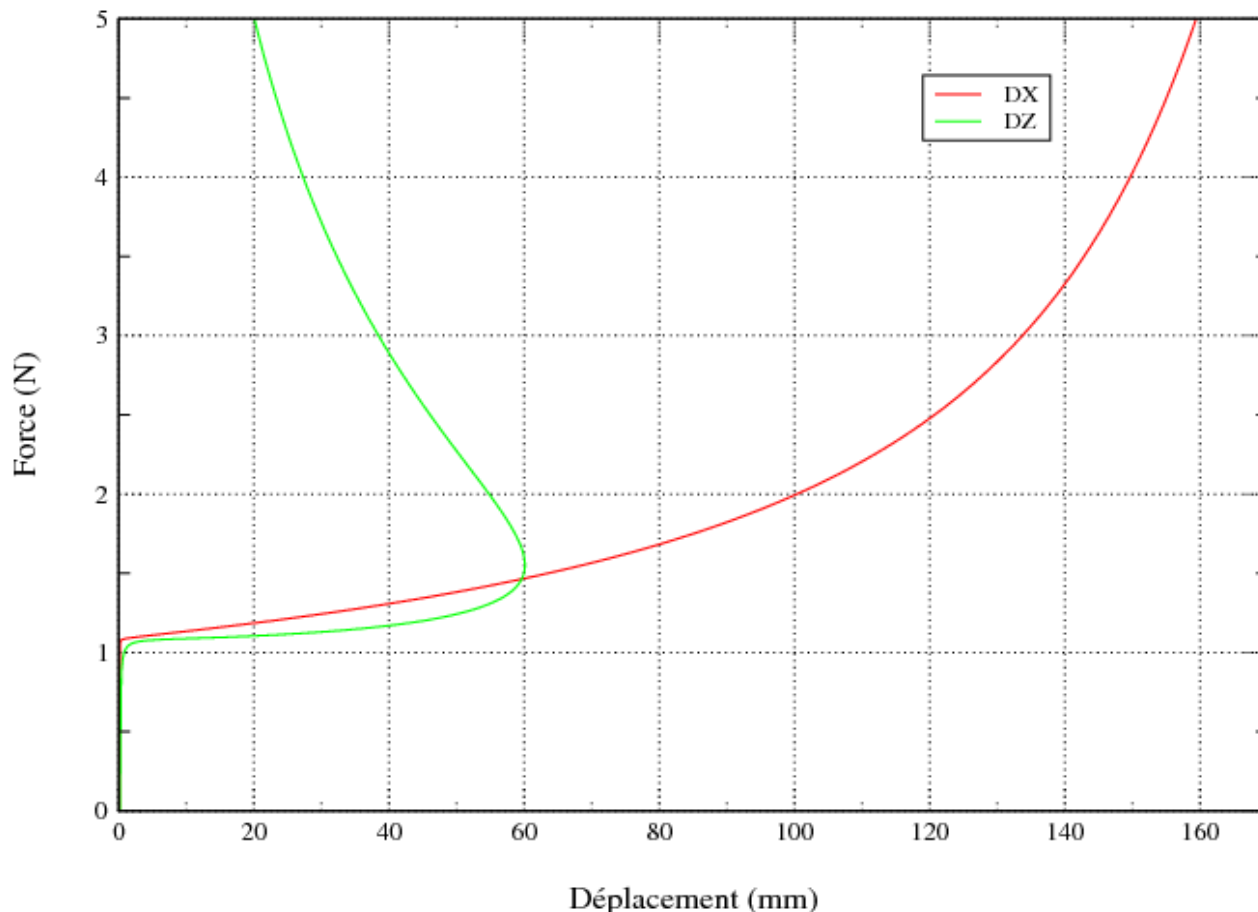


Figure 6.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU\_D\_T.

## 6.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont faibles. On ne remarque pas contrairement à la modélisation POU\_D\_TGM de diminution de l'écart au cours du temps. La cinématique 'GROT\_GDEP' de l'élément POU\_D\_T est donc très satisfaisante.

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU\_D\_E

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

### 7.3 Caractéristiques du maillage de la section transversale

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 7.4 Grandeurs testées et résultats

#### 7.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

Effort ( $N$ )	$DX$ ( $mm$ )	$DZ$ ( $mm$ )	Tolérance / $DX$	Tolérance / $DZ$
1.0	1.9557493475982E-01	8.1849504440533E-01	4.0E-03	1.2E-02
1.2	2.2003159601578E+01	4.5085834614729E+01	2.3E-02	1.0E-02
1.4	5.1370721240215E+01	5.9127605459760E+01	2.0E-02	1.5E-02
1.6	7.2307885049332E+01	6.1008538728158E+01	1.5E-02	1.5E-02
2.0	9.9971229134146E+01	5.5985405418044E+01	7.0E-03	2.0E-02
3.0	1.3415730437940E+02	3.9186532467172E+01	2.0E-03	1.7E-02
4.0	1.5070726872507E+02	2.7659987903886E+01	5.5E-03	1.0E-02
5.0	1.6092765462757E+02	2.0199252710901E+01	1.0E-02	1.0E-03

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.

