

## SSNV112 - Cylindre creux en incompressible (grandes déformations)

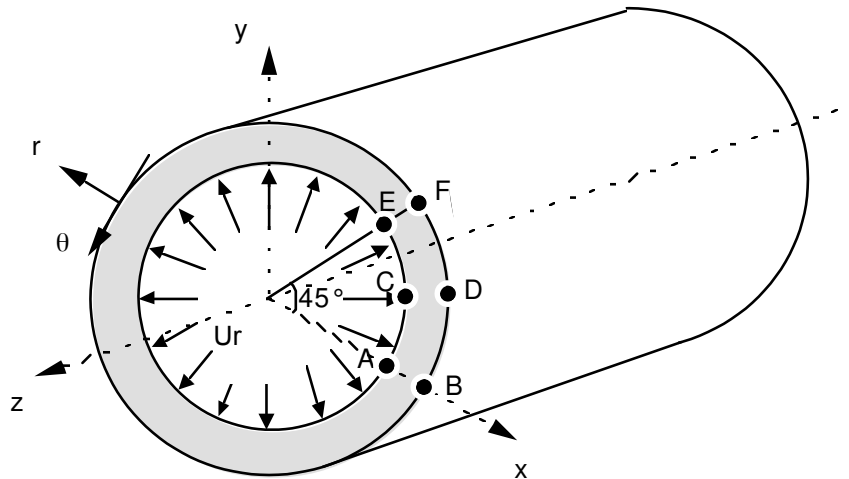
---

### Résumé :

Ce test permet de valider les éléments quasi-incompressibles en grandes déformations, en statique pour un problème tridimensionnel, axisymétrique ou bidimensionnel (déformations planes). On considère un cylindre creux soumis à un déplacement radial interne. Le matériau a un coefficient de Poisson égal à 0.4999 et on utilise les éléments quasi-incompressibles `INCO_UPG/INCO_UPGB` avec les déformations de `SIMO_MIEHE` et `GDEF_LOG` et les éléments `INCO_UP` avec les déformations `GDEF_LOG`.

## 1 Problème de référence

### 1.1 Géométrie



Rayon interne  $a = 0.1$  m  
Rayon externe  $b = 0.2$  m

Coordonnées des points :

	A	B	E	F	C	D
x	0.1	0.2	$0.1 \times \cos(45)$	$0.2 \times \cos(45)$	$0.1 \times \cos(22.5)$	$0.2 \times \cos(22.5)$
y	0	0	$0.1 \times \sin(45)$	$0.1 \times \sin(45)$	$0.1 \times \sin(22.5)$	$0.1 \times \sin(22.5)$
z	0	0	0	0	0	0

### 1.2 Propriétés du matériau

$$E = 2.10^5 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.4999$$

### 1.3 Conditions aux limites et chargements

Déplacement radial  $U_0 = 6.10^{-5} \text{ m}$  (expansion)

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul

Pour le problème étudié, le déplacement  $\mathbf{u}$  est radial et donc de la forme  $\mathbf{u}=[u,0,0]$ .

On en déduit la forme générale du tenseur des déformations en grandes déformations :

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} (1+u')^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ainsi que l'expression du tenseur des contraintes, qui s'écrit simplement si on prend en compte le fait que  $J = \det \mathbf{F} = 1$  pour un problème incompressible :

$\boldsymbol{\sigma} = -p \mathbf{I}_d + \mu \mathbf{b}^d$ , soit :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = -p + \mu \left( \frac{2}{3}(1+u')^2 - \frac{1}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = -p + \mu \left( -\frac{1}{3}(1+u')^2 + \frac{2}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{zz} = -p + \mu \left( -\frac{1}{3}(1+u')^2 - \frac{1}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right)^2 + \frac{2}{3} \right) \\ \sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = \sigma_{\theta z} = 0 \end{cases}$$

L'écriture des équations d'équilibre conduit à la vérification d'une seule équation :

$$\sigma'_{rr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0$$

qui permet de déterminer la pression  $p$  connaissant le champ de déplacement radial  $u$  :

$$p' = \mu \left( \frac{4}{3}(1+u')u'' - \frac{2}{3} \left(1+\frac{u}{r}\right) \left( \frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} \right) + \frac{(1+u')^2}{r} - \frac{\left(1+\frac{u}{r}\right)^2}{r} \right)$$

### 2.2 Particularisation de la solution

La condition d'incompressibilité s'écrit  $\det \mathbf{F} = 1$  avec  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 1+u' & 0 & 0 \\ 0 & 1+\frac{u}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . Le déplacement  $u$

vérifie donc l'équation différentielle suivante :

$$ru' + u + u'u = 0 \quad \text{éq 2.2-1}$$

Le chargement imposé est le suivant  $u = U_0$  en  $r = a$ .

La solution en déplacement est donc :

$$\begin{cases} u_r = -r + r \sqrt{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} \\ u_\theta = u_z = 0 \end{cases}$$

Le tenseur des déformations a donc pour expression :

$$\begin{cases} b_{rr} = \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} \\ b_{\theta\theta} = \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} \\ b_{zz} = 1 \\ b_{r\theta} = b_{z\theta} = b_{\theta z} = 0 \end{cases}$$

Et les contraintes valent :

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = -p + \mu \left( \frac{2}{3} \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} - \frac{1}{3} \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{\theta\theta} = -p + \mu \left( -\frac{1}{3} \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} + \frac{2}{3} \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} - \frac{1}{3} \right) \\ \sigma_{zz} = -p + \mu \left( -\frac{1}{3} \frac{r^2}{r^2 + U_0(U_0 + 2a)} - \frac{1}{3} \frac{r^2 + U_0(U_0 + 2a)}{r^2} + \frac{2}{3} \right) \\ \sigma_{r\theta} = \sigma_{z\theta} = \sigma_{\theta z} = 0 \end{cases}$$

avec  $p$  obtenu par intégration de [éq 2.2-1] qui vaut :

$$p = \mu \left( \frac{U_0(U_0 + 2a)}{6r^2} - \frac{2U_0(U_0 + 2a)}{3(U_0(U_0 + 2a) + r^2)} - \log(r) + \frac{1}{2} \log(U_0(U_0 + 2a) + r^2) \right) + C$$

où  $C$  est une constante

On obtient finalement les valeurs numériques suivantes :

en $r=0.1$ :	en $r=0.2$ :
$u_r = 6.10^{-5}$	$u_r = 3.006710^{-5}$
$\sigma_{rr} = -59.9955$	$\sigma_{rr} = 0.$
$\sigma_{\theta\theta} = 99.9566$	$\sigma_{\theta\theta} = 40.006$
$\sigma_{zz} = 19.9326$	$\sigma_{zz} = 20.$
$E_{rr} = 0,0005994604316761909$	
$E_{\theta\theta} = -0.0006001799999999502$	

Le passage dans le système cartésien se fait à l'aide des relations suivantes :

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \sigma_{rr} \cos^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \sin^2 \theta - 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{\theta\theta} &= \sigma_{rr} \sin^2 \theta + \sigma_{\theta\theta} \cos^2 \theta + 2 \sigma_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_{zz} &= \sigma_{rr} \sin \theta \cos \theta - \sigma_{\theta\theta} \sin \theta \cos \theta - 2 \sigma_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)\end{aligned}$$

