SSNL136 - Grands déplacements de l'arc à angle d'ouverture 45°

Résumé

Ce test permet de valider l'élément de poutre multi-fibres POU_D_TGM dans le domaine non-linéaire géométrique des grands déplacements et des grandes rotations. Une modélisation supplémentaire avec POU_D_T_GD (modèle géométriquement exact de poutres en grands déplacements) permet de comparer les deux éléments.
On étudie un arc plan d'ouverture $45°$ encastré à une extrémité et soumis à un effort de flexion perpendiculairement à son plan à l'autre extrémité. Ce test, très sévère, donne des résultats en bon accord avec les résultats déjà obtenus par d'autres chercheurs dans la littérature.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

On considère un arc AB de rayon $100\,cm$, de centre C et d'ouverture $45°$

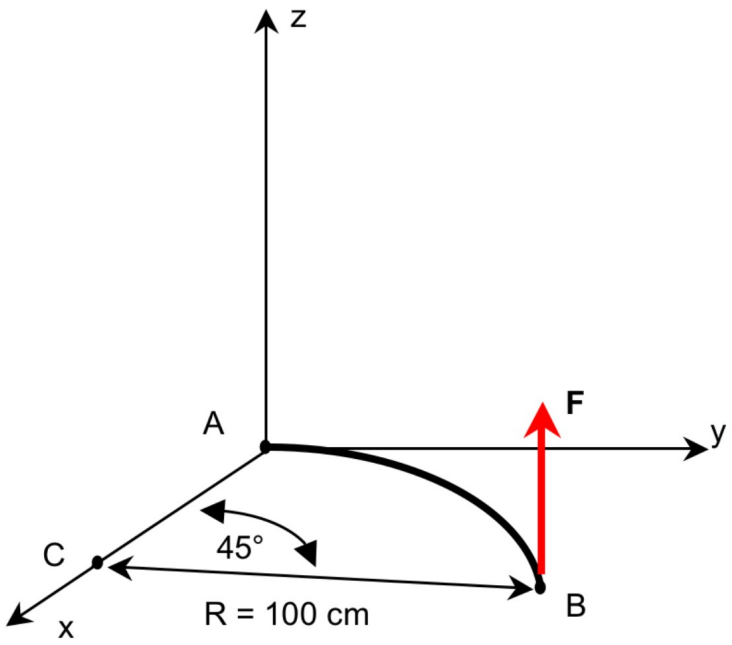


Illustration 1.1.1 : géométrie de l'arc

Coordonnées des points (en cm) :

	A	B	C
x	0	29.3	100
y	0	70.7	0
z	0	0	0

1.2 Caractéristiques de la section

L'arc est à section carrée de $1\,cm$ par $1\,cm$.

$$A = 1\,cm^2$$
$$I_y = I_z = 0.0833\,cm^4$$
$$A_y = A_z = 1.2$$

1.3 Propriétés du matériau

$$E = 1\,MPa$$
$$\nu = 0.0$$

1.4 Conditions aux limites et chargement

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

1) Des conditions aux limites sont imposées au point A (encastrement de l'arc) :

$$DX = DY = DZ = DRX = DRY = DRZ = 0$$

2) On impose à l'extrémité libre au point B, un chargement vertical (perpendiculaire au plan de l'arc) croissant jusqu'à $600\mathrm{N}$:

$$FZ = 600 \times t$$

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

2 Solution de référence

2.1 Méthode utilisée pour le calcul de la solution de référence

Les premiers résultats de référence pour ce problème sont les résultats obtenus par Bathe et Bolourchi [1] en 1979 avec une modélisation poutre. Bathe a obtenu sensiblement les mêmes résultats en 1990 avec une modélisation 3D, complètement différente donc du modèle poutre, c'est pourquoi ses résultats sont largement acceptés par la communauté scientifique comme valeur de référence.
Depuis, plusieurs autres chercheurs se sont attaqués à ce problème. On choisit donc de comparer nos résultats à une moyenne de 8 codes.