## 7.4.2 Résultats graphiques de la modélisation E

### Réponse force-déplacement

Modélisation POU\_D\_E

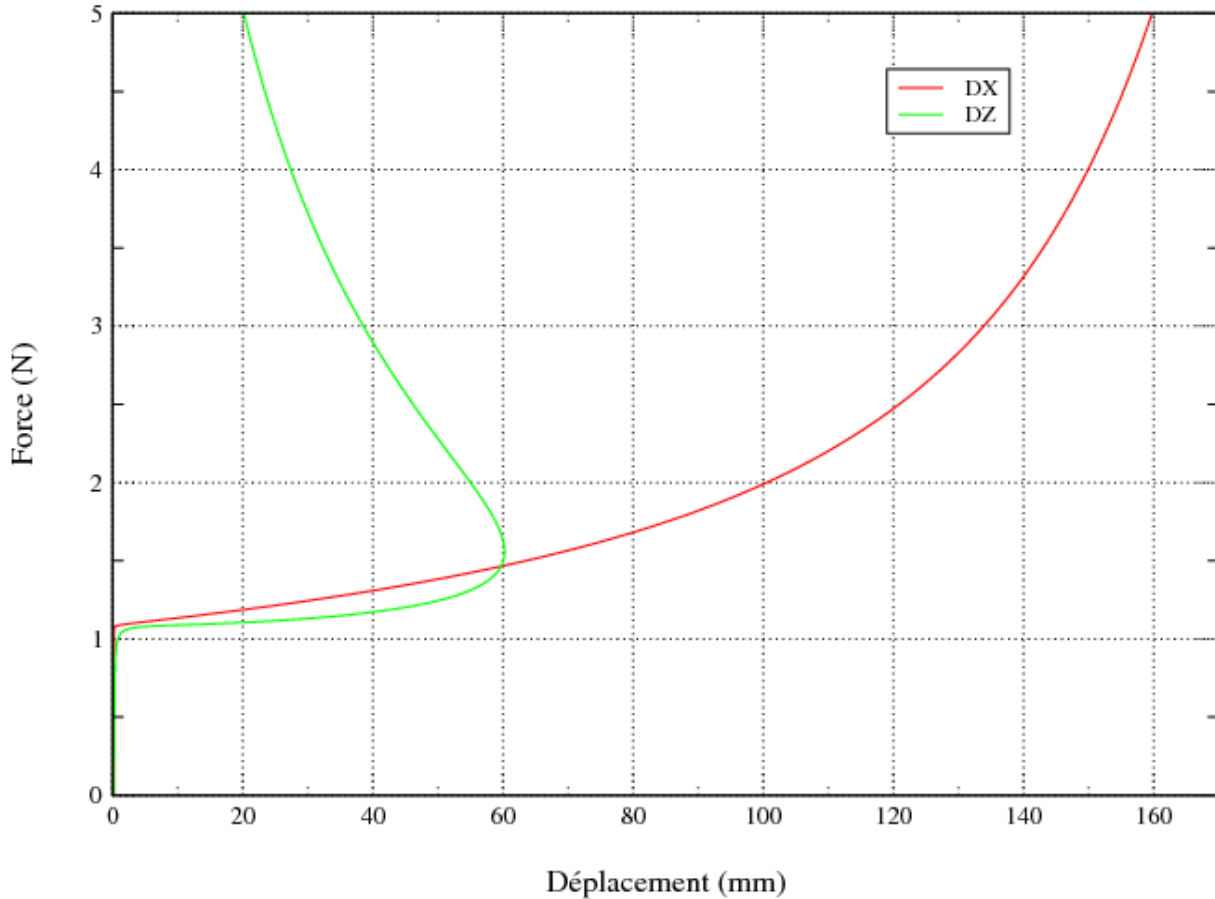


Figure 7.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU\_D\_E.

## 7.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont faibles. On ne remarque pas contrairement à la modélisation POU\_D\_TGM de diminution de l'écart au cours du temps. La cinématique 'GROT\_GDEP' de l'élément POU\_D\_E est donc très satisfaisante.

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

20 éléments POU\_D\_EM

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 21

Nombre de mailles et types : 20 SEG2 (10 dans chaque branche)

### 8.3 Caractéristiques du maillage de la section transversale

Nombre de fibres : 100 (10 dans chaque côté)

Nombre de mailles et types : 100 QUAD4

### 8.4 Grandeurs testées et résultats

#### 8.4.1 Valeurs testées

Les valeurs testées sont issues du tableau 3.3.1-a.