## 2.3 Grandeurs et résultats de référence

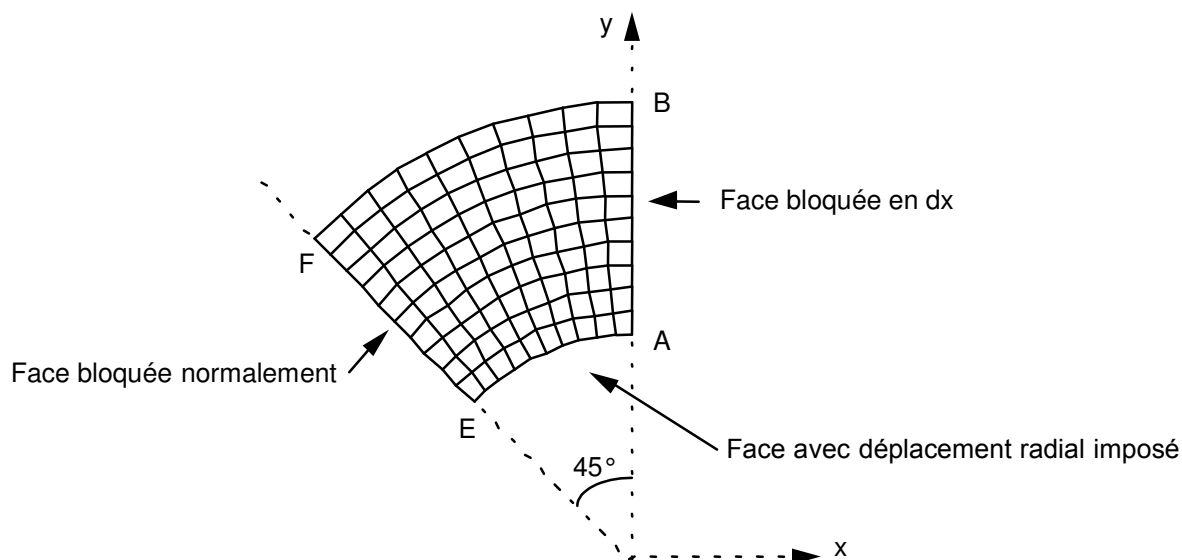
On compare aux valeurs de référence :

- les déplacements  $(u, v)$  aux points  $A$  et  $F$ ,
- les contraintes  $(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy})$  aux points  $A$  et  $F$ ,
- les contraintes de Von Mises et Tresca ainsi que les valeurs propres du tenseur des contraintes au point  $A$ .

## 3 Modélisation A

### 3.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='SIMO\_MIEHE') incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe  $z$  :

- épaisseur totale  $e=0.01$
- 2 couches d'éléments

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ( $z=0$ et
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	
$z=0.01$ )			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face $AB$
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face $EF$
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face $AE$

### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds  
Nombre de mailles : 240 HEXA20

### 3.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.035
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.012
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.035
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005

Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$E_{xx}$	ANALYTIQUE	0.000599576100401	2.E-4
	$E_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00059885996551	2.2E-3

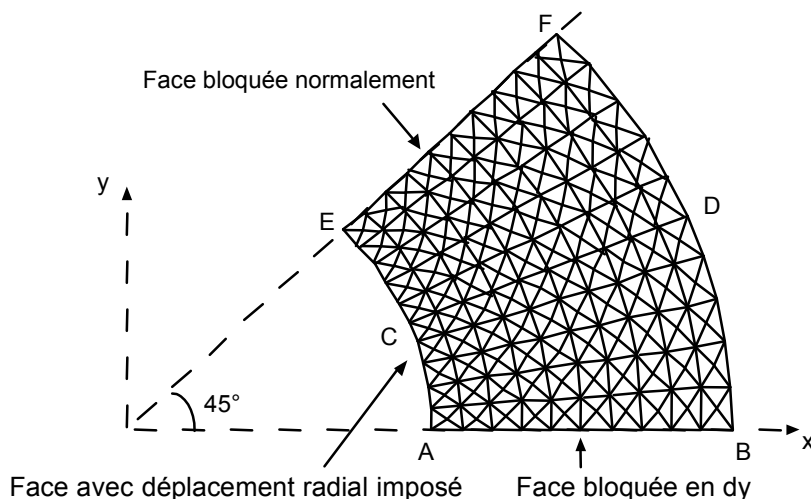
### 3.4 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.1% pour les déplacements, inférieurs à 3.5 % pour les contraintes et inférieure à 0.03% pour les déformations.

## 4 Modélisation B

### 4.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='SIMO\_MIEHE') incompressibles de type TETRA10 uniquement



$AB$  est sur l'axe  $OX$  (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

```
DDL_IMPO = GROUP_NO = 'FACSUP'  DZ = 0.          faces  $AEFD$  (  $z=0$  et
           GROUP_NO = 'FACINF'  DZ = 0.           $z=0.01$  )
           GROUP_NO = 'FACEAB'  DY = 0.          face  $AB$ 
FACE_IMPO = GROUP_MA = 'FACEEF'  DNOR = 0.       face  $EF$ 
           GROUP_MA = 'FACEAE'  DNOR = -6.10-5 face  $AE$ 
```

### 4.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2064

Nombre de mailles : 1121 TETRA10



### 4.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$2. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.025
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.01
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.01
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.025
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.01

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	-20.003	0.01

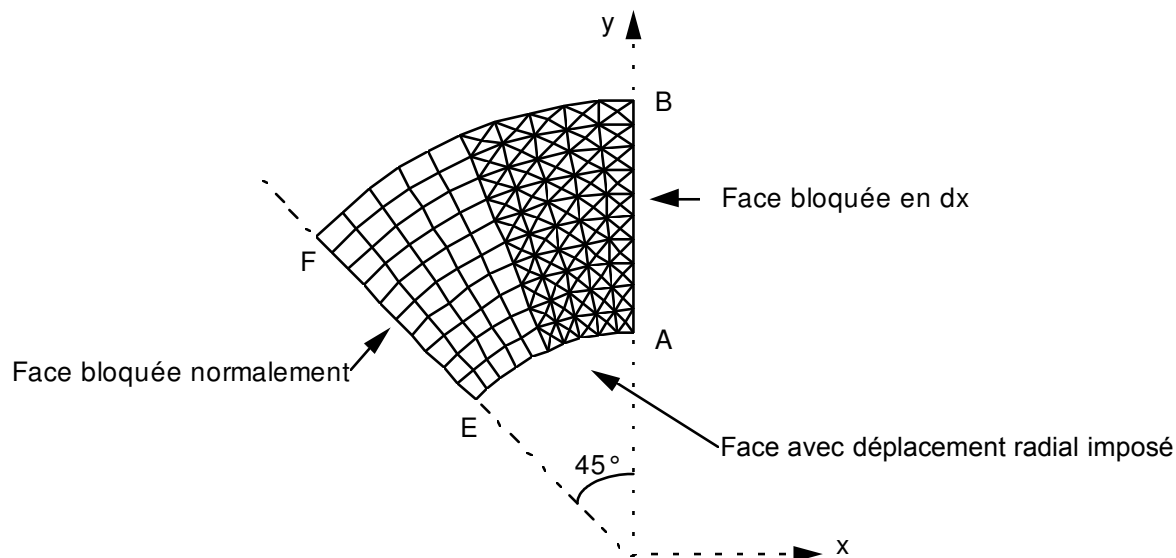
### 4.4 Remarques

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects puisque les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 3 % voire 1 % au point F. L'écart est ici un peu plus important que pour les HEXA20, mais peut s'expliquer par le fait que le chargement est imposé ici de manière un peu moins précise puisque le déplacement  $u$  au point A, n'est défini qu'à une précision de 0.158% contre 0.077% (soit le facteur 2, qu'on retrouve sur les contraintes).