2.2 Résultats de référence

On s'intéresse aux coordonnées dans le repère global du point B pour $t=0.5$ (soit $F=300\text{N}$) et $t=1.0$ ($F=600\text{N}$).
On présente ci-dessous un tableau récapitulatif des résultats obtenus par différents chercheurs depuis l'introduction du problème ainsi que la moyenne de ces résultats et l'écart maximum à cette moyenne. C'est la moyenne, figurée en **gras** , qui est choisie comme référence pour chaque test.

Charge	$F=300\text{N}$			$F=600\text{N}$		
	X	Y	Z	X	Y	Z
ADINA-1 (1979)	22,5	59,2	39,5	15,9	47,2	53,4
ADINA-2 (1990)	22,2	58,5	40,4	15,7	46,8	53,6
NACS-1 (1993)	22,6	59,2	39,5	15,9	47,2	53,4
NACS-2 (1993)	22,3	58,6	40,3	15,7	46,7	53,6
Cardona et Geradin (1988)	22,14	58,64	40,35	15,55	47,04	53,5
Crisfield (1990)	22,16	58,53	40,35	15,61	46,84	53,71
Crivelli et Felippa (1993)	22,31	58,85	40,08	15,75	47,25	53,37
Shakourzadeh (1994)	21,99	58,4	40,49	15,24	46,91	53,55
Moyenne	**22,28**	**58,74**	**40,12**	**15,67**	**46,99**	**53,52**
Ecart maximal	1,44	0,78	1,55	2,74	0,62	0,36

ADINA sont les résultats obtenus par Bathe dans [1], on pourra trouver les autres résultats dans [2].

2.3 Incertitude sur la solution

Entre 1 et 3% (écart relatif maximal à la moyenne des résultats).

2.4 Références bibliographiques

[1] Bathe KJ, Bolourchi S. Large displacement analysis of three-dimensional beam structures. Int J Numer Meth Eng 1979;14:961–86.

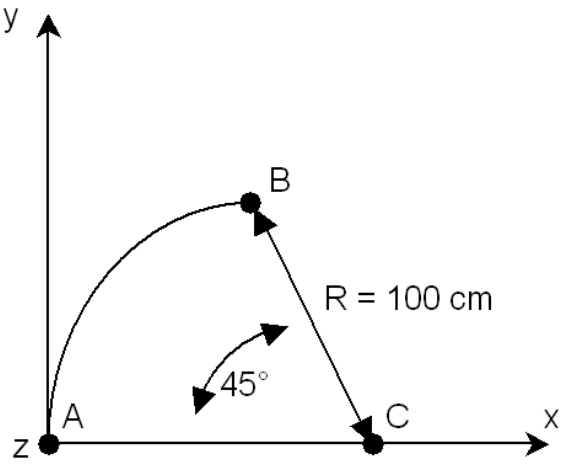
[2] H. Shakourzadeh. Modélisation des structures-poutres tridimensionnelles à parois minces et simulation du comportement non linéaire géométrique et élasto-plastique. Thèse de doctorat, Université de Compiègne, Compiègne (1994).

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation POU_D_TGM



Découpage : 8 éléments dans la longueur de l'arc

3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9
Nombre de mailles et types : 8 SEG2

3.3 Caractéristiques du maillage de la section transverse

Nombre de fibres : 49 (découpage en 7 de chaque côté)
Nombre de mailles et types : 49 QUA4

3.4 Remarques

L'élément POU_D_TGM possède un degré de liberté supplémentaire par rapport à un élément de poutre classique, le gauchissement dans l'axe de la section. On choisit de ne pas le modéliser ici en imposant $JG=0$ (constante de gauchissement nulle) d'une part car il est négligeable (section carrée pleine) et d'autre part car les résultats de référence dont on dispose n'en tiennent pas compte.

