

SSNV105 - Modèle BETON_GRANGER_V : essai de fluage avec prise en compte de l'humidité relative et du vieillissement.

Résumé :

Ce cas-test de mécanique quasi-statique non linéaire simule un essai de fluage uniaxial. Il a pour objectif de valider la relation de comportement de « Granger », permettant de modéliser le fluage propre des bétons. Ce modèle permet de prendre en compte les effets de l'hygrométrie et du vieillissement.

Il s'agit d'un cas-test sur le point matériel, réalisés à l'aide de la commande `SIMU_POINT_MAT`.

La contrainte appliquée est constante. On étudie séparément l'effet de l'hygrométrie et du vieillissement :

- `ssnv105a` : l'humidité relative décroît linéairement, le béton est non-vieillissant ;
- `ssnv105b` : l'humidité relative est constante et égale à la valeur de référence, le béton est vieillissant.

Les résultats obtenus par *Code_Aster* sont comparés avec la solution analytique de référence.

1 Problème de référence

1.1 Géométrie

Le test est réalisé sur le point matériel, à l'aide de la commande SIMU_POINT_MAT.

1.2 Propriétés des matériaux

Elasticité isotrope (mot-clé ELAS_FO)

$$E = 30000 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0,2$$

$$\alpha = 10^{-5}$$

Fonction de vieillissement
(mot-clé V_BETON_GRANGER)

$$k(t_c) = \frac{28^{0,2} + 0,1}{t_c^{0,2} + 0,1}$$

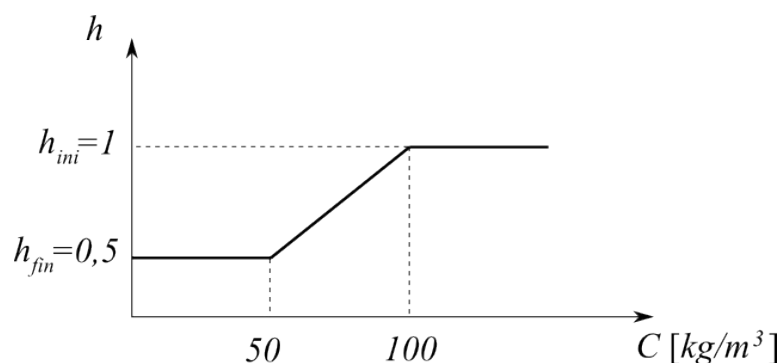
Fluage propre : propriétés des chaînes de Kelvin
(mot-clé BETON_GRANGER)

$J_1 = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ jours}$
$J_2 = 2,6 \cdot 10^{-7} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ jours}$
$J_3 = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_3 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ jours}$
$J_4 = 2,71 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_4 = 2 \text{ jours}$
$J_5 = 8,08 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_5 = 2 \cdot 10 \text{ jours}$
$J_6 = 1,808 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_6 = 2 \cdot 10^2 \text{ jours}$
$J_7 = 1,901 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_7 = 2 \cdot 10^3 \text{ jours}$
$J_8 = 1,139 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$	$\tau_8 = 2 \cdot 10^4 \text{ jours}$

Tableau 1.2-1

La **fonction de désorption** (à renseigner sous le mot-clé ELAS_FO) décrit l'allure de l'humidité relative h en fonction de la teneur en eau C (qui correspond à la variable de commande Code_Aster SECH).

- Pour la modélisation A, cette fonction est linéaire si $50 \text{ kg/m}^3 \leq C \leq 100 \text{ kg/m}^3$ et constante au dehors de ces bornes ; l'humidité varie entre la valeur initiale $h_0 = 1$ et la valeur finale $h_f = 0,5$ et, comme montré dans la Figure 1.2-1.
- Pour la modélisation B, elle est constante et égale à $h = 1$ (ou 100%)



1.3 Conditions aux limites et chargements

- **Conditions aux limites en mécanique** : traction uniaxiale. La contrainte imposée (composante SIZZ) est égale à $\sigma_{zz} = \sigma_0 = 10 \text{ MPa}$. On maintient le chargement pendant 1 an.
- **Température** : on impose uniformément sur la structure une température constante de $T = 20^\circ \text{C}$, égale à la température de référence. De ce fait, le retrait thermique est nul.
- **Teneur en eau** :
 - Pour la modélisation A, cette fonction a une allure linéaire. Elle vaut $C_0 = 100$ au temps initial $t_0 = 0$ et $C_f = 50$ au temps final $t_f = 365$ jours.
 - Pour la modélisation B, elle est constante et égale à $h = h_0 = 1$ (ou 100%)

2 Solution de référence

2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Il s'agit d'un test 1D. La contrainte uniaxiale vaut : $\sigma = \sigma_0 \cdot H(t_0)$ où t_0 est l'instant de chargement. La fonction de Heavyside $H(t_0)$ permet d'appliquer le chargement σ_0 instantanément.