## 5 Modélisation C

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D\_PLAN\_INCO\_UPG (DEFORMATION='SIMO\_MIEHE') incompressibles de type TRIA6 et QUAD8



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'GRNM11'	DX = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'GRMA12'	DNOR = 0.	côté EF
	GROUP_MA = 'GRMA13'	DNOR = -6. 10 <sup>-5</sup>	face AE

Nom des nœuds :

A=N2 , B=N361 , C=N121 , D=N584 , E=N155 , F=N503

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

### 5.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$5. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$

Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $E_{xx}$	ANALYTIQUE	0.000601357472911	4 %
$E_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.000604235469839	0,7 %

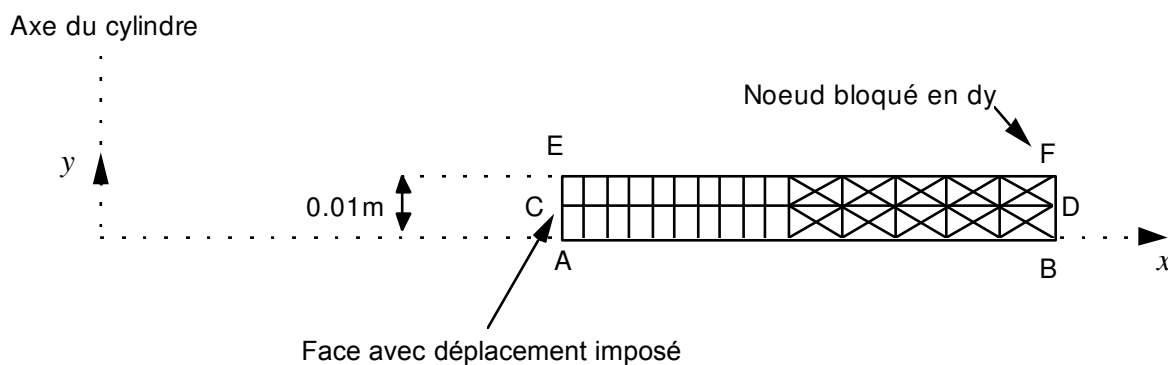
### 5.4 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

## 6 Modélisation D

### 6.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_UPG` (`DEFORMATION='SIMO_MIEHE'`) incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

<code>DDL_IMPO =</code>	<code>GROUP_NO = 'FAC SUP'</code>	<code>DY = 0.</code>	côté <i>EF</i>
	<code>GROUP_NO = 'FAC INF'</code>	<code>DY = 0.</code>	côté <i>AB</i>
<code>FACE_IMPO =</code>	<code>GROUP_MA = 'FACE AE'</code>	<code>DX = 6. 10<sup>-5</sup></code>	face <i>AE</i>

### 6.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

## 6.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	$5. 10^{-3}$
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	$5. 10^{-3}$
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	$5. 10^{-3}$
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	$5. 10^{-3}$

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$3. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.0	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	40.006	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$5. 10^{-3}$

Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $E_{xx}$	ANALYTIQUE	-0.000598704996172	2E-3

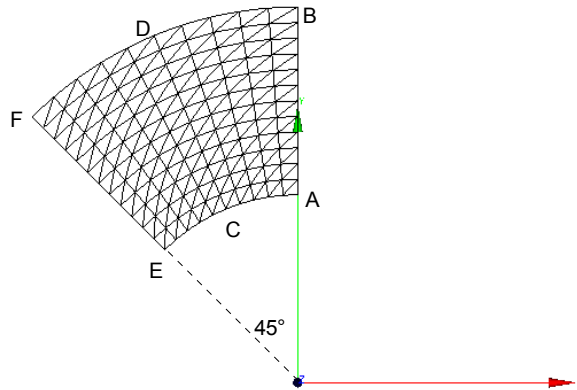
## 6.4 Remarques

La précision obtenue est très bonne puisque toutes les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 0.5% .

## 7 Modélisation E

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='SIMO\_MIEHE') incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ( $z=0$ et
$z=0.01$ )			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face <i>AE</i>

### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861  
Nombre de mailles : 480 PENTA15

## 7.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

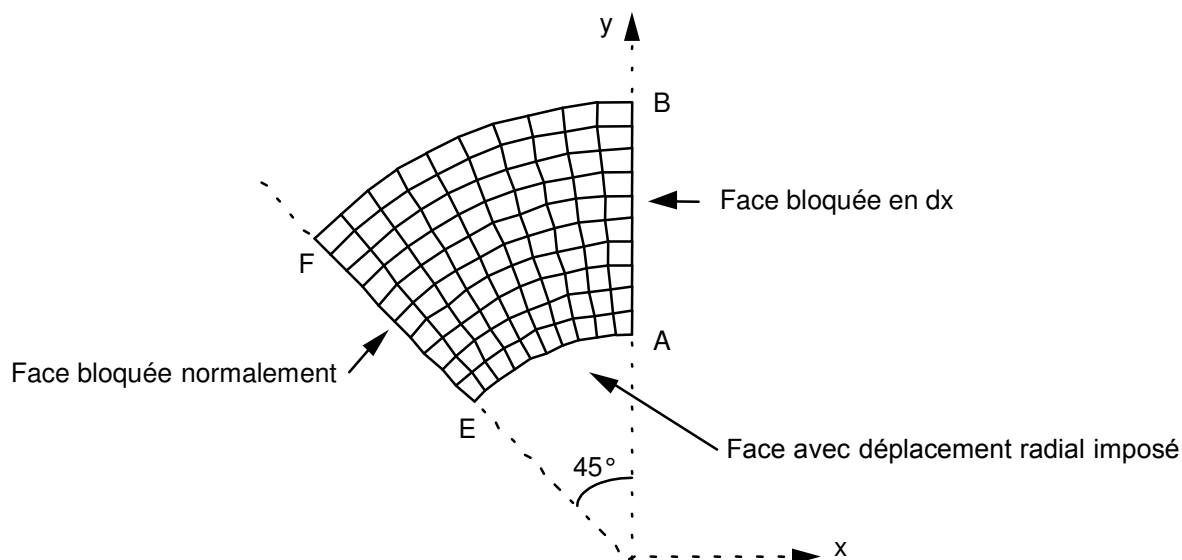
Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.005
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.05
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.05
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.05

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.04
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.17
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.07
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.008

## 8 Modélisation F

### 8.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe  $z$  :

- épaisseur totale  $e=0.01$
- 2 couches d'éléments

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ( $z=0$ et
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	
$z=0.01$ )			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face $AB$
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face $EF$
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face $AE$

### 8.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds  
Nombre de mailles : 240 HEXA20



### 8.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.05
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.0025
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.005
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0005
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	0.005
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	0.005
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0025
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0015

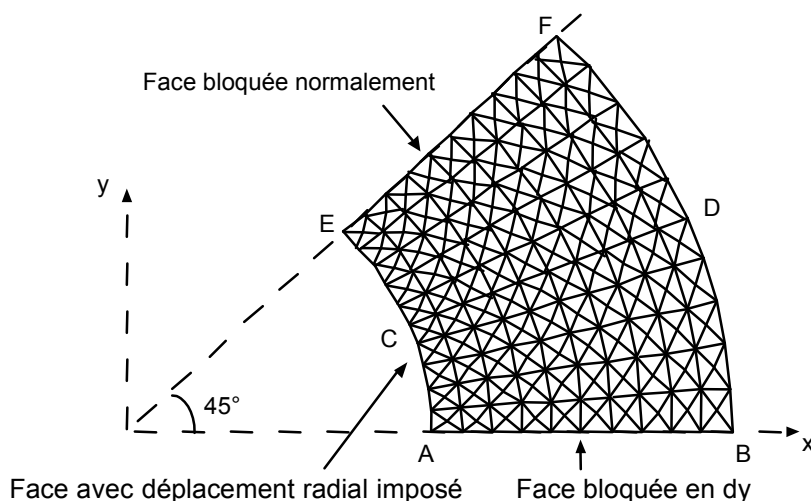
### 8.4 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.5% pour les déplacements et inférieurs à 5 % pour les contraintes.