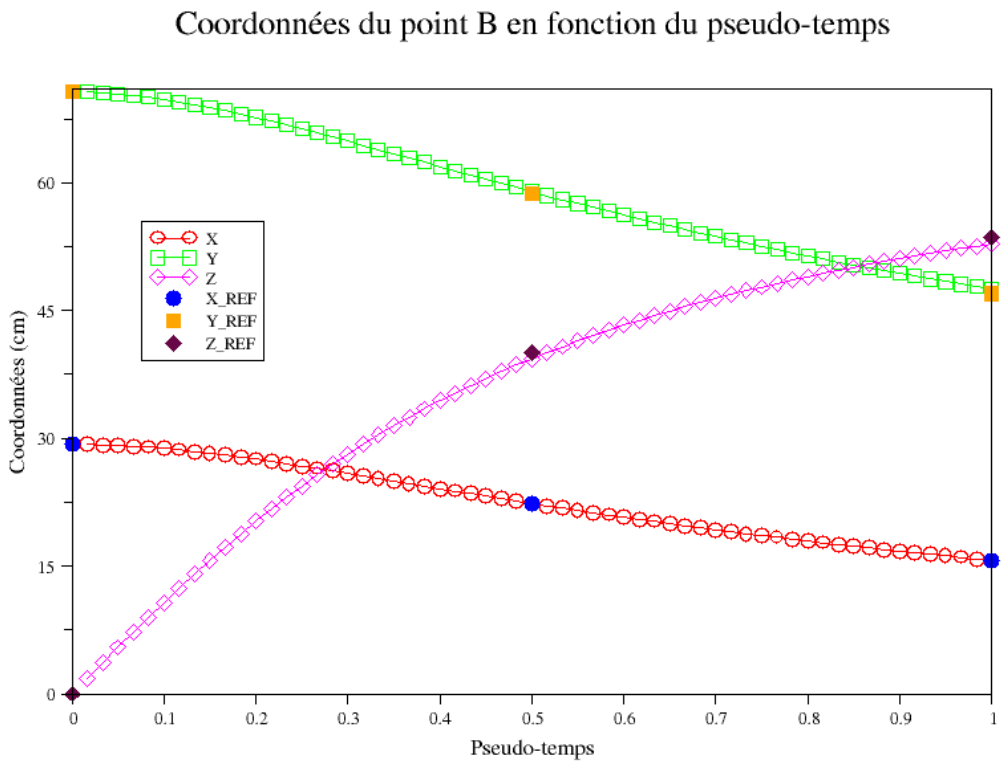
Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

3.5 Grandeurs testées et résultats

Le chargement est appliqué en 60 pas de charge.

Chargement	Coordonnées	Référence	Type de référence	Tolérance
$F=300\,N$	X	22.28	'SOURCE_EXTERNE'	1 %
	Y	58.74	'SOURCE_EXTERNE'	1 %
	Z	40.12	'SOURCE_EXTERNE'	2 %
$F=600\mathrm{N}$	X	15.67	'SOURCE_EXTERNE'	2 %
	Y	46.99	'SOURCE_EXTERNE'	1 %
	Z	53.52	'SOURCE_EXTERNE'	2 %

3.6 Résultats graphiques de la modélisation A

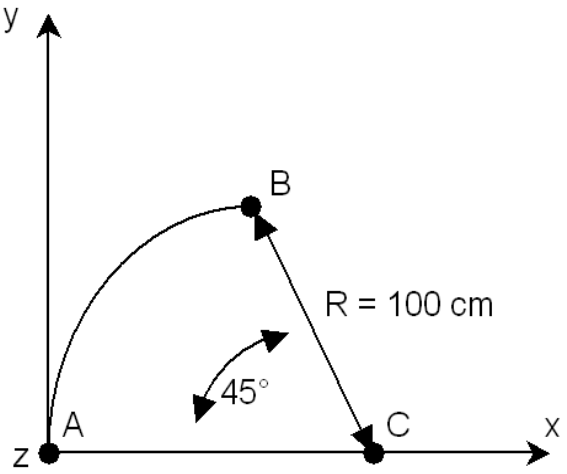


Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation POU_D_T_GD



Découpage : 8 éléments dans la longueur de l'arc

4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 9
Nombre de mailles et types : 8 SEG2