Effort ( $N$ )	$DX$ ( $mm$ )	$DZ$ ( $mm$ )	Tolérance / $DX$	Tolérance / $DZ$
1.0	1.9557493475982E-01	8.1849504440533E-01	2.0E-02	9.0E-02
1.2	2.2003159601578E+01	4.5085834614729E+01	6.0E-02	1.1E-02
1.4	5.1370721240215E+01	5.9127605459760E+01	2.0E-02	2.5E-02
1.6	7.2307885049332E+01	6.1008538728158E+01	6.5E-03	2.5E-03
2.0	9.9971229134146E+01	5.5985405418044E+01	5.5E-03	5.5E-03
3.0	1.3415730437940E+02	3.9186532467172E+01	1.6E-02	1.6E-02
4.0	1.5070726872507E+02	2.7659987903886E+01	2.0E-02	3.0E-02
5.0	1.6092765462757E+02	2.0199252710901E+01	2.0E-02	3.5E-02

On utilise une technique de longueur d'arc pour obtenir la réponse de la structure, les instants de calcul ne peuvent donc être directement imposés. Cependant on s'efforce de choisir les valeurs de l'état de pilotage les plus proches des instants de référence.

### 8.4.2 Résultats graphiques de la modélisation F

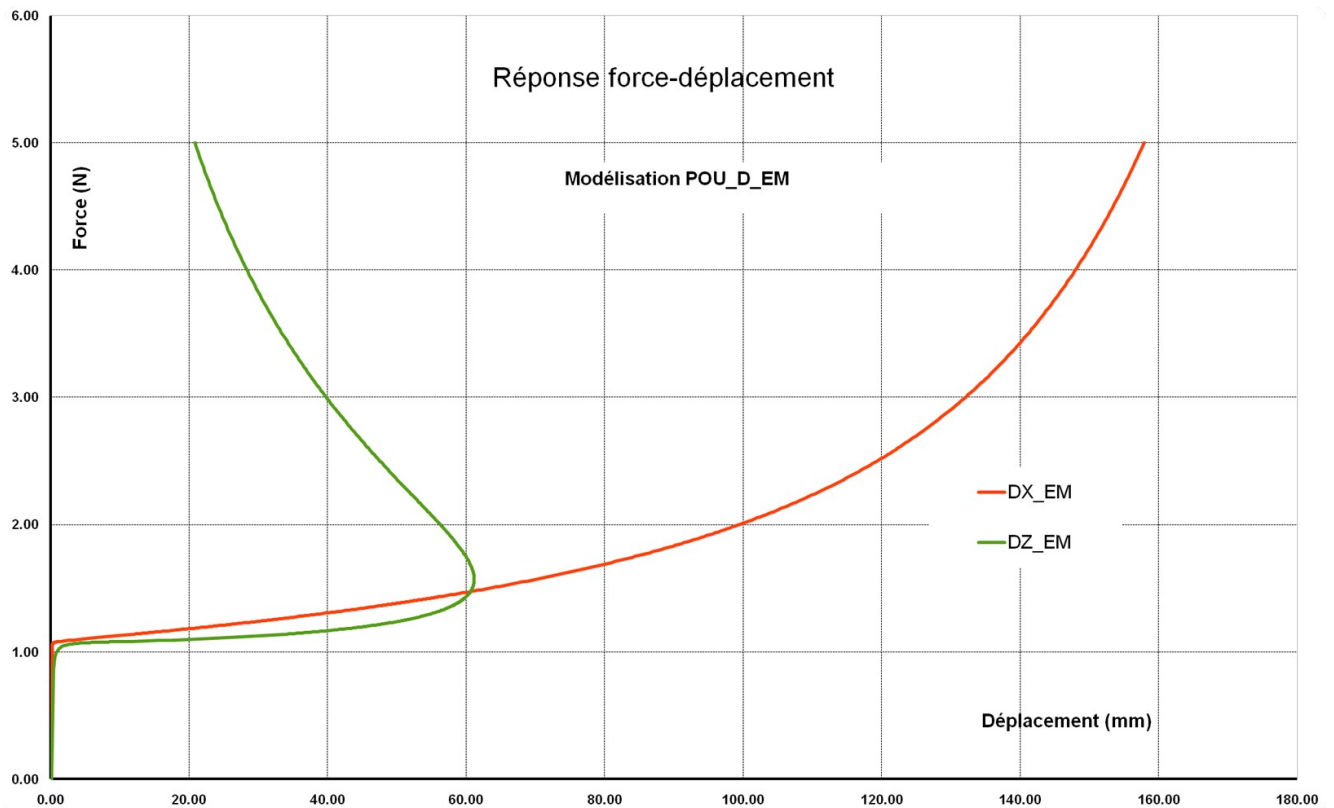


Figure 8.4.2-a : Réponse Force-Déplacement, modélisation POU\_D\_EM .

