

## SSNP113 - Rotation des contraintes principales (loi de MAZARS)

---

### Résumé :

Ce cas test de mécanique est inspiré des travaux de Willam [bib1] et a été utilisé dans le benchmark EDF/R&D « Modèles tridimensionnels de comportements non-linéaires du matériau béton en fissuration » [bib2] pour évaluer les modèles de comportement dédiés au béton. Il se caractérise par un trajet de chargement spécifique qui crée une rotation continue des contraintes principales. Il est utilisé ici pour tester l'implantation du modèle de Mazars dans sa version locale (modélisation 3D) et dans sa version délocalisée (modélisation 3D\_GRAD\_EPSI). La validation est effectuée par comparaison avec les résultats obtenus avec le code CASTEM2000 au LGCNSN (École Centrale de Nantes).

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie et conditions aux limites

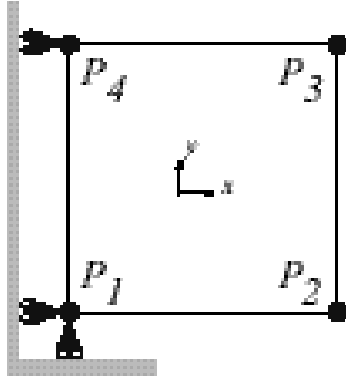


Figure 1.1-a : Géométrie et conditions aux limites

Longueur des arêtes :  $a = 0.56 \text{ m}$

Épaisseur :  $0.1 \text{ m}$

Le chargement est tel qu'on obtient un état de contrainte homogène et de type contraintes planes même si la modélisation dans Code\_Aster a été réalisée en 3D. Le chargement est imposé sous forme de déplacements imposés en deux étapes :

- 1) direction  $(\Delta \varepsilon_{xx}, \Delta \varepsilon_{yy}, \Delta \varepsilon_{xy}) = (1, -\nu, 0)$  jusqu'à la contrainte maximale (initiation de la phase adoucissante)
- 2) direction  $(\Delta \varepsilon_{xx}, \Delta \varepsilon_{yy}, \Delta \varepsilon_{xy}) = (1, 1.5, 1)$  jusqu'à  $\varepsilon_{xx} = 0.0015$

- 1)  $\varepsilon_{xx}$  : déplacement du côté délimité par le côté  $P_2 - P_3$  dans la direction  $OX$
- 2)  $\varepsilon_{yy}$  : déplacement du côté délimité par le côté  $P_3 - P_4$  dans la direction  $OY$
- 3)  $\varepsilon_{xy}$  : déplacement du côté délimité par le côté  $P_2 - P_3$  dans la direction  $OY$

Soit  $P5P6P7P8$  le plan du cube en  $z = 0.1$ .

Pratiquement, les conditions suivantes sont imposées

- pendant tout le chargement :  $P1P4P8P5$  :  $dx = 0$   
 $P1$  :  $dy = dz = 0$   
 $P5$  :  $dy = 0$
- pendant la phase 1 :  $P2, P6$  :  $dy = 0$   
 $P2P3P7P6$  :  $dx = 1$   
 $P3P4P8P7$  :  $dy = -0.2$
- pendant la phase 2 :  $P2P3P7P6$  :  $dx = 1$   
 $P4, P8$  :  $dy = 1.5$   
 $P3, P7$  :  $dy = 3.5$   
 $P2, P6$  :  $dy = 2$

## 1.2 Propriétés du matériau

Pour le modèle de Mazars, les paramètres suivants ont été utilisés :

Comportement élastique :

$$E = 32\,000 \text{ MPa}, \nu = 0.2$$

Comportement endommageant :

$$\varepsilon_{d0} = 9.375 \cdot 10^{-4}; A_c = 1.15; A_t = 0.8; B_c = 1391.3; B_t = 10\,000; k = 0.7$$

## 2 Solution de référence

Il s'agit d'une comparaison code-code. La référence utilisée est le code Castem2000 (version 2001). Les résultats ont été obtenus par le LGCNSN (École Centrale de Nantes) avec les mêmes paramètres matériaux et la même discrétisation en temps. Contrairement au calcul réalisé avec *Code\_Aster*, le calcul Castem a été réalisé en 2D sous l'hypothèse de contraintes planes.