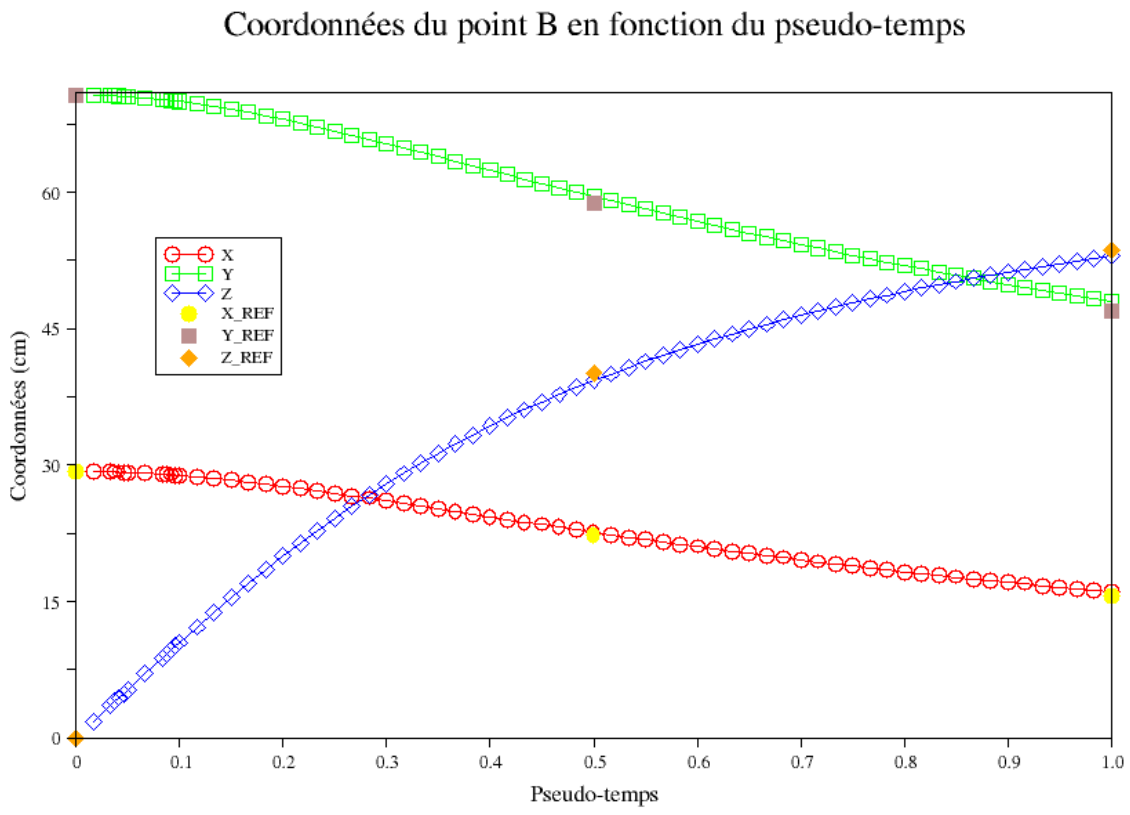
4.3 Grandeurs testées et résultats

Le chargement est appliqué en 60 pas de charge.

Chargement	Coordonnées	Référence	Type de référence	Tolérance
$F=300\,N$	X	22.28	'SOURCE_EXTERNE'	2 %
	Y	58.74	'SOURCE_EXTERNE'	2 %
	Z	40.12	'SOURCE_EXTERNE'	3 %
$F=600\mathrm{N}$	X	15.67	'SOURCE_EXTERNE'	3 %
	Y	46.99	'SOURCE_EXTERNE'	3 %
	Z	53.52	'SOURCE_EXTERNE'	1 %

4.4 Résultats graphiques de la modélisation B

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)



Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)

5 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus sont en très bon accord avec la référence et ce, quel que soit l'élément de poutre utilisé. On peut remarquer que l'élément multi-fibres obtient de meilleures tolérances que l'élément de poutre en grandes rotations, cependant ce dernier nécessite en pratique d'effectuer beaucoup moins de pas de chargement.

De plus, malgré une structure arquée, discrétisée en seulement 8 éléments et subissant de grandes rotations, la continuité des degrés de liberté aux nœuds des éléments est bien assurée pour les deux modélisations.

Document diffusé sous licence GNU FDL (http://www.gnu.org/copyleft/fdl.html)