### 8.4.3 Remarques

Les écarts relatifs avec les résultats de la modélisation A prise comme référence sont dans l'ensemble assez faible malgré un écart de 9.0% en  $DZ$  à l'instant 1.0 et de 6.0% en  $DX$  à l'instant 1.2 . On remarque ensuite que les différences diminuent jusqu'à des valeurs de l'ordre de 0.5% puis remonte pour les valeurs d'effort 3.0 , 4.0 et 5.0 jusqu'à un maximum de 3.5% . La cinématique 'GROT\_GDEP' de l'élément POU\_D\_EM est donc satisfaisante.

## 9 Analyse des résultats

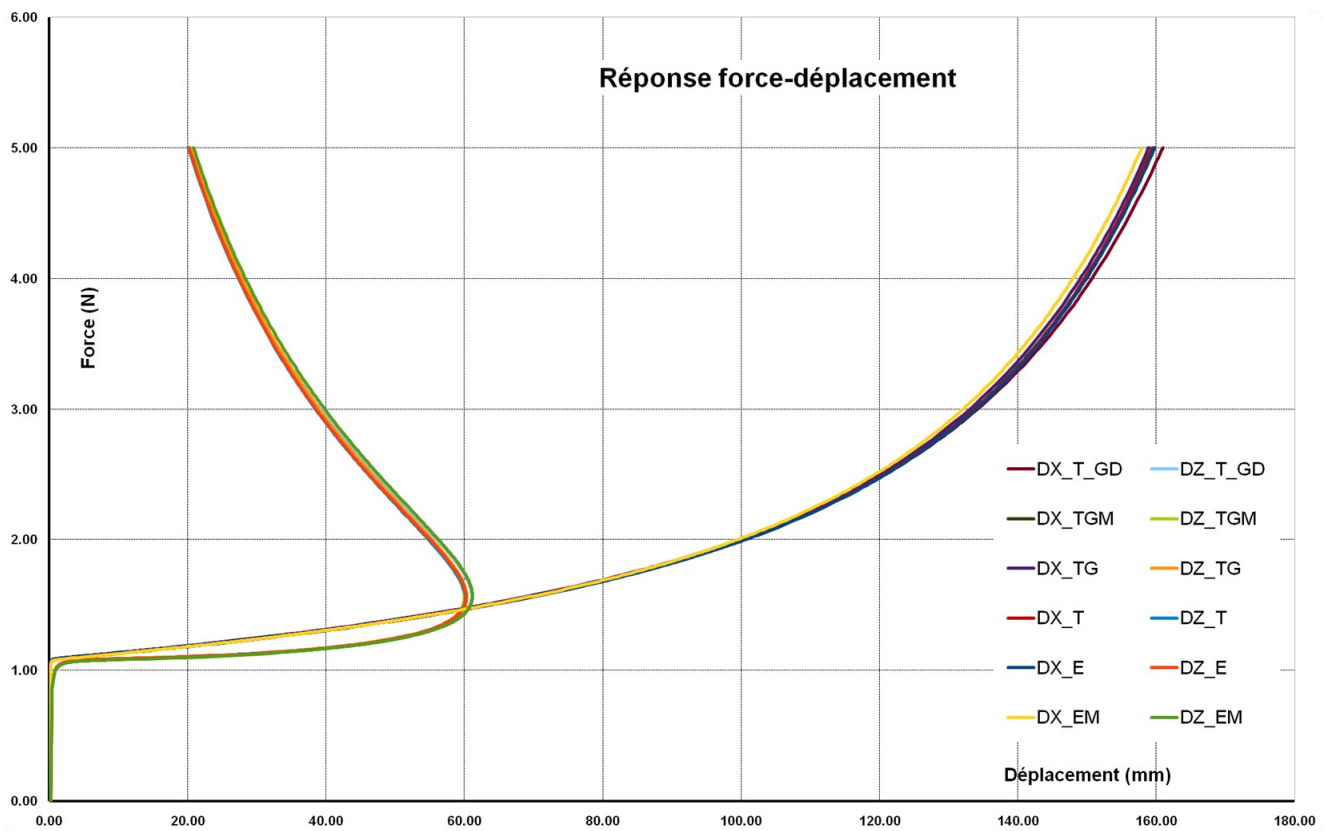


Figure 9-a : Réponse Force-Déplacement, comparaison des modélisations.

La figure 9-a présente les courbes force-déplacement obtenues avec différentes modélisations. On observe une excellente corrélation des résultats entre les différentes modélisations.