La version délocalisée du modèle de Mazars a été testée avec une longueur caractéristique nulle de façon à vérifier qu'on retrouve les mêmes résultats qu'avec la version locale.

### 2.1 Références bibliographiques

- 1) Willam K., Pramono E. et Sture S. - Fundamental issues of smeared crack models, Proc. of the Int. Conf. on fracture and concrete and rock, Huston Texas, 1987, pp 17-19
- 2) CR-99-232, Evaluation tests on models of non-linear behaviour of cracking concrete using three dimensional modelling, Benchmark EDF/Division R&D – S. Ghavamian

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Modélisation 3D  
Élément MECA\_HEXA8

#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 8  
Nombre de mailles et type : 1 HEXA8

#### 3.3 Grandeurs testées et résultats

On compare à 3 pas de temps différents (à la fin de l'étape 1, pendant la phase de croissance de l'endommagement et à la fin du chargement) les déformations, les contraintes ainsi que la valeur de l'endommagement.

Identification	Référence	Aster	% différence
<b>N°10</b> $\varepsilon_{xx}$	$9.375 \cdot 10^{-5}$	$9.375 \cdot 10^{-5}$	$5.8 \cdot 10^{-14}$
$\sigma_{xx}$	$3.00 \cdot 10^6$	$3.00 \cdot 10^6$	$4.7 \cdot 10^{-14}$
$\varepsilon_{yy}$	$-1.875 \cdot 10^{-5}$	$-1.875 \cdot 10^{-5}$	$9.0 \cdot 10^{-14}$
$\sigma_{yy}$	0.	$-2.83 \cdot 10^{-10}$	$-2.83 \cdot 10^{-10}$
$\varepsilon_{xy}$	0.	0.	-
$\sigma_{xy}$	0.	0.	-
$D$	0.	$2.22 \cdot 10^{-16}$	$2.22 \cdot 10^{-16}$

Identification	Référence	Aster	% différence
<b>N°25</b> $\varepsilon_{xx}$	$1.64 \cdot 10^{-4}$	$1.64 \cdot 10^{-4}$	0.065
$\sigma_{xx}$	$2.04 \cdot 10^6$	$2.04 \cdot 10^6$	-0.048
$\varepsilon_{yy}$	$8.67 \cdot 10^{-5}$	$8.68 \cdot 10^{-5}$	0.099
$\sigma_{yy}$	$1.35 \cdot 10^6$	$1.35 \cdot 10^6$	-0.016
$\varepsilon_{xy}$	$7.03 \cdot 10^{-5}$	$7.04 \cdot 10^{-5}$	0.081
$\sigma_{xy}$	$6.34 \cdot 10^5$	$6.33 \cdot 10^5$	-0.016
$D$	0.66211	0.66238	0.040

Identification	Référence	Aster	% différence
<b>N°310</b> $\varepsilon_{xx}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$	0.06
$\sigma_{xx}$	$3.69 \cdot 10^5$	$3.69 \cdot 10^5$	-0.002
$\varepsilon_{yy}$	$2.09 \cdot 10^{-3}$	$2.09 \cdot 10^{-3}$	0.064
$\sigma_{yy}$	$4.59 \cdot 10^5$	$4.59 \cdot 10^5$	$5.22 \cdot 10^{-4}$
$\varepsilon_{xy}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$	0.063
$\sigma_{xy}$	$2.16 \cdot 10^5$	$2.16 \cdot 10^5$	$6.85 \cdot 10^{-4}$
$D$	0.99423	0.99424	$8.07 \cdot 10^{-4}$

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

L'utilisation de la version délocalisée du modèle de Mazars passe par l'utilisation de la modélisation 3D\_GRAD\_EPSI et implique l'utilisation d'éléments quadratiques.  
Le test est réalisé avec une longueur caractéristique nulle.