## 9 Modélisation G

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type TETRA10 uniquement



$AB$  est sur l'axe  $OX$  (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ( $z=0$ et
			$z=0.01$ )
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DY = 0.	face $AB$
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face $EF$
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face $AE$

### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2064

Nombre de mailles : 1121 TETRA10

### 9.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$2. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.002
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.002
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.002

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.003
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	-20.003	0.01

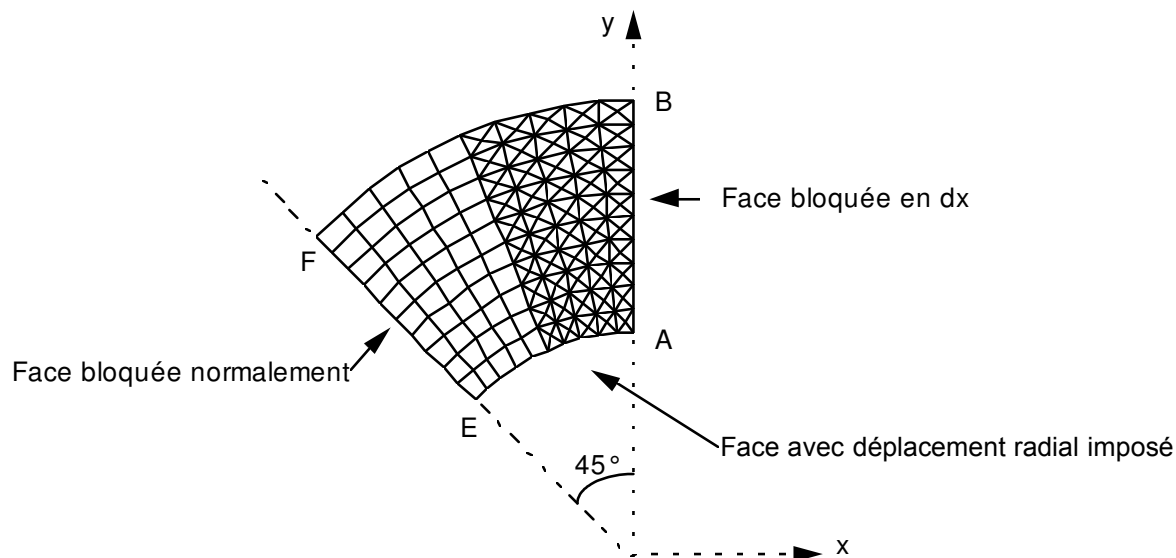
### 9.4 Remarques

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects puisque les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 3 % voire 1 % au point F. L'écart est ici un peu plus important que pour les HEXA20, mais peut s'expliquer par le fait que le chargement est imposé ici de manière un peu moins précise puisque le déplacement  $u$  au point A, n'est défini qu'à une précision de 0.158% contre 0.077% (soit le facteur 2, qu'on retrouve sur les contraintes).

## 10 Modélisation H

### 10.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D\_PLAN\_INCO\_UPG (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type TRIA6 et QUAD8



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'GRNM11'	DX = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'GRMA12'	DNOR = 0.	coté EF
	= GROUP_MA = 'GRMA13'	DNOR = -6. 10 <sup>-5</sup>	face AE

Nom des nœuds :

$A=N2$  ,  $B=N361$  ,  $C=N121$  ,  $D=N584$  ,  $E=N155$  ,  $F=N503$

### 10.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

## 10.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.02
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.006
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.006
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.003
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.006

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	$2.5 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-4}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	$2. 10^{-3}$

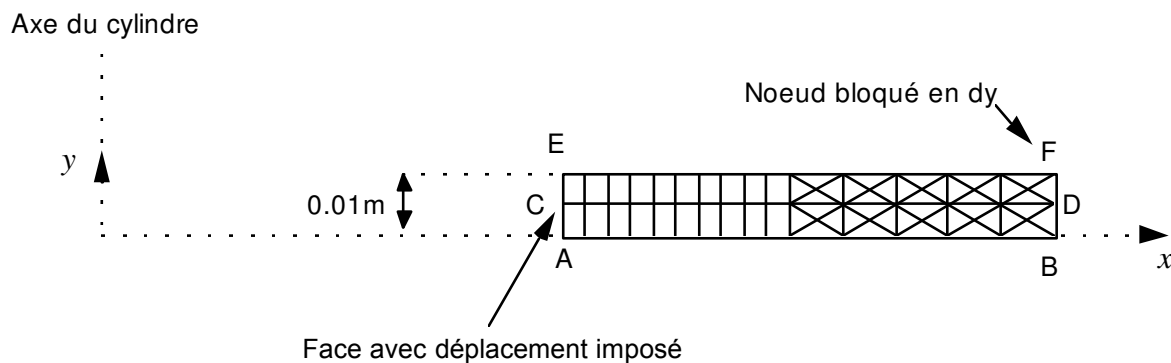
## 10.4 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

## 11 Modélisation I

### 11.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_UPG` (`DEFORMATION='GDEF_LOG'`) incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

<code>DDL_IMPO =</code>	<code>GROUP_NO = 'FACSUP'</code>	<code>DY = 0.</code>	côté <i>EF</i>
	<code>GROUP_NO = 'FACINF'</code>	<code>DY = 0.</code>	côté <i>AB</i>
<code>FACE_IMPO =</code>	<code>GROUP_MA = 'FACEAE'</code>	<code>DX = 6. 10<sup>-5</sup></code>	face <i>AE</i>

### 11.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

## 11.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	$2. 10^{-3}$
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	$2. 10^{-3}$
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	$3. 10^{-3}$
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-4}$
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	$2. 10^{-3}$

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$3. 10^{-5}$	$5. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.0	$3. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	40.006	$3. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$5. 10^{-3}$

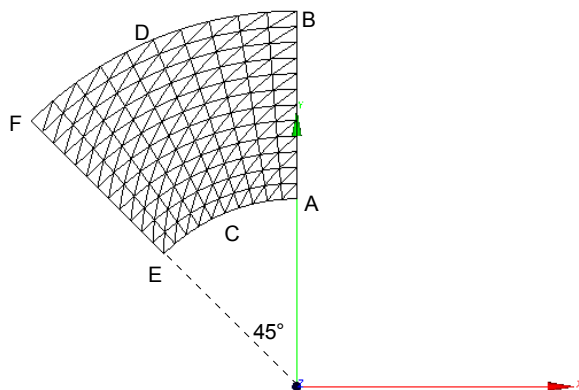
## 11.4 Remarques

La précision obtenue est très bonne puisque toutes les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 0.5% .

## 12 Modélisation J

### 12.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ( $z=0$ et
$z=0.01$ )			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face <i>AE</i>

### 12.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861  
Nombre de mailles : 480 PENTA15



### 12.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

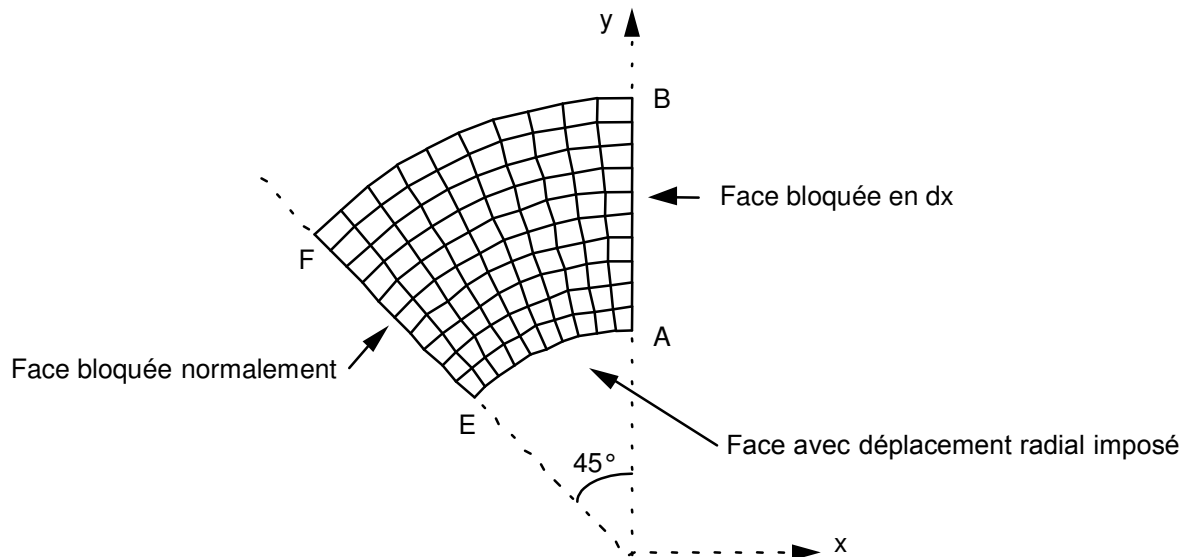
Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.0002
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.007
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.0008
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.05
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.05
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.05