On définit la contrainte équivalente $S(t) = h(t) \cdot \sigma(t)$. On a : $S_0 = S(t_0) = \sigma_0 \cdot h_0$.

On peut expliciter le saut initial de contrainte en écrivant la déformation de fluage de la manière suivante :

$$\varepsilon^fl(t) = S_0 J(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} J(t, \tau) \dot{S} d\tau$$

2.1.1 Modélisation A

Dans la modélisation A, on a :

- Pour $t > t_0^+$ on a : $S(t) = \sigma_0 \left(h_0 + (h_f - h_0) \frac{t - t_0}{t_f - t_0} \right)$ donc : $\dot{S} = \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0}$
- $J(t, \tau) = \sum_{s=1}^8 J_s \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{t - \tau}{\tau_s} \right] \right)$

$$\varepsilon^fl(t) = \sigma_0 h_0 J(t, t_0) + \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} J(t, \tau) \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} d\tau$$

En remplaçant $J(t, \tau)$ on a :

$$\varepsilon^fl(t) = \sigma_0 h_0 J(t, t_0) + \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \sum_{s=1}^8 J_s \int_{\tau=t_0}^{\tau=t} \left(1 - \exp \left[-\frac{t - \tau}{\tau_s} \right] \right) d\tau$$

On obtient :

$$\varepsilon^f(t) = \sigma_0 h_0 \sum_{s=1}^8 J_s \left(1 - \exp \left[-\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right) - \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \sum_{s=1}^8 \tau_s J_s \left(1 - \exp \left[-\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right) + \sigma_0 \frac{h_f - h_0}{t_f - t_0} \left(\sum_{s=1}^8 J_s \right) (t - t_0)$$

La déformation totale se calcule comme la somme de la déformation de fluage et de la déformation élastique :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^e(t) + \varepsilon^f(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \varepsilon^f(t)$$

2.1.2 Modélisation B

Dans la modélisation B, on a :

- Pour $t > t_0^+$ on a : $S(t) = \sigma_0 h_0 = \text{constante}$ donc : $\dot{S} = 0$
- $J(t, \tau) = k(\tau) \sum_{s=1}^8 J_s \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{t-\tau}{\tau_s} \right] \right)$

On a donc :

$$\varepsilon^f(t) = \sigma_0 h_0 \sum_{s=1}^8 k(t_0) J_s \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{t-t_0}{\tau_s} \right] \right)$$

La déformation totale vaut :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon^e(t) + \varepsilon^f(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \varepsilon^f(t)$$

2.2 Résultats de référence

On s'intéressera aux valeurs des déformations à 365 jours.

3 Modélisation A

3.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un test sur le point matériel.

L'humidité relative varie de manière linéaire sur l'intervalle de temps considéré dans l'étude : $h_0=1$ au temps initial $t_0=0$ et $h_f=50$ au temps final $t_f=365$ jours.

Il n'y a pas de vieillissement.

3.2 Caractéristiques du maillage

Néant

3.3 Grandeurs testées et résultats

On teste la valeur de la déformation longitudinale (dans la direction du chargement) ε_{zz}^f à 365 jours.

Variables	Instant	Référence
ε_{zz}^f	31536000.0 sec (365 jours)	0.0005328650

Tableau 3.3-1

4 Modélisation B

4.1 Caractéristiques de la modélisation

Il s'agit d'un test sur le point matériel.

L'humidité relative est constante sur l'intervalle de temps considéré dans l'étude : $h_0 = 1$.

L'instant initiale du calcul est $t_0 = 0$, l'instant final est $t_f = 365$ jours.

On prend en compte le vieillissement. Le matériau est chargé à trois âges différents : 2, 10 et 28 jours.

Afin de modifier l'âge de chargement, on initialise la variable interne correspondante (V55) dans ETAT_INIT de STAT_NON_LINE.

4.2 Caractéristiques du maillage

Néant

4.3 Grandeurs testées et résultats

On teste les valeurs de la déformation longitudinale ε_{zz}^f aux numéros d'ordre correspondant à 365 jours.

Age au chargement	Variable testé	Instant	Référence
2	ε_{zz}^f	365 jours	0.0008647473
10	ε_{zz}^f	365 jours	0.0007271718
28	ε_{zz}^f	365 jours	0.0006574566

Tableau 4.3-1

5 Synthèse des résultats

Les résultats obtenus avec *Code_Aster* sont proches de ceux de la solution de référence (écarts $< 10^{-4}\%$)