Modélisation : 3D\_GRAD\_EPSI  
Élément : MGCA\_HEX20

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 20  
Nombre de mailles et type : 1 HEXA20

### 4.3 Grandeurs testées et résultats

On compare à 3 pas de temps différents (à la fin de l'étape 1, pendant la phase de croissance de l'endommagement et à la fin du chargement) les déformations, les contraintes ainsi que la valeur de l'endommagement.

	Identification	Référence	Aster	% différence
<b>N°10</b>	$\varepsilon_{xx}$	$9.375 \cdot 10^{-5}$	$9.375 \cdot 10^{-5}$	$2.02 \cdot 10^{-13}$
	$\sigma_{xx}$	$3.00 \cdot 10^6$	$3.00 \cdot 10^6$	$-2.33 \cdot 10^{-13}$
	$\varepsilon_{yy}$	$-1.875 \cdot 10^{-5}$	$-1.875 \cdot 10^{-5}$	$5.42 \cdot 10^{-14}$
	$\sigma_{yy}$	0.	$5.98 \cdot 10^{-10}$	$5.98 \cdot 10^{-10}$
	$\varepsilon_{xy}$	0.	$6.88 \cdot 10^{-21}$	$6.88 \cdot 10^{-21}$
	$\sigma_{xy}$	0.	0.	-
	$D$	0.	$3.88 \cdot 10^{-15}$	$3.88 \cdot 10^{-15}$

	Identification	Référence	Aster	% différence
<b>N°25</b>	$\varepsilon_{xx}$	$1.64 \cdot 10^{-4}$	$1.64 \cdot 10^{-4}$	0.038
	$\sigma_{xx}$	$2.04 \cdot 10^6$	$2.04 \cdot 10^6$	$-1.89 \cdot 10^{-4}$
	$\varepsilon_{yy}$	$8.67 \cdot 10^{-5}$	$8.67 \cdot 10^{-5}$	0.022
	$\sigma_{yy}$	$1.35 \cdot 10^6$	$1.35 \cdot 10^6$	$-3.39 \cdot 10^{-4}$
	$\varepsilon_{xy}$	$7.03 \cdot 10^{-5}$	$7.03 \cdot 10^{-5}$	0.018
	$\sigma_{xy}$	$6.34 \cdot 10^5$	$6.34 \cdot 10^5$	$1.4 \cdot 10^{-5}$
	$D$	0.66211	0.66211	$-1.88 \cdot 10^{-4}$

	Identification	Référence	Aster	% différence
<b>N°310</b>	$\varepsilon_{xx}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$2.02 \cdot 10^{-13}$
	$\sigma_{xx}$	$3.69 \cdot 10^5$	$3.69 \cdot 10^5$	$9.02 \cdot 10^{-5}$
	$\varepsilon_{yy}$	$2.09 \cdot 10^{-3}$	$2.09 \cdot 10^{-3}$	$-2.39 \cdot 10^{-4}$
	$\sigma_{yy}$	$4.59 \cdot 10^5$	$4.59 \cdot 10^5$	$-8.66 \cdot 10^{-5}$
	$\varepsilon_{xy}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$	$1.41 \cdot 10^{-3}$	$1.23 \cdot 10^{-13}$
	$\sigma_{xy}$	$2.16 \cdot 10^5$	$2.16 \cdot 10^5$	$7.66 \cdot 10^{-5}$
	$D$	0.99423	0.99423	$4.42 \cdot 10^{-4}$

## 5 Synthèse des résultats

---

Avec des écarts très faibles de l'ordre de 0.05 % au maximum sur les contraintes dans la phase la plus non-linéaire et de l'ordre de 0.002 % après endommagement complet sur un test où les chargements ne sont pas radiaux, on peut considérer que l'implantation du modèle de Mazars aussi bien en version locale que non-locale, est fidèle au modèle original.