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.007
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0006
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	$3. 10^{-5}$
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0004

## 13 Modélisation K

### 13.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UP (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type HEXA20 uniquement



Suivant l'axe  $z$  :

- épaisseur totale  $e=0.01$
- 2 couches d'éléments

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ( $z=0$ et
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	
$z=0.01$ )			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face <i>AE</i>

### 13.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501 nœuds  
Nombre de mailles : 240 HEXA20

### 13.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.05
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.0025
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.005
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0005
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	0.005
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	0.005
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0025
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0015

Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$E_{xx}$	ANALYTIQUE	0.000599576100401	2E-4
	$E_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00059885996551	2.2E-3

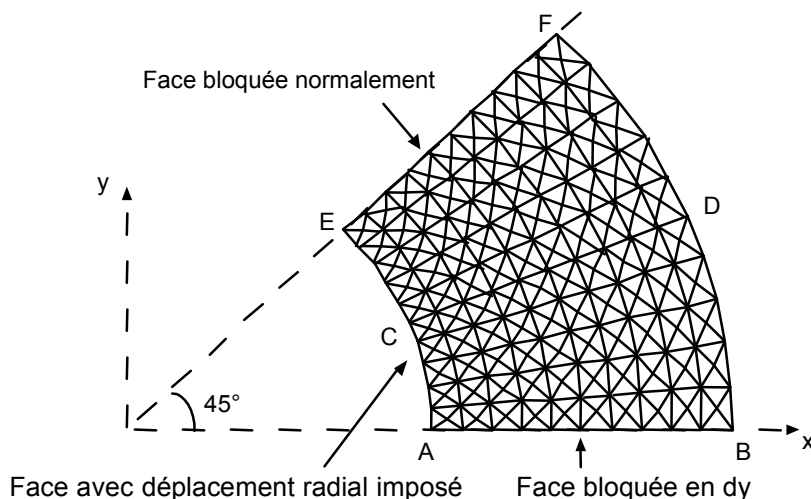
### 13.4 Remarques

On obtient de très bons résultats puisque pour toutes les grandeurs examinées, la différence entre la solution obtenue avec le code et la solution analytique est inférieure à 0.5% pour les déplacements et inférieurs à 5 % pour les contraintes.

## 14 Modélisation L

### 14.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UP (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type TETRA10 uniquement



$AB$  est sur l'axe  $OX$  (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ( $z=0$ et
			$z=0.01$ )
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DY = 0.	face $AB$
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face $EF$
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face $AE$

### 14.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2064

Nombre de mailles : 1121 TETRA10

### 14.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$2. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.002
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.002
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.002

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.003
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	-20.003	0.01

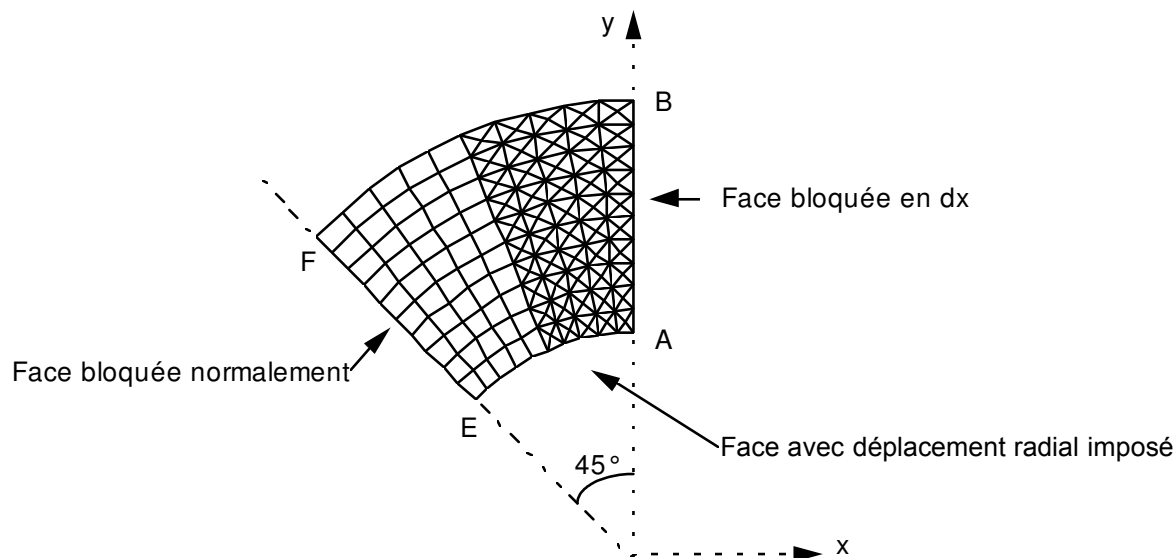
### 14.4 Remarques

Les résultats obtenus sont tout à fait corrects puisque les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 3 % voire 1 % au point F. L'écart est ici un peu plus important que pour les HEXA20, mais peut s'expliquer par le fait que le chargement est imposé ici de manière un peu moins précise puisque le déplacement  $u$  au point A, n'est défini qu'à une précision de 0.158% contre 0.077% (soit le facteur 2, qu'on retrouve sur les contraintes).

## 15 Modélisation M

### 15.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D\_PLAN\_INCO\_UP (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type TRIA6 et QUAD8



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'GRNM11'	DX = 0.	côté AB
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'GRMA12'	DNOR = 0.	côté EF
	= GROUP_MA = 'GRMA13'	DNOR = -6. 10 <sup>-5</sup>	face AE

Nom des nœuds :

$A=N2$  ,  $B=N361$  ,  $C=N121$  ,  $D=N584$  ,  $E=N155$  ,  $F=N503$

### 15.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591

Nombre de mailles : 200 TRIA6, 50 QUAD8.

## 15.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-4}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.02
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.006
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.006
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.02
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.003
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.006

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	$2.5 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-4}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	$2. 10^{-3}$

Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $E_{xx}$	ANALYTIQUE	0.000601356410318	4E-3
$E_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.000604235469839	7.0E-3

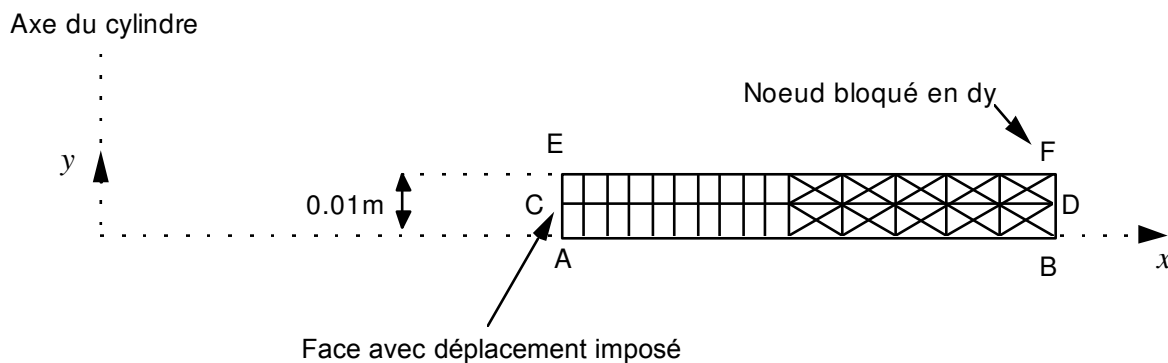
## 15.4 Remarques

Comme pour la modélisation 3D, les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants.

## 16 Modélisation N

### 16.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_UP` (`DEFORMATION='GDEF_LOG'`) incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

<code>DDL_IMPO =</code>	<code>GROUP_NO = 'FACSUP'</code>	<code>DY = 0.</code>	côté <i>EF</i>
	<code>GROUP_NO = 'FACINF'</code>	<code>DY = 0.</code>	côté <i>AB</i>
<code>FACE_IMPO =</code>	<code>GROUP_MA = 'FACEAE'</code>	<code>DX = 6. 10<sup>-5</sup></code>	face <i>AE</i>

### 16.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.

Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.



## 16.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	$2. 10^{-3}$
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	$2. 10^{-3}$
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	$3. 10^{-3}$
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-4}$
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	$2. 10^{-3}$

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$3. 10^{-5}$	$5. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.0	$3. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	40.006	$3. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$5. 10^{-3}$

Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $E_{xx}$	ANALYTIQUE	-0.000598704996172	2E-3

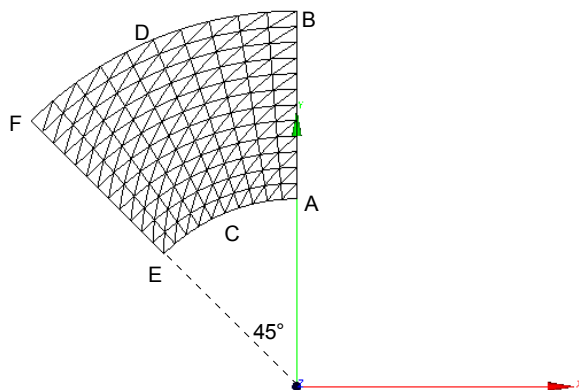
## 16.4 Remarques

La précision obtenue est très bonne puisque toutes les contraintes sont obtenues avec une précision inférieure à 0.5% .

## 17 Modélisation O

### 17.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UP (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces <i>AEFD</i> ( $z=0$ et
$z=0.01$ )			
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DX = 0.	face <i>AB</i>
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face <i>EF</i>
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face <i>AE</i>

### 17.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861  
Nombre de mailles : 480 PENTA15

## 17.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

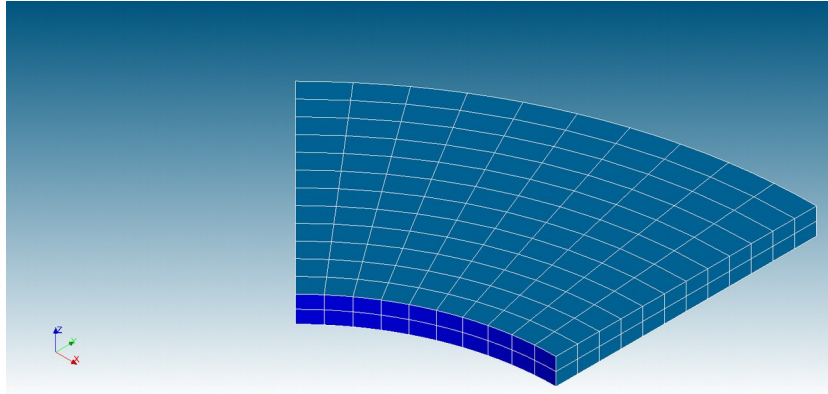
Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.0002
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.007
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.0008
	VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
	TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
	PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.008
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0002
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001

Identification		Type de référence	Référence	Tolérance
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$4. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.007
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0006
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	$3. 10^{-5}$
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0004

## 18 Modélisation P

### 18.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='SIME\_MIEHE') incompressibles de type HEXA20 uniquement.



### 18.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501  
Nombre de mailles : 240 PENTA15

### 18.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU et EPSG\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance	
$A$	$u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
	$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.01
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.035
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	1.2
	$E_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.0002
$E_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.0025	
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02	
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02	
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02	
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.035	
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.01	
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02	
$F$	$u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005

$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005

Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification		Type de référence	Lieu
ERME_ELEM	NUEST	NON_REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO	ERREST	NON_REGRESSION	Nœud A

## 19 Modélisation Q

### 19.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='SIME\_MIEHE') incompressibles de type TETRA4 uniquement.

### 19.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 336  
Nombre de mailles : 1126 TETRA4

### 19.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU et EPSG\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$2. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.025
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	3.0
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.01
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.01
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.025
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.01

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.01

Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification	Type de référence	Lieu
ERME_ELEM NUEST	NON_REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO ERREST	NON_REGRESSION	Nœud A

## 20 Modélisation R

### 20.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D\_PLAN\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='SIME\_MIEHE') incompressibles de type TRIA6 et QUAD8.

### 20.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591  
Nombre de mailles : 200 TRIA6 et 50 QUAD8

### 20.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points *A* et *F*. Les composantes du champ SIEQ\_NOEU et EPSG\_NOEU sont testées au point *A* uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
<i>A</i> <i>u</i>	ANALYTIQUE	0.	1. 10 <sup>-5</sup>
<i>v</i>	ANALYTIQUE	6. 10 <sup>-5</sup>	5. 10 <sup>-3</sup>
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	5. 10 <sup>-3</sup>
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	3.0
$E_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.013
$E_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.01
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.02
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
<i>F</i> <i>u</i>	ANALYTIQUE	-2.1217 10 <sup>-5</sup>	5. 10 <sup>-3</sup>
<i>v</i>	ANALYTIQUE	2.1217 10 <sup>-5</sup>	5. 10 <sup>-3</sup>
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	5. 10 <sup>-3</sup>
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	5. 10 <sup>-3</sup>
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	5. 10 <sup>-3</sup>
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	5. 10 <sup>-3</sup>

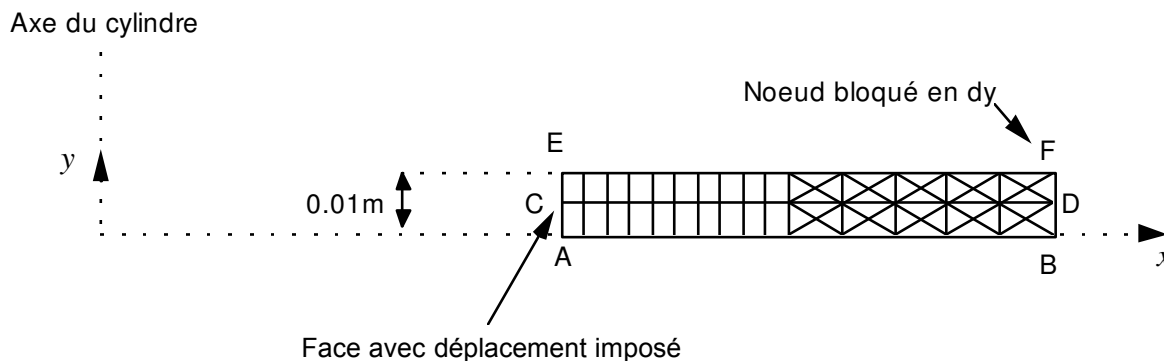
Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification	Type de référence	Lieu
ERME_ELEM NUEST	NON REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO ERREST	NON REGRESSION	Nœud A

## 21 Modélisation S

### 21.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_UPGB` (`DEFORMATION='SIMO_MIEHE'`) incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

```
DDL_IMPO = GROUP_NO = 'FACSUP'    DY = 0.    côté EF
          GROUP_NO = 'FACINF'    DY = 0.    côté AB
FACE_IMPO = GROUP_MA = 'FACEAE'   DX = 6. 10-5 face AE
```

### 21.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.  
Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

### 21.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ `SIEQ_NOEU` sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$v$	0.	$1. 10^{-5}$
	$\sigma_{xx}$	-59.9955	$5. 10^{-3}$
	$\sigma_{yy}$	19.9326	$5. 10^{-3}$
	$\sigma_{zz}$	99.9566	$5. 10^{-3}$
	$\sigma_{xy}$	0.	$1. 10^{-5}$
	VMIS	138.5226	$5. 10^{-3}$
	TRESCA	159.9521	$5. 10^{-3}$
	PRIN_1	-59.9955	$5. 10^{-3}$
	PRIN_2	19.9326	$5. 10^{-3}$
	PRIN_3	99.9566	$5. 10^{-3}$
	VMIS_SG	138.5226	$5. 10^{-3}$



Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$3. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.0	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	40.006	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$5. 10^{-3}$

Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification	Type de référence	Lieu
ERME_ELEM NUEST	NON REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO ERREST	NON REGRESSION	Nœud A

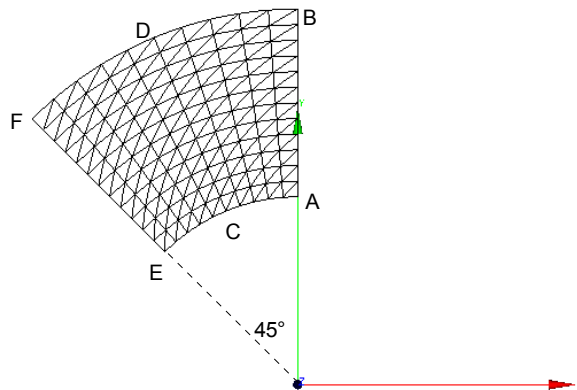
Pour les déformations de Green-Lagrange :

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $E_{xx}$	ANALYTIQUE	-0.000598704996172	2E-3

## 22 Modélisation T

### 22.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='SIMO\_MIEHE') incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL\_IMPO = GROUP\_NO = 'FACSUP' DZ = 0.  
 GROUP\_NO = 'FACINF' DZ = 0. faces *AEFD* (  $z=0$  et  $z=0.01$  )  
 GROUP\_NO = 'FACEAB' DX = 0. face *AB*  
 FACE\_IMPO = GROUP\_MA = 'FACEEF' DNOR = 0. face *EF*  
 GROUP\_MA = 'FACEAE' DNOR =  $-6.10^{-5}$  face *AE*

### 22.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861  
 Nombre de mailles : 480 PENTA15

### 22.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points *A* et *F*. Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point *A* uniquement.

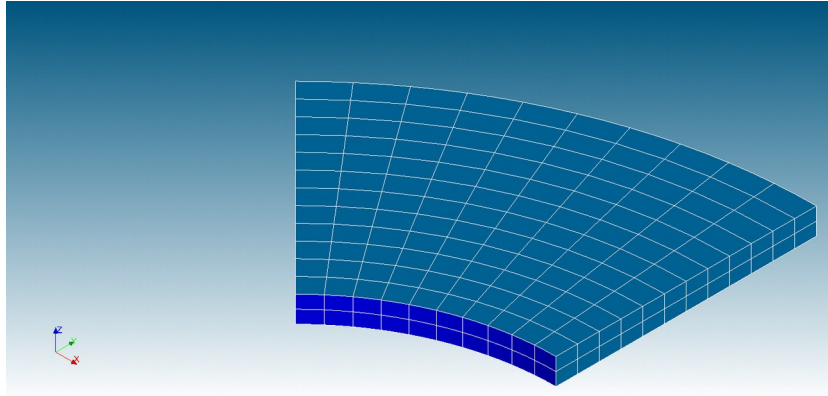
Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
<i>A</i> $u$	ANALYTIQUE	0.	$1.10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$6.10^{-5}$	$1.10^{-5}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.5
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.05
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.05
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.05

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.04
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.17
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.07
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.008

## 23 Modélisation U

### 23.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type HEXA20 uniquement.



### 23.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1501  
Nombre de mailles : 480 HEXA20

### 23.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU et EPSG\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.001
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.003
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.005
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.003
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.001
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.001
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.0025
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.005
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.0005
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.001
Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$5. 10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$5. 10^{-5}$

$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0025
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.0015
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.002
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.002
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0.00015002	0.015

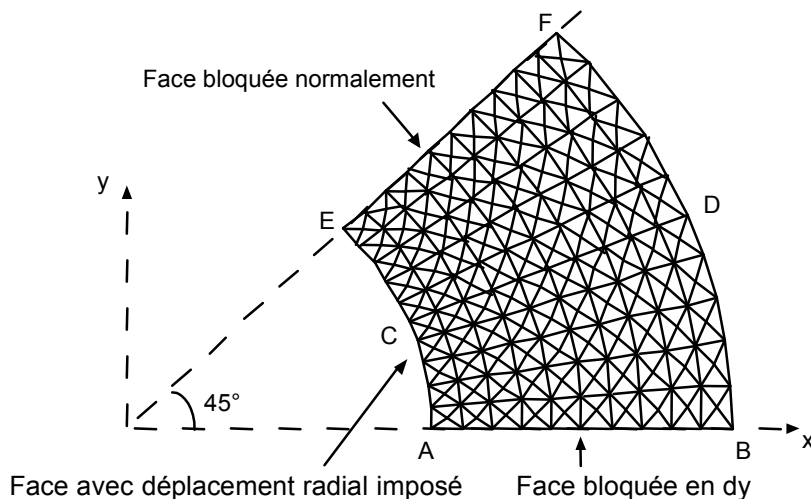
Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification		Type de référence	Lieu
ERME_ELEM	NUEST	NON_REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO	ERREST	NON_REGRESSION	Nœud A

## 24 Modélisation V

### 24.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPG (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type TETRA10 uniquement



$AB$  est sur l'axe  $OX$  (contrairement à la modélisation A).

Le maillage a été obtenu avec GMSH pour une densité de 0,01 .

Conditions limites :

DDL_IMPO =	GROUP_NO = 'FACSUP'	DZ = 0.	
	GROUP_NO = 'FACINF'	DZ = 0.	faces $AEFD$ ( $z=0$ et
			$z=0.01$ )
	GROUP_NO = 'FACEAB'	DY = 0.	face $AB$
FACE_IMPO =	GROUP_MA = 'FACEEF'	DNOR = 0.	face $EF$
	GROUP_MA = 'FACEAE'	DNOR = $-6.10^{-5}$	face $AE$

### 24.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 2078

Nombre de mailles : 1126 TETRA10

## 24.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	0.	$2. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.02
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	3
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.008
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.01
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.005
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.005
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.015
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.005

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.003
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.005
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.002
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	-20.003	0.01
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.002
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.002
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0.00015002	$6. 10^{-3}$

Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification	Type de référence	Lieu
ERME_ELEM NUEST	NON REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO ERREST	NON REGRESSION	Nœud A

## 25 Modélisation W

### 25.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments D\_PLAN\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type TRIA6 et QUAD8.

### 25.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 591  
Nombre de mailles : 200 TRIA6 et 50 QUAD8

### 25.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ SIEQ\_NOEU et EPSG\_NOEU sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$ $u$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	3.0
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.012
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.012
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.02
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.02
PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.03
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.03
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.004
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.02

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 10^{-5}$	$3. 10^{-4}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-3}$
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	$2.5 10^{-3}$
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	$5. 10^{-4}$
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	$2. 10^{-3}$
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00059946	0.002
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00060018	0.002
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0.00015002	0.0015

Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

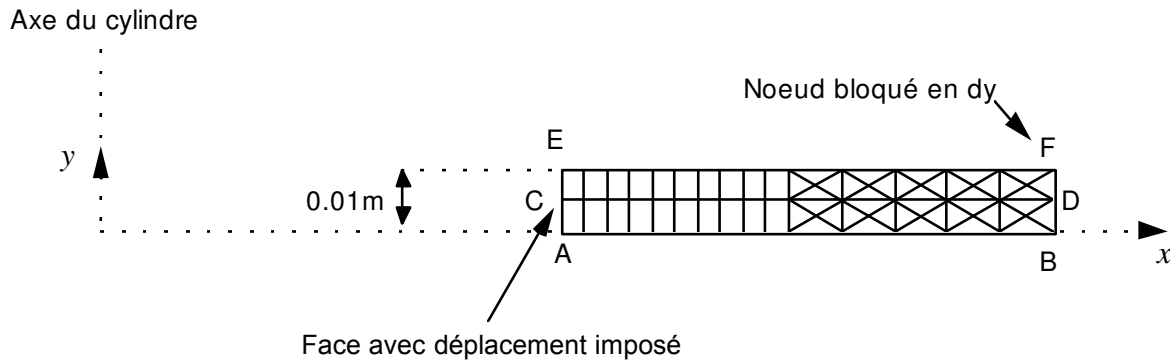


Identification			Type de référence	Lieu
ERME	ELEM	NUEST	NON REGRESSION	Maille M1
ERME	ELNO	ERREST	NON REGRESSION	Nœud A

## 26 Modélisation X

### 26.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments `AXIS_INCO_UPGB` (`DEFORMATION='GDEF_LOG'`) incompressibles de type `TRIA6` et `QUAD8`



Conditions limites :

```
DDL_IMPO = GROUP_NO = 'FACSUP'    DY = 0.    côté EF
          GROUP_NO = 'FACINF'    DY = 0.    côté AB
FACE_IMPO = GROUP_MA = 'FACEAE'   DX = 6. 10-5 face AE
```

### 26.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 175.  
Nombre de mailles et types : 20 `QUAD8`, 40 `TRIA6`.

### 26.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points  $A$  et  $F$ . Les composantes du champ `SIEQ_NOEU` sont testées au point  $A$  uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$A$	$u$	$6. 10^{-5}$	$1. 10^{-3}$
	$v$	0.	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	-59.9955	$5. 10^{-3}$
	$\sigma_{yy}$	19.9326	$5. 10^{-3}$
	$\sigma_{zz}$	99.9566	$5. 10^{-4}$
	$\sigma_{xy}$	0.	$1. 10^{-6}$
	$E(\log)_{xx}$	0.00059946	0.003
	$E(\log)_{yy}$	-0.00060018	0.001
	$E(\log)_{zz}$	0.00060018	0.005
	$E(\log)_{xy}$	0	$1. 10^{-6}$
	VMIS	138.5226	$2. 10^{-3}$
	TRESCA	159.9521	$2. 10^{-3}$
	PRIN_1	-59.9955	$3. 10^{-3}$

	PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	$5. 10^{-3}$
	PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	$5. 10^{-4}$
	VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	$2. 10^{-3}$
Identification	Type de référence	Référence	Tolérance	
<i>F</i>	<i>u</i>	ANALYTIQUE	$3. 10^{-5}$	$5. 10^{-4}$
	<i>v</i>	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-3}$
	$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	0.	0.03
	$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.0	$3. 10^{-4}$
	$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	40.006	$3. 10^{-4}$
	$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	$1. 10^{-6}$
	$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	-0.00015	0.002
	$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$
	$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	+0.00015	0.0025
	$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0	$1. 10^{-6}$

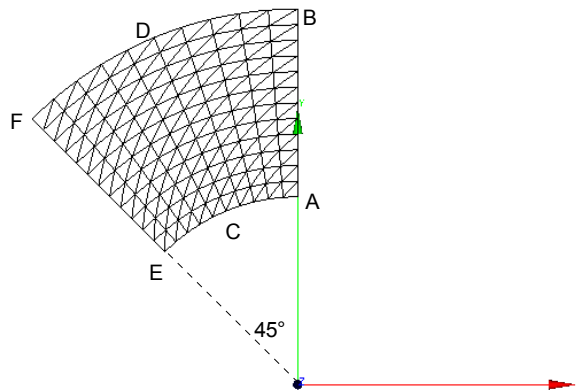
Test sur l'estimateur en résidu (ERME\_ELEM et ERME\_ELNO) :

Identification	Type de référence	Lieu
ERME_ELEM NUEST	NON REGRESSION	Maille M1
ERME_ELNO ERREST	NON REGRESSION	Nœud A

## 27 Modélisation Y

### 27.1 Caractéristiques de la modélisation

Maillage avec des éléments 3D\_INCO\_UPGB (DEFORMATION='GDEF\_LOG') incompressibles de type PENTA15 uniquement



Conditions limites :

DDL\_IMPO = GROUP\_NO = 'FACSUP' DZ = 0.  
 GROUP\_NO = 'FACINF' DZ = 0. faces *AEFD* (  $z=0$  et  $z=0.01$  )  
 GROUP\_NO = 'FACEAB' DX = 0. face *AB*  
 FACE\_IMPO = GROUP\_MA = 'FACEEF' DNOR = 0. face *EF*  
 GROUP\_MA = 'FACEAE' DNOR =  $-6.10^{-5}$  face *AE*

### 27.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 1861  
 Nombre de mailles : 480 PENTA15

### 27.3 Grandeurs testées et résultats

Les déplacements et les contraintes sont évalués aux points *A* et *F*. Les composantes du champ SIEQ\_NOEU sont testées au point *A* uniquement.

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
<i>A</i> $u$	ANALYTIQUE	0.	$1.10^{-5}$
$v$	ANALYTIQUE	$6.10^{-5}$	$1.10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	0.	0.08
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	0.00060018	0.05
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00059946	0.05
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1.10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	0	$1.10^{-6}$
VMIS	ANALYTIQUE	138.5226	0.05
TRESCA	ANALYTIQUE	159.9521	0.05

PRIN_1	ANALYTIQUE	-59.9955	0.09
PRIN_2	ANALYTIQUE	19.9326	0.08
PRIN_3	ANALYTIQUE	99.9566	0.03
VMIS_SG	ANALYTIQUE	138.5226	0.05

Identification	Type de référence	Référence	Tolérance
$F$ $u$	ANALYTIQUE	$-2.1217 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$v$	ANALYTIQUE	$2.1217 \cdot 10^{-5}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$\sigma_{xx}$	ANALYTIQUE	20.003	0.04
$\sigma_{yy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.17
$\sigma_{zz}$	ANALYTIQUE	20.003	0.07
$\sigma_{xy}$	ANALYTIQUE	20.003	0.01
$E(\log)_{xx}$	ANALYTIQUE	+0.00015	0.002
$E(\log)_{yy}$	ANALYTIQUE	-0.00015	0.002
$E(\log)_{zz}$	ANALYTIQUE	0	$1 \cdot 10^{-6}$
$E(\log)_{xy}$	ANALYTIQUE	+0.00015	0.01

## 28 Synthèse des résultats

---

Avec un coefficient de Poisson  $\nu$  très proche de 0.5 , on retrouve les résultats de la solution analytique incompressible en grandes déformations, avec une précision tout à fait correcte.